

2015학년도 대학수학능력시험
수학영역 A형 정답 및 풀이

01. ① 02. ⑤ 03. ④ 04. ③ 05. ④
06. ③ 07. ② 08. ④ 09. ② 10. ③
11. ① 12. ② 13. ③ 14. ① 15. ⑤
16. ⑤ 17. ④ 18. ② 19. ⑤ 20. ①
21. ⑤ 22. 7 23. 11 24. 54 25. 20
26. 12 27. 5 28. 33 29. 16 30. 120

$$\begin{aligned}\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2+6}{n^2+3n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4+\frac{6}{n^2}}{1+\frac{3}{n}} \\ &= \frac{4+0}{1+0} \\ &= 4\end{aligned}$$

<답> ④

1. 출제의도 : 지수법칙을 이용하여 식의 값을 계산할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\begin{aligned}5 \times 8^{\frac{1}{3}} &= 5 \times (2^3)^{\frac{1}{3}} \\ &= 5 \times 2 \\ &= 10\end{aligned}$$

<답> ①

2. 출제의도 : 행렬의 덧셈을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$A+B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

따라서 모든 성분의 합은

$$2+2+3+2=9$$

<답> ⑤

3. 출제의도 : 수열의 극한값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

4. 출제의도 : 그래프를 나타내는 행렬을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

꼭짓점이 5개이므로

그래프를 나타내는 행렬은 5×5 행렬이다.

이때, 1의 개수는 변의 개수의 두 배이므로 1의 개수는

$$2 \times 6$$

따라서, 0의 개수는

$$5 \times 5 - 2 \times 6 = 13$$

<답> ③

5. 출제의도 : 등비수열의 일반항을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

등비수열 $\{a_n\}$ 의 공비를 r 라 하면

$$a_5 = a_1 \times r^4 = 3r^4 \text{ 이므로}$$

$$3r^4 = 48 \text{ 에서 } r^4 = 16$$

$$r^2 > 0 \text{ 이므로 } r^2 = 4$$

$$\therefore a_3 = a_1 \times r^2$$

$$= 3 \times 4$$

$$= 12$$

<답> ④

[다른 풀이]

세 수 a_1, a_3, a_5 는 이 순서대로 등비수열을 이루므로

$$a_3^2 = a_1 \times a_5$$

$$= 3 \times 48$$

$$= 144$$

등비수열 $\{a_n\}$ 에서

$a_1 > 0$ 이므로 $a_3 > 0$ 이다.

$$\therefore a_3 = 12$$

6. 출제의도 : 정적분의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\int_0^1 (2x+a)dx = [x^2+ax]_0^1$$

$$= 1+a$$

$$= 4$$

$$\therefore a = 3$$

<답> ③

7. 출제의도 : 이항정리를 이용하여 다항식의 계수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$(x+a)^6$ 의 전개식에서 일반항은

$${}_6C_r a^{6-r} x^r \text{ 이므로}$$

x^4 항은 $r=4$ 일 때이다.

따라서 x^4 의 계수는

$${}_6C_4 a^2 = 15a^2$$

이므로

$$15a^2 = 60 \text{ 에서 } a^2 = 4$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = 2$$

<답> ②

8. 출제의도 : 함수의 극한값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$x \rightarrow -0$ 일 때, $f(x) \rightarrow 2$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow -0} f(x) = 2$$

또, $x \rightarrow 1+0$ 일 때, $f(x) \rightarrow 2$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = 2$$

따라서,

$$\lim_{x \rightarrow -0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x)$$

$$= 2 + 2$$

$$= 4$$

<답> ④

9. 출제의도 : 수열의 합과 일반항의 관계를 이용하여 항의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$S_n = \frac{n}{n+1} \text{ 에서}$$

$$a_4 = S_4 - S_3$$

$$= \frac{4}{5} - \frac{3}{4}$$

$$= \frac{1}{20}$$

<답> ②

10. 출제의도 : 실생활 문제를 로그를 이용하여 구할 수 있는가?

정답풀이 :

두 원본 A, B 를 압축했을 때, 최대 신호 대 잡음비는 각각 P_A, P_B 이고 평균제공 오차는 각각 E_A, E_B 이므로

주어진 식에 대입하면

$$P_A = 20 \log 255 - 10 \log E_A$$

$$P_B = 20 \log 255 - 10 \log E_B$$

이때, 두 식을 변끼리 빼면

$$P_A - P_B = -10 \log E_A + 10 \log E_B$$

$$P_A - P_B = 10 \log \frac{E_B}{E_A}$$

이때, $E_B = 100E_A$ 이므로

$$P_A - P_B = 10 \log \frac{100E_A}{E_A}$$

$$= 10 \log 100$$

$$= 20$$

<답> ③

11. 출제의도 : 무한등비급수의 합을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

등비수열 $\{a_n\}$ 의 공비를 r 라 하면

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{3}$$

수열 $\{a_n^2\}$ 은

첫째항이 $a_1^2 = 9$ 이고,

공비가 $r^2 = \frac{1}{9}$ 인 등비수열이므로

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^2 = \frac{9}{1 - \frac{1}{9}}$$

$$= \frac{9}{\frac{8}{9}}$$

$$= \frac{81}{8}$$

<답> ①

12. 출제의도 : 정규분포를 이용하여 확률을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

토마토 모종을 심은 지 3주가 지났을 때의 토마토 줄기의 길이를 확률변수 X 라 하면

X 는 정규분포 $N(30, 2^2)$ 을 따르며,

$$Z = \frac{X-30}{2} \text{라 하면}$$

확률변수 Z 는 표준정규분포를 따른다.

따라서, 구하는 확률은

$$P(27 \leq X \leq 32)$$

$$= P\left(\frac{27-30}{2} \leq \frac{X-30}{2} \leq \frac{32-30}{2}\right)$$

$$= P(-1.5 \leq Z \leq 1)$$

$$= P(-1.5 \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1)$$

$$\begin{aligned}
 &= P(0 \leq Z \leq 1.5) + P(0 \leq Z \leq 1) \\
 &= 0.4332 + 0.3413 \\
 &= 0.7745
 \end{aligned}$$

<답> ②

13. 출제의도 : 행렬의 연산을 이용하여 삼차방정식을 세우고, 그 해를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ f(a) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{에서}$$

$$\begin{pmatrix} f(a) \\ 3f(a) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\therefore f(a) = 0$$

$$f(a) = a(a+1)(a-4) = 0 \text{에서}$$

$$a = -1 \text{ 또는 } a = 0 \text{ 또는 } a = 4 \text{이므로}$$

모든 a 의 값의 합은

$$-1 + 0 + 4 = 3$$

<답> ③

14. 출제의도 : 미분을 이용하여 접선의 방정식을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

직선 $y = 5x + k$ 가 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 서로 다른 두 점에서 만나려면 직선 $y = 5x + k$ 가 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 접해야 한다.

접점의 좌표를 $(a, f(a))$ 라 하면

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 4x \text{에서}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 4$$

이므로 접선의 기울기는

$$f'(a) = 3a^2 - 6a - 4$$

한편, 기울기가 5이므로

$$3a^2 - 6a - 4 = 5$$

$$a^2 - 2a - 3 = 0$$

$$(a+1)(a-3) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } a = 3$$

(i) $a = -1$ 일 때,

접점은 $(-1, 0)$ 이므로

접선의 방정식은

$$y = 5(x+1) + 0$$

즉, $y = 5x + 5$ 이므로

$$k = 5$$

(ii) $a = 3$ 일 때,

접점은 $(3, -12)$ 이므로

접선의 방정식은

$$y = 5(x-3) - 12$$

$$\text{즉, } y = 5x - 27$$

이때, k 는 양수이므로 k 의 값은 없다.

따라서, (i), (ii)에 의하여

$$k = 5$$

<답> ①

15. 출제의도 : 지수부등식의 해를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{1-2x} \leq 5^{x+4} \text{에서}$$

$$5^{2x-1} \leq 5^{x+4}$$

$$2x-1 \leq x+4$$

$$x \leq 5$$

따라서 자연수 x 의 값은

1, 2, 3, 4, 5이므로

구하는 합은

$$1+2+3+4+5=15$$

<답> ⑤

16. 출제의도 : 조건부 확률을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$P(A)=\frac{1}{3}, P(A\cap B)=\frac{1}{8}\text{이므로}$$

$$\begin{aligned}P(B^C|A) &= \frac{P(A\cap B^C)}{P(A)} \\&= \frac{P(A)-P(A\cap B)}{P(A)} \\&= \frac{\frac{1}{3}-\frac{1}{8}}{\frac{1}{3}} \\&= \frac{\frac{5}{24}}{\frac{1}{3}} \\&= \frac{5}{8}\end{aligned}$$

<답> ⑤

17. 출제의도 : 등차수열의 합으로부터 공차를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\sum_{k=1}^n a_{2k-1} = 3n^2 + n \text{이므로}$$

$$n=1 \text{일 때, } a_1 = 3+1=4$$

$$n=2 \text{일 때,}$$

$$\sum_{k=1}^2 a_{2k-1} = a_1 + a_3 = 3 \times 2^2 + 2 = 14$$

$$a_3 = 14 - a_1 = 14 - 4 = 10$$

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면

$$a_3 = a_1 + 2d \text{이므로}$$

$$10 = 4 + 2d \text{에서 } d=3$$

$$\therefore a_8 = a_1 + 7d$$

$$= 4 + 7 \times 3$$

$$= 25$$

<답> ④

18. 출제의도 : 중복조합을 활용하여 순서쌍의 개수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\begin{cases} x+y+z+3w=14 & \dots \textcircled{㉠} \\ x+y+z+w=10 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠에서 ㉡을 변끼리 빼면

$$2w=4$$

$$\therefore w=2$$

$$\text{이때, } x+y+z=8$$

따라서 구하는 순서쌍의 개수는
서로 다른 3개에서 8개를 택하는
중복조합의 수와 같으므로

$${}_{3+8-1}C_8 = {}_{10}C_8$$

$$= {}_{10}C_2$$

$$= \frac{10 \times 9}{2 \times 1}$$

$$= 45$$

<답> ②

19. 출제의도 : 행렬의 성질을 이용하여 참, 거짓을 판별할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\neg. A^2 - AB = 3E \text{에서}$$

$$A(A-B) = 3E \text{이므로}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{3}(A-B) \quad (\text{참})$$

$$\neg. A \cdot \frac{1}{3}(A-B) = \frac{1}{3}(A-B) \cdot A = E$$

이므로

$$A(A-B) = (A-B)A$$

$$A^2 - AB = A^2 - BA$$

$$\therefore AB = BA \quad (\text{참})$$

$$\neg. AB = BA \text{이므로}$$

$$A^2B - B^2A = A^2B - AB^2$$

또, $A^2 - AB = 3E$ 의 양변에 B 를 곱하면

$$A^2B - AB^2 = 3B$$

따라서 조건 $A^2B - B^2A = A + B$ 에서

$$3B = A + B, \quad A = 2B$$

이므로

$$A^2 - AB = 3E \text{에 대입하면}$$

$$(2B)^2 - 2B \cdot B = 3E$$

$$4B^2 - 2B^2 = 3E, \quad 2B^2 = 3E$$

$$\therefore B^2 = \frac{3}{2}E$$

$$\begin{aligned} \therefore (A+2B)^2 &= (2B+2B)^2 \\ &= 16B^2 \end{aligned}$$

$$= 16 \times \frac{3}{2}E$$

$$= 24E \quad (\text{참})$$

따라서 옳은 것은 $\neg$, $\neg$, $\neg$ 이다.

<답> ⑤

20. 출제의도 : 정적분과 넓이의 관계를 이용하여 상수 a 의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

곡선 $y = f(x)$ 는 y 축에 대하여 대칭이므로

$$\int_{-a}^a f(x)dx = 13 \text{에서}$$

$$2 \int_0^a f(x)dx = 13$$

$$\therefore \int_0^a f(x)dx = \frac{13}{2}$$

한편,

$$\begin{aligned} \int_0^3 f(x)dx &= \frac{1}{2} \times (3+1) \times 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

이고, $f(x+3) = f(x)$ 이므로

$$\int_0^3 f(x)dx = \int_3^6 f(x)dx = \int_0^9 f(x)dx = 2$$

$$\therefore \int_0^9 f(x)dx = 6$$

따라서 $\int_0^9 f(x)dx + \int_9^a f(x)dx = \frac{13}{2}$ 에서

$$\int_9^a f(x)dx = \frac{1}{2}$$

한편

$$\int_9^{10} f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx = \frac{1}{2}$$

이므로

$$a = 10$$

<답> ①

21. 출제의도 : 도함수로부터 삼차함수의 그래프의 성질을 파악하여 함숫값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

조건(가)에 의하여

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 로 놓을 수 있다.

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ 이므로

$f(0) = f'(0)$ 에서

$$c = b$$

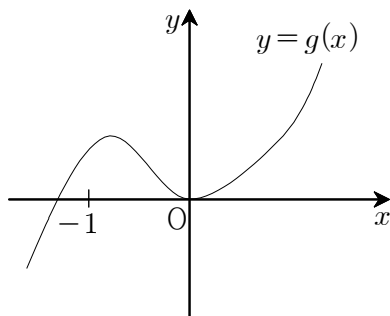
$$\therefore f(x) = x^3 + ax^2 + bx + b$$

$g(x) = f(x) - f'(x)$ 라 하면

$$\begin{aligned} g(x) &= (x^3 + ax^2 + bx + b) - (3x^2 + 2ax + b) \\ &= x^3 + (a-3)x^2 + (b-2a)x \end{aligned}$$

$g(0) = 0$ 이고,

조건(다)에 의해 $x \geq -1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) \geq 0$ 이므로
그림과 같이 $g(x)$ 는 $x=0$ 에서 극솟값을 갖는다.



따라서 $g'(0) = 0$ 이므로

$g'(x) = 3x^2 + 2(a-3)x + b - 2a$ 에서

$$g'(0) = b - 2a = 0$$

$$\therefore b = 2a$$

$$g(x) = x^3 + (a-3)x^2 = x^2(x+a-3)$$

이므로

$g(x) = 0$ 에서 $x = 0$ 또는 $x = 3-a$ 이고,

$x \geq -1$ 에서 $g(x) \geq 0$ 이므로

$3-a \leq -1$ 이어야 한다.

$$\therefore a \geq 4 \quad \dots \textcircled{7}$$

$f(x) = x^3 + ax^2 + 2ax + 2a$ 이므로

$$f(2) = 8 + 4a + 4a + 2a = 10a + 8$$

$$\geq 10 \times 4 + 8 = 48 \quad (\because \textcircled{7})$$

따라서 $f(2)$ 의 최솟값은 48이다.

<답> ⑤

22. 출제의도 : 함수의 극한값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x+7)}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} (x+7)$$

$$= 0 + 7$$

$$= 7$$

<답> 7

23. 출제의도 : 함수의 연속성을 이용하여 미지수의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

함수 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 연속이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = f(1) \text{이다.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1-0} (2x+10) = 12$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1+0} (x+a) = 1+a$$

$$f(1) = 1+a$$

이므로

$$12 = 1+a$$

$\therefore a = 11$

<답> 11

24. 출제의도 : 무한급수의 성질을 이용하여 무한급수의 합을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 4, \sum_{n=1}^{\infty} b_n = 10$$

이므로

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n + 5b_n) \\ = \sum_{n=1}^{\infty} a_n + 5 \sum_{n=1}^{\infty} b_n \end{aligned}$$

$$= 4 + 5 \times 10$$

$$= 54$$

<답> 54

25. 출제의도 : 이항분포의 분산을 계산하고, 분산의 성질을 이용하여 미지수의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{3}\right)$ 을 따르므로

$$V(X) = n \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}n$$

$$V(3X) = 9V(X) = 9 \times \frac{2}{9}n = 2n \text{ 이므로}$$

$$2n = 40 \text{ 에서}$$

$$n = 20$$

<답> 20

26. 출제의도 : 부정적분을 이용하여 함수값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$f'(x) = 6x^2 + 4 \text{ 이므로}$$

$$f(x) = \int f'(x) dx$$

$$= \int (6x^2 + 4) dx$$

$$= 2x^3 + 4x + C \text{ (단, } C \text{는 적분상수)}$$

한편, 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가

점 $(0, 6)$ 을 지나므로 $f(0) = 6$ 에서

$$C = 6$$

따라서, $f(x) = 2x^3 + 4x + 6$ 이므로

$$f(1) = 2 + 4 + 6 = 12$$

<답> 12

27. 출제의도 : 확률밀도함수의 그래프를 이용하여 확률을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$P(0 \leq X \leq 3) = 1 \text{ 이므로}$$

$$3k + \frac{1}{2} \times 3 \times 2k = 1$$

$$6k = 1$$

$$\therefore k = \frac{1}{6}$$

$$P(0 \leq X \leq 2) = \frac{1}{2} \times (3k + k) \times 2$$

$$= 4k$$

$$= 4 \times \frac{1}{6}$$

$$= \frac{2}{3}$$

$$\therefore p + q = 3 + 2 = 5$$

<답> 5

28. 출제의도 : 등비수열의 극한을 이용하여 수열의 합을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$a_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{6}{k}\right)^{n+1}}{\left(\frac{6}{k}\right)^n + 1}$$

에서 공비가 $\frac{6}{k}$ 이므로

각 경우로 나누면 다음과 같다.

(i) $\frac{6}{k} < 1$ 즉, $k > 6$ 일 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6}{k}\right)^n = 0 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} a_k &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{6}{k}\right)^{n+1}}{\left(\frac{6}{k}\right)^n + 1} \\ &= \frac{0}{0+1} \\ &= 0 \end{aligned}$$

(ii) $\frac{6}{k} = 1$ 즉, $k = 6$ 일 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6}{k}\right)^n = 1 \text{ 이므로}$$

$$a_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^{n+1}}{1^n + 1} = \frac{1}{2}$$

(iii) $\frac{6}{k} > 1$, 즉, $k < 6$ 일 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6}{k}\right)^n = \infty \text{ 이므로}$$

$$a_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{6}{k}\right)^{n+1}}{\left(\frac{6}{k}\right)^n + 1}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{6}{k}\right)}{1 + \frac{1}{\left(\frac{6}{k}\right)^n}}$$

$$= \frac{\frac{6}{k}}{1+0}$$

$$= \frac{6}{k}$$

따라서,

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{10} k a_k &= 1 \times a_1 + 2 \times a_2 + \cdots + 10 \times a_{10} \\ &= 1 \times \frac{6}{1} + 2 \times \frac{6}{2} + 3 \times \frac{6}{3} + 4 \times \frac{6}{4} + 5 \times \frac{6}{5} \\ &\quad + 6 \times \frac{1}{2} + 7 \times 0 + 8 \times 0 + 9 \times 0 + 10 \times 0 \\ &= 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 3 \\ &= 33 \end{aligned}$$

<답> 33

29. 출제의도 : 곱의 미분법과 함수의 극대, 극소를 이용하여 미분계수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$g(x) = (x^3 + 2)f(x) \text{ 에서}$$

$$g'(x) = 3x^2 f(x) + (x^3 + 2)f'(x)$$

$g(x)$ 가 $x=1$ 에서 극솟값 24를 가지므로

$$g(1) = 24, \quad g'(1) = 0$$

$$g(1) = 3f(1) = 24 \text{ 에서}$$

$$f(1) = 8$$

$$g'(1) = 3f(1) + 3f'(1) = 0 \text{ 에서}$$

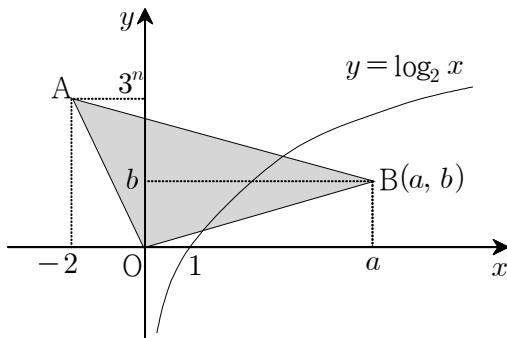
$$3 \times 8 + 3f'(1) = 0, \quad f'(1) = -8$$

$$\begin{aligned}\therefore f(1) - f'(1) &= 8 - (-8) \\ &= 16\end{aligned}$$

<답> 16

30. 출제의도 : 로그함수의 그래프를 이용하여 주어진 조건을 만족하는 삼각형의 개수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :



삼각형 OAB의 넓이는

$$\begin{aligned}& \frac{1}{2} \times (a+2) \times (3^n + b) - \frac{1}{2} \times 2 \times 3^n - \frac{1}{2} ab \\ &= \frac{1}{2} (a \cdot 3^n + ab + 2 \cdot 3^n + 2b) - 3^n - \frac{1}{2} ab \\ &= \frac{3^n}{2} a + b\end{aligned}$$

이때, 넓이가 50이하이므로

$$\frac{3^n}{2} a + b \leq 50$$

$$\therefore 3^n a + 2b \leq 100 \quad \dots \textcircled{1}$$

(i) $n=1$ 일 때,

①에서 $3a + 2b \leq 100$ 이므로 a 의 값은 2, 3, ..., 32의 값을 가질 수 있다.

이때, $b \leq \log_2 a$ 를 만족시키므로

$$2^1 \leq a < 2^2 \text{일 때, } b=1$$

$$2^2 \leq a < 2^3 \text{일 때, } b=1, 2$$

$$2^3 \leq a < 2^4 \text{일 때, } b=1, 2, 3$$

$$2^4 \leq a \leq 30 \text{일 때, } b=1, 2, 3, 4$$

$$a=31 \text{일 때, } b=1, 2, 3$$

$$a=32 \text{일 때, } b=1, 2$$

$f(1)$ 은 순서쌍 (a, b) 의 개수와 같으므로

$$\begin{aligned}f(1) &= 1 \times (2^2 - 2^1) + 2 \times (2^3 - 2^2) \\ &\quad + 3 \times (2^4 - 2^3) + 4 \times (30 - 2^4 + 1) \\ &\quad + 3 + 2\end{aligned}$$

$$= 2 + 8 + 24 + 60 + 3 + 2$$

$$= 99$$

(ii) $n=2$ 일 때,

①에서 $9a + 2b \leq 100$ 이므로 a 의 값은 2, 3, ..., 10의 값을 가질 수 있다.

이때, $b \leq \log_2 a$ 를 만족시키므로

$$2^1 \leq a < 2^2 \text{일 때, } b=1$$

$$2^2 \leq a < 2^3 \text{일 때, } b=1, 2$$

$$2^3 \leq a \leq 10 \text{일 때, } b=1, 2, 3$$

$f(2)$ 은 순서쌍 (a, b) 의 개수와 같으므로

$$\begin{aligned}f(2) &= 1 \times (2^2 - 2^1) + 2 \times (2^3 - 2^2) + 3 \times 3 \\ &= 2 + 8 + 9 \\ &= 19\end{aligned}$$

(iii) $n=3$ 일 때,

①에서 $27a + 2b \leq 100$ 이므로 a 의 값은 2, 3의 값을 가질 수 있다.

이때, $b \leq \log_2 a$ 를 만족시키므로

$$a=2, 3 \text{일 때, } b=1$$

$f(3)$ 은 순서쌍 (a, b) 의 개수와 같으므로

$$f(3) = 2$$

따라서, (i), (ii), (iii)에서

$$\begin{aligned}f(1) + f(2) + f(3) &= 99 + 19 + 2 \\ &= 120\end{aligned}$$

<답> 120