

# 수업과 연계한 서·논·술형 평가 실천하기

수학과



## 학생의 진정한 배움을 지원하며...

- 수업을 바꾸는 것도 어렵지만 평가를 바꾸는 것은 더 어렵습니다. 하지만 한 번의 시도는 한 번으로 그치지 않고 변화의 새로운 동력으로 작용합니다. 선생님의 시도는 선생님의 변화만이 아니라 변화의 시대를 이끌어갈 학생들을 이끄는 소중한 노력입니다.
- 배운 것을 자신의 것으로 만드는 것이 진정한 배움이고, 그것을 가능하게 하는 효과적인 방법 중 하나가 '표현하기'입니다. 수업과 평가 속에서 말로, 글로 표현하게 함으로써 진정한 배움이 일어나도록 하는 학생 중심의 수업과 평가 방법 사례를 공유합니다.
- '배운 것을 평가한다'라는 원칙이 지켜졌을 때, 고등 사고력 함양이라는 서·논술형 평가의 본래 목적을 이룰 수 있습니다. 평가와 수업을 연계함으로써 교사와 학생이 모두 만족하는 '진짜' 평가가 교실에 널리 퍼지길 바랍니다.
- 배운 내용을 바탕으로 추론하고 비판하고 평가하며 종합하는 한편 새로운 생각을 창안할 수 있도록 학습자를 성장시키는 것이 서·논술형 평가의 핵심입니다. 글을 쓰는 과정 자체가 학습의 과정이 될 수 있도록 선생님 한 분 한 분의 치열한 고민과 노력이 필요할 것입니다. 이 자료집이 선생님의 그러한 여정에 길잡이 역할을 할 수 있기를 기대해 봅니다.

발 간 등 록 번 호

서울교육 2022-29

www.sen.go.kr

# 수업과 연계한 서·논술형 평가 실천하기



도움영상 ▲



다운로드 ▲

수학과



서울특별시교육청

SEOUL METROPOLITAN OFFICE OF EDUCATION

# 수업과 연계한 서·논술형 평가 실천하기

급변하는 교육환경 속에서 선생님들의 열정과 노력이 학생들의 미래 핵심역량을 함양하기 위한 교육과정 재구성과 학생 중심 수업으로 나타나고 있으며, 이러한 선생님들의 수업 실천 노력은 평가 전문성을 신장하고자 하는 노력으로 이어지고 있습니다. 미래역량을 키워줌에 있어 양질의 학습경험을 제공해 주는 것은 학생의 학습 특성과 성취를 제대로 측정하는 평가의 과정을 통해서 가능합니다.

학교 현장에서 이루어지고 있는 평가는 과연 학생에게 배움의 적절한 기회를 제공하고 있을까요? 선택형 문제 하나를 해결하는데 다섯 개의 개념이 필요하다고 한다면, 다섯 개의 개념을 모두 아는 학생만이 정답을 선택할 수 있고, 한 개에서 네 개의 개념을 아는 학생들은 오답을 선택하게 됩니다. 오답을 선택한 학생들은 자신이 틀렸다는 것 외에 자신이 얼마나 알고 있는지, 어느 부분을 알고 있는지에 대한 정보를 얻을 수 없습니다.

이 평가문항을 서·논술형으로 바꿔 보면 어떨까요?

학생들은 아는 만큼 자신이 이해한 범위 내에서 답안을 작성할 것이고 선생님은 학생들이 얼마나 알고 있고, 어느 부분을 놓치고 있는지를 파악하여 그에 맞는 피드백을 줄 수 있을 것입니다. 서·논술형 평가는 현재 배움의 상태를 확인하고 개별적인 학습 신장을 지원하여 학생들과 선생님 모두가 배움이 커져가는 기쁨을 알도록 하는 평가 유형입니다. 더불어 답안을 작성하는 과정에서 창의성이나 문제해결력, 정보활용능력 등 고등사고 능력과 핵심역량을 기를 수 있는 평가입니다.

그런데 수업 시간에 글쓰기 활동을 해 보지도 못한 학생들에게 서·논술형 문항을 풀게 하면 어떻게 될까요? 학생들이 학교교육 안에서 서·논술형 평가를 준비할 수 있어야 할 것입니다. 단순한 지식 암기·습득을 넘어서 지식을 활용하고 새로운 지식을 창출하기 위해서는 사고력 향상에 초점을 둔 교육이 필요하고, 진정한 사고력 향상을 위해서는 질문하기, 토론하기, 글쓰기, 평가와 피드백을 반영한 자기주도적 학습의 과정이 필요합니다. 선생님은 학생들이 수업과정에서 스스로 생각해 볼 수 있는 다양한 기회를 부여하고 서·논술형 평가를 위한 학습 과정과 전략을 어떻게 적용해야 할지 충분히 연습해 볼 수 있는 기회를 제공해야 합니다.

이 자료집은 '수업과 연계한 서·논술형 평가 실천하기'에 함께 한 현장의 선생님들이 한 학기 동안 수업과 평가에 직접 적용해보고, 학생에게 도움이 된 수업·평가사례를 발전시켜 실제 수업에 적용할 수 있도록 개발한 평가모형을 담고 있습니다. 평가가 수업으로 연결되지 않으면 평가는 점수를 통해 아이들을 변별하는 의미 밖에 가질 수 없습니다. 수업과 연계될 때 비로소 학생들의 진정한 배움이 일어나는 평가의 본질적 가치가 빛을 발할 수 있으리라 생각합니다.



평가,  
학생의 **배움**과 **성장**을 중심에 놓는 **상상력**이 필요합니다.



Seoul Metropolitan Office  
of Education

# 수업과 연계한 수학과 서·논술형 평가 실천하기



# CONTENTS

## I. 총론 ..... 06

- 01. 배운만큼 생각하게 하는 글쓰기 교육 ..... 08
- 02. 수업과 연계한 서·논술형 평가의 교육적 의미 ..... 11
- 03. 수업과 연계한 서·논술형 평가, 이렇게 하세요! ..... 14

## II. 중학교 ..... 18

- 01. 수와 연산\_유리수와 순환소수 ..... 20
- 02. 문자와 식\_일차방정식 ..... 42
- 03. 함수\_일차함수의 성질 ..... 58
- 04. 기하\_다각형의 성질 ..... 74
- 05. 확률과 통계\_경우의 수 ..... 98

## III. 고등학교 ..... 112

- 01. 수학\_유리함수 ..... 114
- 02. 미적분\_매개변수로 나타낸 함수의 미분법, 접선의 방정식 ..... 140
- 03. 기하\_이차곡선 ..... 158
- 04. 수학과제탐구\_과제 탐구 실행 및 평가 ..... 174



---

# 수업과 연계한 수학과 서·논술형 평가 실천하기

---

---

# >> 총론

## CONTENTS

---

### 01. 배운만큼 생각하게 하는 글쓰기 교육

박주용 서울대학교 교수

### 02. 수업과 연계한 서·논술형 평가의 교육적 의미

이명진 한국교육과정평가원 연구원

### 03. 수업과 연계한 서·논술형 평가, 이렇게 하세요!

---



## 배운 만큼 생각하게 하는 글쓰기 교육

박 주 용 서울대학교 심리학과 교수(인지심리학 전공)

지적 활동의 근간은 글이다. 일상적인 지식의 경우 질문하고 답변을 듣는 과정을 통해 익히고 어느 정도 발전시킬 수도 있다. 하지만, 글이 없이는 그 깊이와 폭을 획기적으로 변화시킬 수 없다. 추상적이고 이론적인 지식이라면 글이나 다른 상징의 도움이 더욱 중요하다. 실제로 글을 통해 축적된 지식이, 오늘날 우리가 누리는 모든 발전의 원동력이 되었다. 이 때문에 경제협력개발기구(OECD, 2015)에서는 읽기 소양을 미래 세대의 역량으로 강조하면서 다음과 같이 정의한다: “읽기 소양이란, 자신의 목적을 이루거나 지식과 잠재적 능력을 계발하며, 사회에 참여하기 위해, 텍스트를 이해 활용하거나 텍스트에 몰두하거나 성찰하는 역량을 가리킨다.”

문제는 방법이다. 도대체 어떻게 해야 다음 세대의 주인공들이 필요한 지식을 습득하고 또 활용하게 할 수 있을까? 이에 대한 답을 찾기 전에 우리의 교육 방법을 되돌아보자. 우리가 그동안 써왔던 방법은 ‘폭 우선 전략 (breadth-first strategy)’이라 할 수 있다. 알파하더라도 폭넓게 지식을 쌓도록 하는 것이다. 이를 위해 많이 읽게 하거나 자세한 설명을 통해 이해시키고 중요한 내용을 알고 있는지를 주로 선다형이나 단답식으로 평가한다. 평가 공정성에 집착하는 사회 분위기와 교사의 채점 부담으로 인해 국어 과목에서조차 논술평가는 거의 치러지지 않는다. 여기에 추가하여 사실상 중등교육의 목을 죄고 있는 대학수학능력시험 문항도 대부분이 선다형이고 약간의 단답식이 사용된다. 다행히도 작문은 모든 대학의 교양 필수 과목이다. 그런데 그게 전부이다. 전공 수업에서는 다시 많은 지식을 습득하기 바쁘다. 취업을 위한 시험에서도 논술을 보는 경우는 극히 드물다. 논술이라는 이름이 붙더라도 주장을 펼치기보다는 내용을 요약하거나 비교하는 수준의 글이다. 제대로 된 글쓰기 훈련을 받지 못하고 대학을 졸업하고 일을 하는 것이다.

이런 일련의 과정은, 많은 교사나 교육 관련 연구자들이 블룸의 교육 목표 분류 (Bloom’s taxonomy of learning objectives)를 오해한 데서 비롯된 면이 있다. 기억, 이해, 응용, 분석, 평가, 창의 활동으로 교육 목표를 분류한 것을 많은 사람이 위계적으로 잘못 해석하여, 왜곡된 교육을 해 온 것이다. 구체적으로, 가장 기초 단계라 할 수 있는 기억과 이해를 지나치게 강조해왔다. 이 부분은 가르치고 확인하기도 쉽기 때문에 강조된 면도 없지 않다. 기억과 이해를 과도하게 강조해오면서, 놓친 것은 언제 한 단계에서 다음 단계로 나아갈 수 있는지에 대한 고민이다. 응용, 분석, 평가, 창의 활동은 많이 알면 자연스럽게 이루어지는 활동이 아니다. 각각을 위한 별도의 경험과 훈련이 필요한 활동이다. 그런데도 이에 대한 고민 없이 일단 지식이 있어야 나머지 활동도

잘하게 된다고 맹목적으로 믿어 왔다. **블룸의 분류법은 위계가 아니라 조화와 균형을 이루어야 완성되는 퍼즐로** 보아야 한다. 연령이나 과목에 따라 이들 가운데 어떤 활동에 상대적으로 더 많은 비중이 주어질 수는 있다. 하지만 어느 한 활동도 배제되어서는 안 되고 다른 활동과 균형을 이루도록 해야 한다.

이를 위해서는 그동안 추구해왔던 폭 우선 전략 대신, 폭을 대폭 줄이고 ‘폭과 깊이의 균형을 이루는 전략 (balancing-breadth-and-depth strategy)’이 필요하다. 이 전략과 일맥상통하는 주장은 영국 출신의 수학자이자 철학자로 프린스턴 대학교수를 역임한 알프레드 화이트헤드(Alfred Whitehead, 1929)의 <교육의 목적>에서 볼 수 있다. 그는 가르침의 두 계명으로, “너무 많은 주제를 가르치지 말라(Do not teach too many subjects)”와 “가르치는 부분만큼은 철저하게 가르치라(What you teach, teach thoroughly)”를 제시하였다. 우리의 교육은 이 두 계명과 반대로 너무 많은 양을 대충 가르쳐 온 것이다.

어떻게 폭과 깊이 간의 균형을 이룰 수 있을까? 한 방법은 수업 시간에 다룰 내용 중 가장 핵심적 이라고 생각되는 부분만 짧게 가르치고, 나머지 시간에는 **학생들이 배운 내용을 평가하고 비판하며 대안을 생성하게 하는 활동을** 하도록 하는 것이다. 토론과 글쓰기는 이를 위한 범용 도구다. 물론 처음에는 교사는 물론 학생들도 어색하고 불편해질 수 있다. 하지만 토론의 경우 두세 번만 해보면 적어도 학생들은 금방 적응한다. 글쓰기는 좀 더 어려워 지도와 훈련이 필요하다. 미국의 글쓰기 교육 전도사인 윌리엄 진서(William Zinsser, 2006)에 따르면 **“글쓰기를 배우는 유일한 방법은 규칙적으로 일정한 분량의 글을 쓰는 것이다.”** 이 방법과 함께 그가 제시한 **글을 잘 쓰는 비결은 “글쓰기가 단번에 완성되는 ‘생산품’이 아니라 점점 발전해가는 ‘과정’이라는 것을 이해해야 한다”**는 것이다. 이 두 가지에 명시적 글쓰기 전략 교육(explicit writing strategies instruction)이 추가될 필요가 있다. 예를 들면 글쓰기의 핵심 과정들을 첫머리 글자로 묶은 Pow(Pick an idea, Organize my notes, Write)+Tree(Topic sentence, Reasons, Explanation, End)와 같은 전략을 알려주고 연습하게 하는 것이다. 정리해보면, **글쓰기 시간을 확보하고, 기본적인 글쓰기 전략을 가르친 다음, 배운 내용을 바탕으로 지속적으로 글을 쓰되, 쓴 글을 한 번 이상 수정하도록 하자**는 것이다.

이 방법이 그럴듯하다고 생각하는 사람이더라도, “그런데 피드백과 평가는 어떻게 하지?”라는 의문을 던지게 될 것이다. 중요한 질문이다. 사실 피드백과 평가는 늘 어려운 문제였다. 이 문제에 대한 미래의 해결책은 컴퓨터를 이용한 자동 피드백과 채점이다. 유망하지만 당장은 적용하기 어렵다. 그리고 자동 채점이 꼭 좋은 것만도 아닐 수 있다. 학생들이 피드백과 코멘트를 받을 수는 있겠지만, 피드백과 코멘트를 제공하는 경험을 할 수 없기 때문이다. 자동 채점의 대안으로, **함께 논의하며 글을 쓰게 하거나 서로의 글에 대해 피드백을 주고 받게 하는 방안을** 고려할 수 있다. 다행히 초등 고학년 학생들에게 짝을 지어 글을 쓰게 하였더니 글쓰기 실력이 향상된다는 연구 결과와 고등학생은 물론 중학생도 동료평가가 학습에 도움이 된다는 연구 결과가 있다.

더욱이 동료평가의 결과가 전문가 평가에 못지않게 정확하다는 연구 결과도 많다. 따라서 교사의 평가와 피드백에 대한 부담을 덜어주는 한편 **학생 스스로가 평가 주체가 되는 경험**을 할 수 있도록, 동료평가의 도입을 적극적으로 숙고할 필요가 있다.

교육 목표가 다양한 많은 지식을 습득하도록 하는 시대는 이미 지났다. 그런데도 우리 교육은 여전히 과거에 안주하고 있다. 더 많이 알게 하려는 대신 지금 아는 것을 최대한 활용하도록 하는 방향으로 빨리 바꾸어야 한다. 역설적이게도 지식을 활용하려고 하다 보면 무엇이 부족한지 알게 되어 더 많이 배울 수 있게 된다. 지식을 활용하게 하기 위해서는, 배운 내용을 바탕으로 비판하거나 새로운 대안을 제시하도록 하는 글을 쓰도록 해야 한다. **비판이나 창의성을 요구하는 글쓰기와 글에 대한 동료평가가 결합하면, 학생들은 불륨이 구분한 여러 교육 목표를 모두 경험하게 할 수 있게 된다.** 이런 방안을 사용하면 이전보다 아는 것이 조금 적을 수도 있다. 그 대신 더 확실히 알고 응용, 분석, 비판, 그리고 창조와 같은 다양한 지적 활동을 두루 경험하게 하는 **교육이 가능해진다.** 이런 방향으로의 변화는 더 이상 선택 사항이 아니다. 얼마나 빨리 시작할지만 선택할 수 있을 뿐이다.





## 수업과 연계한 서·논술형 평가의 교육적 의미

이 명 진 한국교육과정평가원 연구원

교육은 사회 변화에 따라 그 중심 가치와 방향이 조금씩 변화되어왔다. 사회의 모습은 그 안에서 살아가는 사람들의 삶의 모습을 결정하고 이는 노동시장과 직업, 그리고 각 직업에 필요한 능력을 결정하는 요인으로 작용하기 때문이다. 따라서 교육은 단지 ‘교육’으로 홀로 존재하는 것이 아니라, 사회를 함께 살아갈 독립적 인간을 길러내기 위한 사회 구성원 공동의 노력이다. 사회 변화와 교육의 목적 간 관계에 대한 아주 간단한 예가 바로 1차 산업혁명 이후의 지식 전달을 위한 대중교육(mass education)에서 4차 산업혁명기인 최근의 지식 창조 능력을 기르기 위한 맞춤형 학습(individualized learning) 강조로의 교육 지향점 변화이다. 공교육 시작의 목적이라 할 수 있는 대중교육은 모든 국민에게 평등하게 지식을 습득할 기회를 주는 것에 초점을 두어 왔다. 그러나 디지털 지능정보사회인 현재를 살아가는 우리에게는 단순히 지식을 가지고 있는 것만으로는 시시각각 변화하는 사회에 대응하기에 부족하므로 학교 교육의 목적과 방향이 개별 학생의 특성을 최대한 살려, 그들이 습득한 지식을 적절히 활용하고 재구조화하며, 서로 다른 영역의 지식 간의 조합과 융합을 통해 문제를 해결해 나가기 위한 협업 등을 위해 사회·정서적 능력과 고차 사고력 등의 ‘역량’을 갖춘 인재 양성으로 변화하였다.

이러한 학교 교육 목적의 변화는 OECD(2018)를 비롯한 국제기구에서도 공통으로 논의되는 메가트렌드에 해당하며, 우리나라에서도 2015 개정 교육과정에서부터 21세기 핵심역량을 갖춘 창의융합형 인재양성을 목적으로 하고 있다(교육부, 2015). 이제 곧 학교 교육에 적용할 2022 개정 교육과정에서도 ‘주도성(agency)’, ‘변화의 수용과 가치 창조’, ‘포용’ 등과 같은 삶의 기본 역량을 강조하고 있으며, ‘학습의 과정’에 초점을 두는 ‘맞춤형 교육’을 통해 지속 가능한 발전을 추구하는 것을 학교 교육의 핵심으로 삼고 있다(교육부, 2021). 다시 말하면, **현재의 그리고 미래의 학교 교육은 지식(knowledge) 자체보다는 알아가는(knowing), 즉, 생활하면서 필요한 지식을 스스로 찾아 학습, 이해, 기억하고 이를 적절히 응용, 적용하며 이러한 활동을 반복적으로 수행하는 즉, 지속해서 학습할 수 있는 능력을 더욱 강조하는 것이다.**

삶의 문제를 해결하기 위해 스스로 학습하는 능력을 갖춘 평생 학습자를 양성하려면 학교 교육이 학습자의 학습 과정에 초점을 맞추어야 하고, 이는 수업뿐만 아니라 평가에서도 학습의 결과와 과정을 모두 살펴야 한다는 점과 ‘학습으로서의 평가(assessment as learning)’의 역할을 다시 한번 강조한다. 평가가 단순히 학습의 결과를

알기 위한 것이 아니라, 학생의 학습 상태와 특성을 진단하고 개별 학생의 진단 결과에 나타난 강점과 약점 분석을 바탕으로 적절한 피드백을 제공하여 궁극적으로 학생의 성장과 발달을 돕는 본래의 기능을 하도록 하려면 학생이 평가에 더욱 적극적으로 참여할 수 있어야 한다.

현재 단위학교에서 과정중심 평가가 원활히 수행되고, 과정중심 평가 방법의 하나로 서·논술형 평가가 상당한 비율로 활용되고 있다. 서·논술형 평가는 학생이 주어진 문제를 해결하기 위해 주어진 선택지 중에서 가장 적절한 것을 고르는 최소한의 개입을 요구하는 유형의 문항이 아니다. 이 문항 유형은 학생이 문제에서 요구하는 바가 무엇인지를 명확히 이해하고, 교과 내용 중에서 문제와 관련이 있다고 생각되는 내용을 자신의 기억 속에서 인출(retrieval)하여 문제의 요구에 맞게 적절히 가공하거나 내용을 구성하는 적극적인 개입을 요구한다. 이는 또한 여러 지식을 새롭게 연계·통합할 수 있는 심층 이해 능력과 지식의 활용을 강조하는 역량 평가에도 적절한 도구이기도 하다. 즉, 서·논술형 문항을 활용하는 것은 **평가 자체가 학생이 스스로 사고하고 자기 생각과 의견을 표현하며, 새로운 지식을 구성할 기회**를 제공하는 학습의 기회가 되도록 할 수 있다.

과정중심 평가는 학생들이 수업 시간에 학습한 내용이 평가에 반영되어야 한다는 평가의 기본 원칙을 다시금 상기시킨다. 따라서 과정중심 평가를 실천하기 위한 방법의 하나인 서·논술형 평가 역시 수업과 긴밀하게 연계되어야 한다. 수업과 연계한 서·논술형 평가는 평가 계획의 수립, 평가도구의 개발과 평가 실시, 채점과 결과 처리, 학생에게 피드백 제공, 그리고 평가 계획으로부터 피드백 제공까지의 전체 과정을 성찰하여 이후의 평가 활동을 위한 개선점을 찾는 교사의 자체 평가 과정을 단계적으로 살피나가는 것이 좋다(김경희, 이명진, 2021). 특히 서·논술형 평가 계획은 수업과 평가를 통해 학생이 습득하기를 바라는 본질적인 목표가 무엇인지를 명확히 하고, 그에 따라 교육과정 내용과 성취기준, 학습목표 등을 분석하여 수업과 평가의 목표를 학생들이 분명히 이해할 수 있게 해야 한다. 서·논술형 평가는 단순히 기억해 둔 지식을 확인하도록 하는 것이 목적이 아니라, 학습한 내용을 온전히 이해할 수 있게 하고, 이해한 내용을 학생의 생활과 가까운 실제적 문제를 해결하기 위해 적용, 응용해보게 함으로써 논리적 사고력, 창의적 사고력, 문제해결력 등 고차원적 사고력 함양을 목적으로 한다는 것을 항상 염두에 두어야 한다. 따라서 서·논술형 평가도구를 개발할 때에는 평가계획 시 설정한 성취기준과 목표에서 추구하는 지식, 기능, 태도와 이를 종합적으로 활용·응용하는 능력을 평가할 수 있도록 해야 한다. 평가도구에서 문항만큼이나 중요한 채점기준은 문항에서 측정하려는 평가요소와 요소별 수준, 그리고 수준별 행동 특성이 구체적으로 기술되어 있어서 평가요소에 따른 수준별 행동 특성이 명확히 구분될 수 있어야 한다. 평가는 학생들에게 평가를 시행하고 채점하여 결과를 내는 것으로 끝나는 것이 아니다. **채점기준에 근거한 평가 결과에 따라 개별 학생에게 적절한 피드백을 제공하고, 학생이 피드백을 충분히 이해하고 활용하여 자신의 학습 상태를 스스로 알고 잘한 부분을 중심으로 부족한 점을 채워나갈 수 있는 기회를**

주어 학생의 인지적, 정서적 성장을 위해 한 발자국 앞으로 나아가게 하는 과정까지를 포함해야 한다. 그래야 평가가 ‘학습’으로서의 역할에 보다 충실해지는 것이다.

많은 경우 서·논술형 평가는 정기고사보다 수행평가의 일부로 활용된다. 그러나 앞으로 정기고사에서도 서·논술형 평가의 활용을 확대할 필요가 있다. 정기고사에서의 문항 형태는 대체로 선다형이거나 단답형이다. 물론 선다형이나 단답형 문항이 단순 지식만을 묻거나 학습의 결과만을 다룰 수 있는 것은 아니다. 다만, 서·논술형 문항은 학생이 작성한 답안을 통해 학생의 사고 과정이나 의견을 논리적으로 표현하기 위한 구성의 모양새, 서로 다른 여러 영역의 지식을 분석하고 종합하여 새로운 지식을 생성하는 과정 등을 가시적으로 보여 주기에 학습이나 사고의 ‘과정’에 대한 직접 근거를 확인할 수 있는 것이다. 과정중심 평가는 수행평가에서만 실천될 수 있는 것이 아니다. 정기고사 역시 과정중심 평가의 취지에 부합해야 하고, 따라서 수업 시간에 학습한 내용과 활동에 근거한 평가가 이루어져야 한다. 만약 수업 중에 자신의 의견을 글로 적게 하거나, 문제 상황을 제시하고 적절한 해결 방안을 찾는 토의 활동을 하였다면, 정기고사에서도 이러한 내용과 활동을 반영하는 간단한 서술형이나 모둠이 아닌 개별 학생 단위에서 지나치게 복잡하지 않은 수준의 문제 해결 방안을 제시하는 논술형 문항을 통해 수업과 평가가 일치되도록 하는 것이 마땅하다. ‘학생이 배운 대로 평가한다’는 말은 수업 방법과 똑같은 양태(modality)로만 평가해야 한다는 것이 아니라, 수업을 통해 학생이 학습한 내용과 참여한 활동은 어떠한 형태로든 평가할 수 있다는 의미로 이해해야 한다. 이러한 의미에서 대학수학능력시험에서도 서·논술형 문항을 도입하고자 하는 노력이 이미 이루어지고 있지 않은가. 동일한 맥락에서 서·논술형 평가가 추구하는 바가 내용 지식의 온전한 이해와 적용을 통한 고차 사고력 증진에 있다는 점이 반드시 수행평가에서만 활용되는 것이 타당하다는 것 역시 잘못된 편견이다. 하나의 평가 유형이 반드시 특정의 목적을 위해서만 활용된다는 편견은 교사로서 반드시 뛰어넘어야 할 학생평가의 크나큰 오해 중의 하나라는 점을 잊지 말아야 할 것이다.

#### [참고문헌]

- 교육부(2015). 초·중등학교 교육과정 총론. 교육부 고시 제2015-74호 [별책 1].
- 교육부 보도자료(2021. 11. 24.) '2022 개정 교육과정' 총론 주요사항 발표 - 더 나은 미래, 모두를 위한 교육 -
- 김경희, 이명진(2021). 교수학습과 학생평가 개선을 위한 서·논술형 평가 지침 활용 및 피드백 효과 제고 방안. 교육과정평가연구, 24(3), 27-51.
- 서울시교육청 (2019). 2019 주요업무계획. 서울시교육청.
- OECD(2018). The future of education and skills education 2030. Retrieved January 20, 2020, from [https://www.oecd.org/education/2030/E2030%20Position%20Paper%20\(05.04.2018\).pdf](https://www.oecd.org/education/2030/E2030%20Position%20Paper%20(05.04.2018).pdf)

# 수업과 연계한 서·논술형 평가, 이렇게 하세요!



서·논술형 평가 절차	수업-평가 연계	
	연계 방향	연계 지점

 <b>평가 계획 수립</b>	이해와 전이를 위한 수업과 평가의 방향 설정	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 수업을 통해 도달해야 할 본질적 목표 설정</li> <li>• 실생활 맥락의 과제를 통해 달성될 수 있는 수업 및 평가 계획 수립</li> </ul>
	교육과정 맵핑에 근거한 수업-평가 설계	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 교육과정에 대한 충분한 해석을 통한 교육과정 재구성</li> </ul>
 <b>평가 도구 개발</b>	성취기준에 근거한 평가 과제와 채점기준표 개발	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 성취기준에 근거하여 평가 요소를 추출</li> <li>• 평가 과제와 채점기준표를 함께 개발</li> </ul>
	학습자의 성장을 유도하는 학습경험과 피드백 제공	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 구체적이고 정교한 피드백 계획 수립</li> <li>• 평가 결과를 교수와 학습에 유의미하고 효과적으로 활용</li> </ul>

## ● 수업-평가 설계 시 고려할 점 ●

- 수업과 평가가 학습자의 본질적인 앎에 도달하게 하도록 하는 본질적 목표와 질문(지식, 기능, 태도의 성취기준을 포괄) 설정
- 실생활의 맥락 속에서 지식을 탐구하고 적용할 수 있도록 구체적인 과제 상황과 학습 경험을 계획
- 지향하는 본질적 목표, 이해와 전이 가능한 수업-평가를 설계하기 위해서는 관련된 일부 성취기준만을 분절적으로 다루기보다는 교육과정의 전체 맥락 속에서 해당 성취기준 이해
- 효과적인 수업-평가의 설계를 위해 관련 성취기준을 통합하거나 재배열하여 교육과정 재구성

- 교육과정의 성취기준에 대한 해석을 바탕으로 목표하는 성취기준을 파악하고 수업과 평가를 위한 학습요소 추출
- 학습요소에 근거하여 평가 과제(문항)와 채점기준표를 함께 구안
- 평가 과제(문항)는 수업 맥락, 학습자 맥락(발달, 유의미성)을 고려하여 수업과 연계되어 수행될 수 있도록 구안
- 평가 과제(문항)는 상황, 자료, 성취기준과 평가 요소의 세 범주를 고려
- 채점기준표는 분석적 채점과 총체적 채점의 관점을 고려

- 학습 향상과 수업 개선의 핵심으로서 피드백의 중요성에 대한 인식 제고
- 학습자 특성을 고려한 유의미한 비계(scaffolding)와 피드백 제공
- 피드백을 인지적 측면에서는 목표 참조 피드백, 자기 참조 피드백으로 구체화하고, 정서적인 피드백도 다양하게 제공
- 교사 평가 및 동료 평가, 자기 평가 등 다양한 평가 방법과 피드백 활용
- 평가를 위한 평가가 아닌, 수업과 학습 경험의 연장선에서 이루어지는 평가를 지향하여 수업과 평가를 연계하고 평가 피로도와 평가 불안 감소



# 서·논술형 평가 단계별 점검

단계	점검 항목	확인
평가 계획 수립	• 수업과 평가의 목표는 수업을 통해 학생에게 기르고자 하는 본질적 목표인가	☑
	• 교육과정의 내용, 성취기준, 학습목표를 숙지하고 충분히 분석 하여 지식, 기능, 태도를 고르게 평가하도록 계획했는가	☑
	• 논리적, 창의적 사고력, 문제해결력 등 고차적인 사고 능력이나 이러한 능력을 복합적으로 활용할 수 있는 종합적 사고력을 평가하도록 계획했는가	☑
	• 학생에게 기르고자 하는 본질적 목표에 적합한 수업 방법과 평가 방법을 선택하고 설계했는가	☑
	• 평가의 결과를 교수와 학습의 질을 개선하는데 활용할 수 있는 평가 방법인가	☑
	• 소속 교육청의 학업성적 관리 지침을 준수했는가	☑
	• 평가 시기 및 횟수, 반영 비율, 채점기준 등 평가활동 제반 사항을 교과(학년)협의회에서 협의하여 평가 계획을 수립하였는가	☑
	• 학기별로 수립된 평가 계획을 학기 초에 미리 공지하거나 공지할 계획을 수립했는가	☑

과제 개발	점검 항목	확인
평가 도구 개발	• 문항(과제)은 학생들이 학습목표와 성취기준에 제시된 지식, 기능, 태도를 활용하여 문제를 풀이할 수 있도록 기술되어 있는가	☑
	• 문항에서 요구하는 것을 학생들이 명확하게 알 수 있도록 문항은 명료하게 기술되어 있는가	☑
	• 수업에서 전개된 교수학습활동과 문항(과제)은 충분히 연계되어 있는가	☑
	• 문항은 논리적, 창의적, 비판적 사고력, 문제해결력 등이나 다양한 지식과 사고 능력을 복합적이고 종합적으로 활용하는 능력을 다루고 있는가	☑
	• 학생들이 문항에 응답하는데 어느 정도의 시간을 할애해야 하는지 정보가 제공되어 있는가	☑
	• 내용 지식의 습득 여부나 정도만을 측정하고 있는 것은 아닌가	✕
	• 학생들이 답하고 싶은 문항을 선택할 수 있는 기회를 제공하고 있는가	✕

채점기준표 개발	점검 항목	확인
채점기준표 개발	• 성취기준, 평가 요소 등 문항에서 평가하고자 하는 능력을 채점기준표가 다루고 있는가	☑
	• 채점기준표의 수준은 학생들의 수행을 변별할 수 있도록 구분되어 있는가	☑
	• 각 수준의 기대수행은 명확하고 구체적으로 진술되어 있는가	☑
	• 서술형과 논술형의 특성을 고려하여 예외답안, 모범답안, 유사답안, 답안의 인정 범위 등이 고려되어 있는가	☑
	• 미리 예측하지 못한 예외적인 답안의 가능성을 확인하고 교과협의회에서 충분히 협의 했는가	☑
	• 채점기준표를 완성한 후 학생, 학부모에서 평가 요소와 채점기준을 공지하였는가	☑

단계	점검 항목	확인
 <b>평가시행 및 채점</b>	• 교실 밝기, 온도 조절, 소음 방지 등 최적의 평가 환경 조성 하였는가	☑
	• 수업 시간 내에 서·논술형 평가를 실시하였는가	☑
	• 부정행위를 예방하도록 만전을 기하고 부정행위가 발생한 경우 학업성적관리 규정에 따라 처리하였는가	☑
	• 평가 시행 시기 및 시간, 시험정보에 대한 안내 정도, 환경 등 시행 여건이 학급별로 동일하도록 시행 설계하고 실시하였는가	☑
	• 시험 시작 전에 유의사항을 충분히 안내하고 문제지 인쇄 상태를 확인 하였는가	☑
	• 정확하고 공정한 채점을 위하여 체계적인 절차를 마련하고 절차에 따라 채점하였는가	☑
	• 학생의 이름과 같은 정보를 가리고 채점 하였는가	☑
	• 채점과 재검은 동일 학년, 교과와 담당교사가 공동으로 실시하고(담당교과 교사 1인인 경우 제외) 학생 답안에 대한 채점 결과에 오류가 없도록 하였는가	☑
	• 채점기준을 숙지하고 동료교사와의 충분한 공유를 통한 채점자 내 신뢰도와 채점자 간 신뢰도 확보하였는가	☑
	• 채점기준표에 따라 채점하고 점수를 답안지에 분명히 표기, 채점 근거를 명시 하였는가 또한, 전산 처리 시에 문항점수의 표기와 실제 채점결과의 일치 여부 확인 하였는가	☑
• 서·논술형 평가의 답안지의 유출, 훼손, 분실되지 않도록 관리 하였는가	☑	
 <b>평가 결과 피드백</b>	• 학생 수행에 대한 피드백은 채점기준과 연결하여 학생의 수행 결과와 과정에 대해 구체적으로 제공 하였는가	☑
	• 풀이과정을 분석하여 인지적 측면 뿐 아니라 정의적 측면에 대해서도 피드백 제공 하였는가	☑
	• 학생과 피드백에 대해 충분히 소통하여 피드백 내용을 이해할 수 있도록 하였는가	☑
	• 자기참조 피드백이나 목표 참조 피드백을 적절히 활용하고 학생의 자기 주도적 학습력이 형성될 수 있도록 지원 하였는가	☑
	• 학생이 도달해야 할 목표, 학생의 현 수준, 도달목표와 학생 수준 간의 간극을 잘 파악하여 피드백을 구성하였는가	☑
	• 피드백 결과를 이후 수업 내용이나 방법 조정 및 학생 지도 계획에 반영 하였는가	☑

※ 박혜영. (2020). 수업과 평가의 연계를 강화한 서·논술형 평가, 어떻게 할까요? (ORM 2020-3-2). KICE 이슈페이퍼. 한국교육과정평가원에서 일부 발췌하여 정리함.

---

# 수업과 연계한 수학과 서·논술형 평가 실천하기

---

---

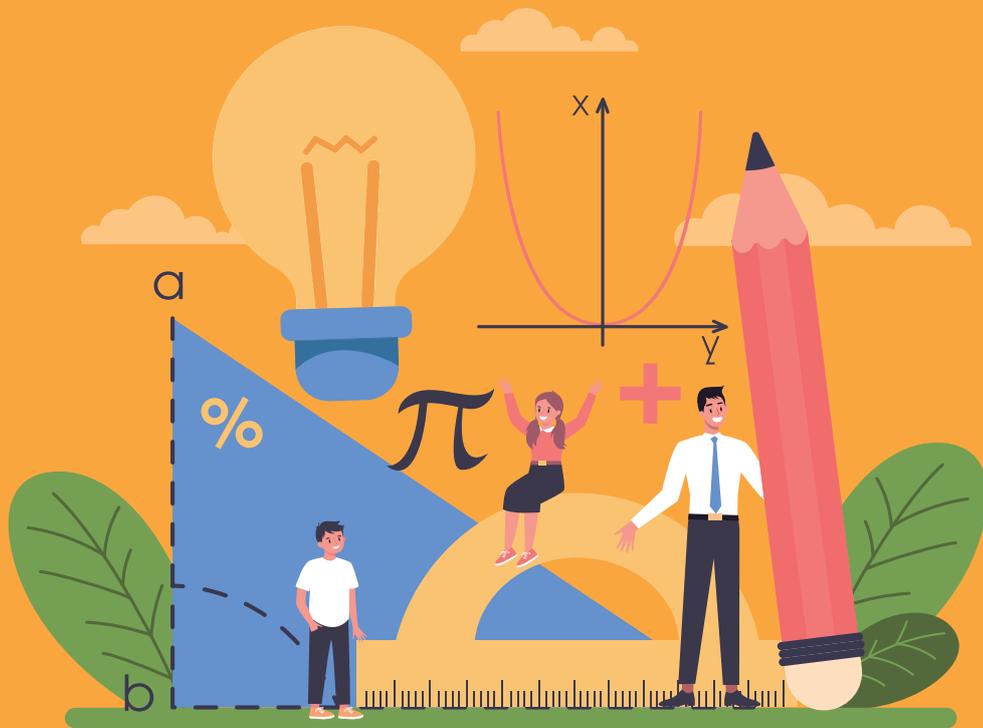
# >> 중학교

## CONTENTS

---

- 01.** 수와 연산  
유리수와 순환소수
  - 02.** 문자와 식  
일차방정식
  - 03.** 함수  
일차함수의 성질
  - 04.** 기하  
다각형의 성질
  - 05.** 확률과 통계  
경우의 수
-

# 수업과 연계한 수학과 서·논술형 평가 실천하기



01

중학교

수와 연산

# 유리수와 순환소수



# 01 수와 연산

## 유리수와 순환소수

### 1. 수업과 평가 개요

<p><b>교육과정 성취기준</b></p>	<p>[9수01-06] 순환소수의 뜻을 알고, 유리수와 순환소수의 관계를 이해한다.</p>	<p><b>평가요소</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 유한소수로 나타낼 수 있는 분수</li> <li>- 순환소수로 나타낼 수 있는 분수</li> <li>- 순환소수(유한소수)를 분수꼴로 바꾸는 이유와 방법</li> <li>- 수체계로서의 유리수 구조화</li> </ul>
<p><b>단원 선정 의도</b></p>	<p>중학교 수학과 교육과정 중 '수와 연산' 영역은 초등학교에서 배운 자연수, 분수, 소수 등의 연산을 바탕으로 정수, 유리수, 무리수, 실수 등과 같은 각각의 수체계에서 사칙계산이 정의되고 연산의 성질이 일관되게 성립함을 이해하게 해야한다. 중2에서 다루는 유리수와 순환소수는 중1에서 유리수의 사칙연산을 먼저 수행한 후 수체계로서의 유리수에 대한 개념을 인식하게 하기 위해 순환소수라는 개념을 접목하게 되는데, 학생들은 수체계로서의 유리수를 이해하고 구조화하기 보다는 순환소수로 나타낼 수 있는 <math>\frac{\text{정수}}{\text{정수}}</math>의 특징과 순환소수를 <math>\frac{\text{정수}}{\text{정수}}</math>로 나타내는 방법을 학습하는데 머무는 경우가 많다. 이에 따라 수체계로서의 유리수에 대한 개념을 이해하고 이를 구조화하여 설명할 수 있게 하는데 그 목적을 두고 수업과 연계한 사·논술형 평가자료를 개발하고자 한다.</p>		
<p><b>교과역량</b></p>	<p><input type="checkbox"/> 문제해결    <input checked="" type="checkbox"/> 추론    <input checked="" type="checkbox"/> 의사소통    <input type="checkbox"/> 정보처리    <input type="checkbox"/> 창의융합    <input checked="" type="checkbox"/> 태도 및 실천</p>		
<p><b>핵심질문</b></p>	<p>◎ <b>사실적·개념적 질문</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 유리수란 무엇인가? (분수표현과 소수표현)</li> <li>- <math>\frac{\text{정수}}{\text{정수}}</math> 중 어떤 경우에 유한소수로 나타내어지는가?</li> <li>- 유한소수는 반드시 <math>\frac{\text{정수}}{\text{정수}}</math>로 나타낼 수 있는가?</li> <li>- <math>\frac{\text{정수}}{\text{정수}}</math> 중 어떤 경우에 순환소수로 나타내어지는가?</li> <li>- 순환소수는 반드시 <math>\frac{\text{정수}}{\text{정수}}</math>로 나타낼 수 있는가?</li> <li>- 유리수를 분수표현으로 구조화할 수 있는가? 또 유리수를 소수표현으로 구조화할 수 있는가?</li> </ul> <p>◎ <b>사고를 위한 비계 질문(토의/토론 질문)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 분수로 나타낸 유리수를 보고, 소수로 바꾸면 유한소수일지, 순환소수일지 예측할 수 있을까?</li> <li>- 순환소수를 분수로 나타내기 어려운 이유는 무엇이고, 이를 어떻게 해결할 수 있을까?</li> </ul>	<p><b>연관 사고력</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 분류하기</li> <li>- 추론하기</li> <li>- 설명하기</li> </ul>

서·논술형  
평가 연계  
수업-평가  
진행

◎ 수업

- 1차시: 유리수를  $\frac{\text{정수}}{\text{정수}}$  로 나타낼 수 있는 수로 재정의함. 그런데 수는 분수뿐만 아니라 소수로도 나타낼 수 있으므로 소수로 나타내어지는 유리수에 대한 문제를 제기한 후 유한소수, 무한소수, 순환소수에 대해 이해하게 함.
- 2차시: 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 이해하고 설명할 수 있게 함. 거꾸로 유한소수는 반드시  $\frac{\text{정수}}{\text{정수}}$  로 나타낼 수 있음을 통해 유한소수는 유리수임을 이해하고 설명할 수 있게 함.
- 3~4차시: 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 바탕으로 순환소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 이해하고 설명할 수 있게 함. 예를 통해 순환소수를 분수로 나타내어 보게 하고 그 이유와 과정을 설명할 수 있게 함. 이를 바탕으로 순환소수는 반드시  $\frac{\text{정수}}{\text{정수}}$  로 나타낼 수 있음을 설명할 수 있게 함. 이를 통해 순환소수는 유리수임을 이해하고 설명할 수 있게 함.
- 5차시: 유리수를 분수표현으로 구조화하고 도식화하여 설명하게 함. 같은 방법으로 유리수를 소수표현으로 구조화하고 도식화하여 설명하게 함.

◎ 수행평가

- 수업을 통해 유한소수와 순환소수가 모두 유리수인 이유를 구체적이고 단계적으로 살펴본 후, 학생 스스로 구조화하고 설명할 수 있는지 판단하고 피드백 하기 위한 서술형 평가를 실시함.

◎ 지필평가

- 유한소수, 순환소수 등과 유리수 사이의 관계를 바탕으로 주어진 문제 상황을 이해하고 분석하여 논리적으로 해결할 수 있는지 측정하기 위한 서술형 평가를 실시함.

## 2. 서·논술형 평가와 연계한 수업

차시	교수·학습 활동	평가 방법 및 내용	문항 번호
1	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ [준비학습] 중1때 배운 유리수의 정의 확인</li> <li>◎ [활동1] 수의 분수표현과 소수표현의 각각의 장점 찾아 발표하기</li> <li>◎ [활동2] 유리수를 소수로 나타내고, 형태에 따라 분류하기                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- 유한소수, 순환소수(무한소수) 등으로 분류할 수 있음을 설명하고 정리하기</li> </ul> </li> <li>◎ [정리]                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- 수의 분수표현과 소수표현의 장점</li> <li>- 유한소수, 무한소수, 순환소수, 순환마디, 순환소수의 표현</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 형성평가                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- 수의 분수표현과 소수표현의 장점</li> </ul> </li> </ul>	

차시	교수·학습 활동	평가 방법 및 내용	문항 번호
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ [준비학습] 유리수, 유한소수, 순환소수</li> <li>◎ [탐구1] 유한소수는 반드시 <math>\frac{\text{정수}}{\text{정수}}</math> 로 나타낼 수 있는지 판단하고, 그 이유 설명하기                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- 유한소수로 나타낼 수 있는 수는 모두 유리수인지 판단하고 토의하기</li> </ul> </li> <li>◎ [탐구2] 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징 탐구하기</li> <li>◎ [정리]                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징</li> <li>- 모든 유한소수는 유리수임</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 서술형 평가                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- 유한소수가 모두 유리수인 이유 설명하기</li> <li>- 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징</li> </ul> </li> </ul>	<div style="margin-bottom: 10px;"><span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px; background-color: #f96;">1</span></div> <div><span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px; background-color: #f96;">2</span></div>
3~4	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ [준비학습] 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징</li> <li>◎ [탐구1] 순환소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징 탐구하기</li> <li>◎ [탐구2] 순환소수를 분수로 나타내기                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- 순환소수를 분수로 나타내기 어려운 이유와 해결방안 탐구하기</li> <li>- 주어진 순환소수를 분수로 나타내기</li> </ul> </li> <li>◎ [탐구3] 순환소수는 반드시 <math>\frac{\text{정수}}{\text{정수}}</math> 로 나타낼 수 있는지 판단하고, 그 이유 설명하기                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- 순환소수로 나타낼 수 있는 수는 모두 유리수임을 설명하기</li> </ul> </li> <li>◎ [정리]                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- 순환소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징</li> <li>- 순환소수는 모두 유리수임</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 서술형 평가                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- 순환소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징</li> <li>- 순환소수를 분수로 바꾸기</li> <li>- 순환소수가 모두 유리수인 이유 설명하기</li> </ul> </li> </ul>	<div style="margin-bottom: 10px;"><span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px; background-color: #f96;">3</span></div> <div><span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px; background-color: #f96;">4</span></div>
5	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ [준비학습]                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- 수를 소수꼴로 나타내었을 때 유한소수와 순환소수로 나타내어지는 수는 모두 유리수임</li> </ul> </li> <li>◎ [과제1] 자연수, 정수, 유리수 등을 분수표현으로 분류하여 구조화하고 각자의 방법으로 도식화하기</li> <li>◎ [과제2] 자연수, 정수, 유리수 등을 소수표현으로 분류하여 구조화하고 각자의 방법으로 도식화하기</li> <li>◎ [정리]                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- 수 체계로서의 유리수</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 형성평가                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- 유리수 분류 및 도식화</li> </ul> </li> </ul>	

## 문항번호 1 수행평가 서술형 / 지필평가 서술형

교육과정 성취기준	[9수01-06] 순환소수의 뜻을 알고, 유리수와 순환소수의 관계를 이해한다.
출제이도	초등학교에서 배운 소수를 분수로 바꾸는 방법을 바탕으로 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 이해하고 설명하게 한 후 유한소수는 유리수임을 인지하고 있는지 평가하고자 한다.
수업과의 연계	2차시 수업의 [탐구1]에서는 유한소수는 반드시 분수로 나타낼 수 있고 유한소수로 나타낼 수 있는 수는 모두 유리수임을 탐구한 후, [탐구2]에서는 [탐구1]과 연계하여 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징에 대해 탐구하므로 이를 정리하고 개별 학생의 도달점을 파악한 후 피드백하기 위한 목적으로 평가를 실시한다.

### ☑ 관련 수업 자료

#### [준비학습]

##### 1. 유리수의 정의를 써보자.

##### 2. 소수를 분수로, 분수는 소수로 바꿔 보자.

(1) 1.24

(2) -5.3

(3)  $\frac{1}{4}$ (4)  $\frac{5}{6}$ 

#### [탐구1] 유한소수는 모두 유리수일까?

##### 1. 유한소수를 1개를 쓴 후, 이를 분수로 나타내어 보자.

##### 2. 유한소수는 반드시 $\frac{\text{정수}}{\text{정수}}$ 로 나타낼 수 있다고 판단되는가? 그 이유를 설명해 보자.

3. “유한소수로 나타낼 수 있는 수 중 유리수가 아닌 수도 있다.”라는 주장에 대해 옳고 그름을 판단하고 그 이유에 대해 모둠의 친구들과 토의한 후, 우리 모둠의 의견을 정리해 보자.

[탐구2] 유한소수로 나타낼 수 있는 분수는 어떤 특징이 있을까?

1. 주어진 분수를 소수로 바꿔보지 않아도 유한소수로 나타낼 수 있는지, 없는지 어떻게 판단할 수 있을까?

예를 들어  $\frac{7}{2}$ ,  $\frac{6}{15}$  을 소수로 바꾼다면 유한소수로 나타낼 수 있을까?

2. 위의 활동을 바탕으로 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징에 대해 모둠의 친구들과 토의한 후, 우리 모둠의 의견을 정리해 보자.

📌 **평가 문항**

1. 분수 A는 유리수이다. 분수 A를 소수로 바꾸면 반드시 유한소수로 나타낼 수 있다고 할 때, 분수 A의 특징을 쓰고, 그 이유를 설명하시오. (3점)

2. “모든 유한소수는 유리수이다.”라는 주장에 대해 옳고 그름을 판단하고 유리수의 정의를 바탕으로 그 이유를 설명하시오. (2점)

### 예시 답안

1. 분수  $A$ 를 기약분수꼴로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 한다.  
왜냐하면 분모가 10의 거듭제곱인 분수는 유한소수로 나타낼 수 있고, 10은 소인수분해 했을 때 2와 5의 곱으로만 나타낼 수 있기 때문이다.
2. 옳다. 왜냐하면 유리수는  $\frac{\text{정수}}{\text{정수}}$  로 나타낼 수 있는 수이고, 유한소수는 분모가 10의 거듭제곱이고 분자가 정수인 분수꼴로 나타낼 수 있기 때문이다.

### 채점 기준

문항	평가 항목	배점	채점 기준	
1	유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징	2	2 분수 $A$ 를 기약분수꼴로 나타낸 후, 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 함을 쓴 경우	
			1	분수 $A$ 를 기약분수꼴로 나타내어야 함을 썼으나, 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 함을 언급하지 않은 경우
				분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 함을 썼으나, 분수 $A$ 를 기약분수꼴로 나타내어야 함을 언급하지 않은 경우
		0	그 외의 오답	
	정당화 (추론)	1	1 분수 $A$ 가 그 특징을 갖는 이유에 대해 구체적인 근거를 들어 옳게 설명한 경우	
			0	그 외의 오답
2	유한소수와 유리수 사이의 관계	2	2 옳다고 판단하고, 유한소수는 분모가 10의 거듭제곱이고 분자가 정수인 분수꼴로 나타낼 수 있음을 바탕으로 모든 유한소수는 유리수임을 옳게 설명한 경우	
			1	옳다고 판단했으나, 모든 유한소수가 유리수임을 명확히 설명하지 못한 경우
				유한소수는 분모가 10의 거듭제곱이고 분자가 정수인 분수꼴로 나타낼 수 있음을 바탕으로 모든 유한소수는 유리수임을 옳게 설명했으나, 옳은지 그른지 판단하지 않은 경우
		0	그 외의 오답	

### 출제 시 유의사항

- 2번 문항을 “모든 유한소수가 유리수인지 판단하고 그 이유를 설명하시오”라고 제시할 수도 있다. 이 경우, 학생들은 “유리수이다. 왜냐하면 모든 유한소수는  $\frac{\text{정수}}{\text{정수}}$  의 꼴로 나타낼 수 있기 때문이다.”와 같이 답하게 된다. 따라서 출제목적에 따라 문항에서 무엇을, 어떻게 제시할 것인지 달라지므로 출제 목적을 분명히 하는 것이 필요하다.

🗣️ 학생 답안 및 채점 사례

문항	내용																	
1	답안	<p>A의 분모를 소인수분해했을 때 2나 5가 있다. 유한소수가 되려면 분모를 10의 거듭제곱 형태로 만들어 주어야 하기 때문이다,</p>																
	채점	<table border="1"> <thead> <tr> <th>평가 항목</th> <th>배점</th> <th>채점 기준</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="3">유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징</td> <td>2</td> <td>분수 A를 기약분수꼴로 나타낸 후, 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 함을 쓴 경우</td> </tr> <tr> <td rowspan="2">1</td> <td>분수 A를 기약분수꼴로 나타내어야 함을 썼으나, 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 함을 언급하지 않은 경우</td> </tr> <tr> <td>분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 함을 썼으나, 분수 A를 기약분수꼴로 나타내어야 함을 언급하지 않은 경우</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>그 외의 오답</td> </tr> <tr> <td rowspan="2">정당화 (주론)</td> <td>1</td> <td>분수 A가 그 특징을 갖는 이유에 대해 구체적인 근거를 들어 옳게 설명한 경우</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>그 외의 오답</td> </tr> </tbody> </table>	평가 항목	배점	채점 기준	유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징	2	분수 A를 기약분수꼴로 나타낸 후, 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 함을 쓴 경우	1	분수 A를 기약분수꼴로 나타내어야 함을 썼으나, 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 함을 언급하지 않은 경우	분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 함을 썼으나, 분수 A를 기약분수꼴로 나타내어야 함을 언급하지 않은 경우	0	그 외의 오답	정당화 (주론)	1	분수 A가 그 특징을 갖는 이유에 대해 구체적인 근거를 들어 옳게 설명한 경우	0	그 외의 오답
	평가 항목	배점	채점 기준															
유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징	2	분수 A를 기약분수꼴로 나타낸 후, 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 함을 쓴 경우																
	1	분수 A를 기약분수꼴로 나타내어야 함을 썼으나, 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 함을 언급하지 않은 경우																
		분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 함을 썼으나, 분수 A를 기약분수꼴로 나타내어야 함을 언급하지 않은 경우																
0	그 외의 오답																	
정당화 (주론)	1	분수 A가 그 특징을 갖는 이유에 대해 구체적인 근거를 들어 옳게 설명한 경우																
	0	그 외의 오답																
지도 방안	<p><math>\frac{3}{30}</math>의 경우, 분모의 소인수가 2와 5뿐만 아니라 3도 있지만 이 분수를 소수로 나타내면 유한소수가 됨을 통해 기약분수로 나타내야 하는 필요성을 다시 한번 상기하게 한다.</p>																	
2	답안	<p>분모가 10의 거듭제곱 꼴이고, 분자가 정수이기 때문에 유리수 꼴로 나타내어지기 때문이다.</p>																
	채점	<table border="1"> <thead> <tr> <th>평가 항목</th> <th>배점</th> <th>채점 기준</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="3">유한소수와 유리수 사이의 관계</td> <td>2</td> <td>옳다고 판단하고, 유한소수는 분모가 10의 거듭제곱이고 분자가 정수인 분수꼴로 나타낼 수 있음을 바탕으로 모든 유한소수는 유리수임을 옳게 설명한 경우</td> </tr> <tr> <td rowspan="2">1</td> <td>옳다고 판단했으나, 모든 유한소수가 유리수임을 명확히 설명하지 못한 경우</td> </tr> <tr> <td>유한소수는 분모가 10의 거듭제곱이고 분자가 정수인 분수꼴로 나타낼 수 있음을 바탕으로 모든 유한소수는 유리수임을 옳게 설명했으나, 옳은지 그렇지 판단하지 않은 경우</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>그 외의 오답</td> </tr> </tbody> </table>	평가 항목	배점	채점 기준	유한소수와 유리수 사이의 관계	2	옳다고 판단하고, 유한소수는 분모가 10의 거듭제곱이고 분자가 정수인 분수꼴로 나타낼 수 있음을 바탕으로 모든 유한소수는 유리수임을 옳게 설명한 경우	1	옳다고 판단했으나, 모든 유한소수가 유리수임을 명확히 설명하지 못한 경우	유한소수는 분모가 10의 거듭제곱이고 분자가 정수인 분수꼴로 나타낼 수 있음을 바탕으로 모든 유한소수는 유리수임을 옳게 설명했으나, 옳은지 그렇지 판단하지 않은 경우	0	그 외의 오답					
	평가 항목	배점	채점 기준															
유한소수와 유리수 사이의 관계	2	옳다고 판단하고, 유한소수는 분모가 10의 거듭제곱이고 분자가 정수인 분수꼴로 나타낼 수 있음을 바탕으로 모든 유한소수는 유리수임을 옳게 설명한 경우																
	1	옳다고 판단했으나, 모든 유한소수가 유리수임을 명확히 설명하지 못한 경우																
		유한소수는 분모가 10의 거듭제곱이고 분자가 정수인 분수꼴로 나타낼 수 있음을 바탕으로 모든 유한소수는 유리수임을 옳게 설명했으나, 옳은지 그렇지 판단하지 않은 경우																
0	그 외의 오답																	
지도 방안	<p>모든 유한소수가 유리수인지 판단하려면 먼저 유리수의 정의를 언급한 후 유한소수가 유리수의 정의에 부합함을 설명해야 함을 이해하게 한다. 더불어 문제에서 주장의 옳고 그름을 판단하라고 했으므로 누락해서는 안됨을 강조한다.</p>																	

## 문항번호 2

## 지필평가 서술형

※ [출처] 2019 서·논술형 문항 예시자료집

교육과정 성취기준	[9수01-06] 순환소수의 뜻을 알고, 유리수와 순환소수의 관계를 이해한다.
출제의도	주어진 상황과 조건을 이해하고 문제를 해결하는 과정에서 유한소수로 나타낼 수 있는 기약분수의 특징이 필요함을 인식하고 이를 활용할 수 있는지 평가하고자 한다.
수업과의 연계	2차시 수업 내용의 이해 정도를 파악하고 피드백하기 위한 서술형 평가를 실시한 후 이와 연계하여 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징에 대해 명확히 인지하고 있는지 측정하기 위한 평가를 실시한다.

 평가 문항

1. 분수  $\frac{21}{330} \times x$ 가 <조건>을 만족할 때, 가장 큰 자연수  $x$ 를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. (3점)

< 조건 >

- (가) 소수로 나타내면 유한소수이다.  
(나)  $x$ 는 두 자리 자연수이다.

 예시 답안

1.  $\frac{21}{330} = \frac{3 \times 7}{2 \times 3 \times 5 \times 11} = \frac{7}{2 \times 5 \times 11}$  이므로  $\frac{21}{330} \times x = \frac{7 \times x}{2 \times 5 \times 11}$  이다.

조건 (가)에서 주어진 분수를 소수로 나타내면 유한소수라고 하였고 유한소수로 나타낼 수 있는 기약분수는 분모에 2 또는 5이외의 소인수를 가지지 않으므로  $x$ 는 11의 배수이다. 또, 조건 (나)에 의하여  $x$ 는 두 자리 자연수이므로  $x$ 가 될 수 있는 수는 11의 배수 즉 11, 22, 33, ..., 99이다.

따라서 두 조건 (가), (나)를 모두 만족하는 가장 큰 자연수  $x$ 는 99이다.

**☑ 채점 기준**

문항	평가 항목		배점	채점 기준	
1	유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징	풀이	2	1	$\frac{21}{330}$ 을 $\frac{7}{2 \times 5 \times 11} = \frac{7}{110}$ 과 같이 기약분수의 형태로 나타낸 경우
			1	1	유한소수로 나타낼 수 있는 기약분수의 특징을 이해하고 $x$ 가 11의 배수임을 구한 경우
	답	1	1	1	99로 쓴 경우
			0	0	그 외의 오답

**🔍 출제 시 유의사항**

- 조건 (가)에 의해  $x$ 가 될 수 있는 수는 11의 배수이지만 110의 경우  $\frac{21}{330} \times 110 = 7$ 이므로 정수가 된다. 그런데 정수를 유한소수로 표현할 수 있는 수로 볼 것인가에 대한 부분은 논란이 될 소지가 있으므로 출제 시 조건 (나)와 같이 그 범위를 제한함으로써 평가하고자 하는 목적에 맞게 문항을 개발해야 한다. 즉 출제 후에는 여러 시각으로 문항을 검토함으로써 문항 자체의 오류뿐만 아니라 논란이 될 소지가 없는지 사전에 충분한 협의를 거치는 것이 필요하다.

**📌 교사용 팁**

- 하나의 소단원, 중단원 등을 마친 후, 학생들이 이에 해당하는 총괄적인 문항을 풀이하는 경우 충분한 설명 없이 숫자와 식의 나열을 통해 문제를 해결하는 경우가 많다. 또, 이런 풀이를 하는 학생들 중 내용 이해와 상관없이 문제를 푸는 기계적인 습관에만 길들여 있는 경우도 다수 관찰된다. 따라서 수학적 의사소통 및 서·논술형 평가가 강조되고 있는 현 상황에서는 수업 시간 중에도 빠른 속도의 문제 풀이에 앞서 왜 그렇게 풀이할 수 있는지에 대해 말 또는 글로 설명해보게 하여 풀이 과정과 함께 근거를 제시 할 수 있도록 지도하는 것이 필요하다.

**문항번호 3** 수행평가 서술형 / 지필평가 서술형

교육과정 성취기준	[9수01-06] 순환소수의 뜻을 알고, 유리수와 순환소수의 관계를 이해한다.
출제이도	순환소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 이해하고 설명하게 한 후 순환소수를 항상 분수꼴로 바꿀 수 있는지 확인한 다음, 이를 바탕으로 모든 순환소수는 유리수임을 인지하고 있는지 평가하고자 한다.
수업과의 연계	3~4차시 수업의 [탐구1]에서 순환소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 탐구하고, [탐구2]에서 순환소수를 분수로 나타내기 어려운 이유와 해결방안을 탐구하고 주어진 순환소수를 분수로 나타내는 방법에 대해 학습한 후, [탐구3]에서는 [탐구1], [탐구2]와 연계하여 순환소수는 반드시 분수로 나타낼 수 있고 순환소수로 나타낼 수 있는 수는 모두 유리수임을 알아보았으므로 이를 정리하고 개별 학생의 도달점을 파악한 후 피드백하기 위한 목적으로 평가를 실시한다.

**☑ 관련 수업 자료**
**[준비학습]**
**1. 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 말하십시오.****[탐구1] 순환소수로 나타낼 수 있는 분수는 어떤 특징이 있을까?**
**1.  $\frac{1}{7}$  과  $\frac{9}{15}$  를 각각 소수로 바꾸고 순환소수로 나타내어지는지 확인해 보자.****2.  $\frac{1}{7}$  을 소수로 나타내면 순환소수가 될 수밖에 없는 이유에 대해 모둠의 친구들과 토의한 후, 우리 모둠의 의견을 정리해 보자.**

3. “주어진 기약분수에서 분모의 소인수가 2 또는 5이외의 소인수를 가지면 그 분수는 반드시 순환소수로 나타내어진다.” 라는 주장에 대해 옳고 그름을 판단하고 그 이유에 대해 모둠의 친구들과 토의한 후, 우리 모둠의 의견을 정리해 보자.

[탐구2] 유한소수는 분모가 10의 거듭제곱인 분수로 바꿀 수 있다. 그렇다면 순환소수를 분수로 바꾸려면 어떻게 해야 할까?

1.  $0.\dot{2}\dot{7}$  과 같은 순환소수는 분수로 나타내기 어렵다. 그 이유와 해결 방안에 대해 모둠의 친구들과 토의한 후, 우리 모둠의 의견을 정리해 보자.

2. 순환소수  $0.\dot{2}\dot{7}$  을 분수로 나타내고, 그 방법을 같은 모둠의 친구에게 설명해 보자.

3. 순환소수  $3.1\dot{6}\dot{5}$  를 분수로 나타내고, 그 방법을 같은 모둠의 친구에게 설명해 보자.

[탐구3] 순환소수는 모두 유리수일까?

1. 순환소수는 반드시 분수로 나타낼 수 있다고 판단되는가? 그 이유를 설명해 보자.

2. “순환소수로 나타낼 수 있는 수 중  $\frac{\text{정수}}{\text{정수}}$  가 아닌 수도 있다.”라는 주장에 대해 옳고 그름을 판단하고 그 이유에 대해 모둠의 친구들과 토의한 후, 우리 모둠의 의견을 정리해 보자.

### 📌 평가 문항

1. 분수  $A$ 는 유리수이다. 분수  $A$ 를 소수로 바꾸면 반드시 순환소수로 나타낼 수 있다고 할 때, 분수  $A$ 의 특징을 쓰고, 분수  $A$ 가 그 특징을 갖는 이유를 구체적으로 설명하시오. (4점)

2. 다음 순환소수를 분수로 나타내는 풀이과정과 답을 쓰시오. (단 풀이과정은 순환마디를 소거하는 과정을 포함해야 한다.) (각 3점, 총 6점)

(1)  $3.\dot{7}$

(2)  $2.3\dot{1}4$

3. “순환소수는 무한소수이므로, 모두 유리수인 것은 아니다.”라는 주장에 대해 옳고 그름을 판단하고 그 이유를 설명하시오. (2점)

**예시 답안**

1. 분수 A를 기약분수꼴로 나타냈을 때, 분모가 2나 5이외의 다른 소인수를 가지면 분수 A는 순환소수로 나타낼 수 있다.  
 왜냐하면 분모가 2나 5이외의 다른 소인수를 가지는 기약분수는 유한소수로 나타낼 수 없고, 이 기약분수를 소수로 바꾸기 위해 (분자)÷(분모)를 계산할 때, 나누는 과정에서 나올 수 있는 나머지는 (분모-1) 이하의 수만 가능하므로 그 개수가 유한하여 나머지가 반복될 수 밖에 없기 때문이다.

2. (1)  $3.\dot{7}$ 을  $x$ 라고 하면

①의 양변에 10을 곱하면  $x = 3.777\dots$  ..... ①  
 $10x = 37.777\dots$  ..... ②

②에서 ①을 번끼리 빼어 순환마디를 소거하면  $9x = 34, x = \frac{34}{9}$

따라서 정답은  $\frac{34}{9}$ 이다.

(2)  $2.3\dot{1}4$ 를  $x$ 라고 하면

①의 양변에 10을 곱하면  $x = 2.3141414\dots$  ..... ①  
 $10x = 23.141414\dots$  ..... ②

②의 양변에 100을 곱하면  $1000x = 2314.141414\dots$  ..... ③

③에서 ②를 번끼리 빼어 순환마디를 소거하면  $990x = 2291, x = \frac{2291}{990}$

따라서 정답은  $\frac{2291}{990}$ 이다.

3. 옳지 않다. 왜냐하면 모든 순환소수는 순환마디를 소거하여 분모와 분자가 모두 정수인 분수로 나타낼 수 있으므로 유리수이기 때문이다.

**채점 기준**

문항	평가 항목	배점	채점 기준
1	순환소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징	2	2 분수 A를 기약분수꼴로 나타냈을 때, 분모가 2나 5이외의 다른 소인수를 가져야 함을 쓴 경우
			1
		0	그 외의 오답
	정당화 (추론)	2	2 기약분수를 소수로 바꾸는 과정에서 나올 수 있는 나머지의 개수가 유한함을 설명하고, 이를 바탕으로 순환소수가 될 수 밖에 없음을 옳게 설명한 경우
			1
		0	그 외의 오답

문항	평가 항목	배점	채점 기준
2	(1) 순환소수를 분수로 나타내기	풀이	2 (순환소수를 $x$ 라 하고) 순환마디를 소거하는 과정을 옳게 설명한 경우
			1 (순환소수를 $x$ 라 하고) 10의 거듭제곱을 곱하였으나 순환마디를 소거하지 못한 경우
			0 그 외의 오답
	(2) 순환소수를 분수로 나타내기	답	1 정답을 구한 경우
			0 그 외의 오답
			0 그 외의 오답
3	순환소수와 유리수 사이의 관계	2	2 옳지 않다고 판단하고, 모든 순환소수는 순환마디를 소거하여 분모와 분자가 정수인 분수꼴로 나타낼 수 있으므로 유리수임을 옳게 설명한 경우
			1 옳지 않다고 판단했으나, 모든 순환소수가 유리수임을 명확히 설명하지 못한 경우
			1 모든 순환소수는 순환마디를 소거하여 분모와 분자가 정수인 분수꼴로 나타낼 수 있으므로 유리수임을 옳게 설명했으나, 옳지 않다고 판단하지 않은 경우
			0 그 외의 오답
			0 그 외의 오답
			0 그 외의 오답

### 출제 시 유의사항

- 3번 문항을 “모든 순환소수가 유리수인지 판단하고 그 이유를 설명하시오.”라고 제시할 수도 있다. 이 경우, 학생들은 “유리수이다. 왜냐하면 모든 순환소수는  $\frac{\text{정수}}{\text{정수}}$  의 꼴로 나타낼 수 있기 때문이다.”와 같이 답하게 된다. 따라서 출제목적에 따라 문항에서 무엇을, 어떻게 제시할 것인지 달라지므로 출제 목적을 분명히 하는 것이 필요하다.

🗣️ 학생 답안 및 채점 사례

문항	내용																					
	답안	<p style="text-align: center;"> </p>																				
1	채점	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 15%;">평가 항목</th> <th style="width: 10%;">배점</th> <th style="width: 75%;">채점 기준</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="3" style="text-align: center;">순환소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td>분수 A를 기약분수꼴로 나타냈을 때, 분모가 2나 5이외의 다른 소인수를 가져야 함을 쓴 경우</td> </tr> <tr> <td rowspan="2" style="text-align: center;">1</td> <td>분수 A를 기약분수꼴로 나타내어야 함을 썼으나, 분모가 2나 5이외의 다른 소인수를 가져야 함을 언급하지 않은 경우</td> </tr> <tr> <td>분모가 2나 5이외의 다른 소인수를 가져야 함을 썼으나, 분수 A를 기약분수꼴로 나타내어야 함을 언급하지 않은 경우</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">0</td> <td colspan="2">그 외의 오답</td> </tr> <tr> <td rowspan="3" style="text-align: center;">정당화 (추론)</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td>기약분수를 소수로 바꾸는 과정에서 나올 수 있는 나머지의 개수가 유한함을 설명하고, 이를 바탕으로 순환소수가 될 수 밖에 없음을 옳게 설명한 경우</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td>기약분수를 소수로 바꾸는 과정에서 나올 수 있는 나머지의 개수가 유한함을 설명했으나, 순환소수가 될 수 밖에 없음을 설명하는 과정이 다소 미흡한 경우</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">0</td> <td colspan="2">그 외의 오답</td> </tr> </tbody> </table>	평가 항목	배점	채점 기준	순환소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징	2	분수 A를 기약분수꼴로 나타냈을 때, 분모가 2나 5이외의 다른 소인수를 가져야 함을 쓴 경우	1	분수 A를 기약분수꼴로 나타내어야 함을 썼으나, 분모가 2나 5이외의 다른 소인수를 가져야 함을 언급하지 않은 경우	분모가 2나 5이외의 다른 소인수를 가져야 함을 썼으나, 분수 A를 기약분수꼴로 나타내어야 함을 언급하지 않은 경우	0	그 외의 오답		정당화 (추론)	2	기약분수를 소수로 바꾸는 과정에서 나올 수 있는 나머지의 개수가 유한함을 설명하고, 이를 바탕으로 순환소수가 될 수 밖에 없음을 옳게 설명한 경우	1	기약분수를 소수로 바꾸는 과정에서 나올 수 있는 나머지의 개수가 유한함을 설명했으나, 순환소수가 될 수 밖에 없음을 설명하는 과정이 다소 미흡한 경우	0	그 외의 오답	
평가 항목	배점	채점 기준																				
순환소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징	2	분수 A를 기약분수꼴로 나타냈을 때, 분모가 2나 5이외의 다른 소인수를 가져야 함을 쓴 경우																				
	1	분수 A를 기약분수꼴로 나타내어야 함을 썼으나, 분모가 2나 5이외의 다른 소인수를 가져야 함을 언급하지 않은 경우																				
		분모가 2나 5이외의 다른 소인수를 가져야 함을 썼으나, 분수 A를 기약분수꼴로 나타내어야 함을 언급하지 않은 경우																				
0	그 외의 오답																					
정당화 (추론)	2	기약분수를 소수로 바꾸는 과정에서 나올 수 있는 나머지의 개수가 유한함을 설명하고, 이를 바탕으로 순환소수가 될 수 밖에 없음을 옳게 설명한 경우																				
	1	기약분수를 소수로 바꾸는 과정에서 나올 수 있는 나머지의 개수가 유한함을 설명했으나, 순환소수가 될 수 밖에 없음을 설명하는 과정이 다소 미흡한 경우																				
	0	그 외의 오답																				
	지도 방안	<p>분수 A를 기약분수꼴로 나타냈을 때, 분모의 소인수에 2나 5가 없어야 한다는 것과 2나 5이외의 다른 소인수를 가져야 한다는 것의 차이를 인식하게 한다. 또한 분수 A의 특징에 대한 이유가 무엇인지 다시 한번 생각해 보도록 한 후, 교사의 발문을 통해 학생이 스스로 사고하고 정당화하여 설명할 수 있게 지도한다.</p>																				

문항	내용																																					
	답안	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>(1) <math>3.\dot{7}</math></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 150px;"> <p>3.7을 x라 하자.</p> <math display="block">10x = 37.7777\dots</math> <math display="block">x = 3.7777\dots</math> <hr style="width: 50%; margin: 5px auto;"/> <math display="block">9x = 34</math> <math display="block">x = \frac{34}{9}</math> <math display="block">3.\dot{7} = \frac{34}{9}</math> </div> </div> <div style="text-align: center;"> <p>(2) <math>2.3\dot{1}4</math></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 150px;"> <p>2.314를 x라 하자.</p> <math display="block">1000x = 2314.1414\dots</math> <math display="block">10x = 23.1414\dots</math> <hr style="width: 50%; margin: 5px auto;"/> <math display="block">990x = 2291</math> <math display="block">x = \frac{2291}{990}</math> <math display="block">2.3\dot{1}4 = \frac{2291}{990}</math> </div> </div> </div>																																				
2	채점	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 10%;">번호</th> <th style="width: 20%;">평가 항목</th> <th style="width: 5%;">배점</th> <th style="width: 65%;">채점 기준</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="6">(1)</td> <td rowspan="3">순환소수를 분수꼴로 나타내기</td> <td rowspan="3">풀이</td> <td>2</td> <td>(순환소수를 x라 하고) 순환마디를 소거하는 과정을 옳게 설명한 경우</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>(순환소수를 x라 하고) 10의 거듭제곱을 곱하였으나 순환마디를 소거하지 못한 경우</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>그 외의 오답</td> </tr> <tr> <td rowspan="3">답</td> <td>1</td> <td>정답을 구한 경우</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>그 외의 오답</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>그 외의 오답</td> </tr> <tr> <td rowspan="6">(2)</td> <td rowspan="3">순환소수를 분수꼴로 나타내기</td> <td rowspan="3">풀이</td> <td>2</td> <td>(순환소수를 x라 하고) 순환마디를 소거하는 과정을 옳게 설명한 경우</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>(순환소수를 x라 하고) 10의 거듭제곱을 곱하였으나 순환마디를 소거하지 못한 경우</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>그 외의 오답</td> </tr> <tr> <td rowspan="3">답</td> <td>1</td> <td>정답을 구한 경우</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>그 외의 오답</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>그 외의 오답</td> </tr> </tbody> </table>	번호	평가 항목	배점	채점 기준	(1)	순환소수를 분수꼴로 나타내기	풀이	2	(순환소수를 x라 하고) 순환마디를 소거하는 과정을 옳게 설명한 경우	1	(순환소수를 x라 하고) 10의 거듭제곱을 곱하였으나 순환마디를 소거하지 못한 경우	0	그 외의 오답	답	1	정답을 구한 경우	0	그 외의 오답	0	그 외의 오답	(2)	순환소수를 분수꼴로 나타내기	풀이	2	(순환소수를 x라 하고) 순환마디를 소거하는 과정을 옳게 설명한 경우	1	(순환소수를 x라 하고) 10의 거듭제곱을 곱하였으나 순환마디를 소거하지 못한 경우	0	그 외의 오답	답	1	정답을 구한 경우	0	그 외의 오답	0	그 외의 오답
번호	평가 항목	배점	채점 기준																																			
(1)	순환소수를 분수꼴로 나타내기	풀이	2	(순환소수를 x라 하고) 순환마디를 소거하는 과정을 옳게 설명한 경우																																		
			1	(순환소수를 x라 하고) 10의 거듭제곱을 곱하였으나 순환마디를 소거하지 못한 경우																																		
			0	그 외의 오답																																		
	답	1	정답을 구한 경우																																			
		0	그 외의 오답																																			
		0	그 외의 오답																																			
(2)	순환소수를 분수꼴로 나타내기	풀이	2	(순환소수를 x라 하고) 순환마디를 소거하는 과정을 옳게 설명한 경우																																		
			1	(순환소수를 x라 하고) 10의 거듭제곱을 곱하였으나 순환마디를 소거하지 못한 경우																																		
			0	그 외의 오답																																		
	답	1	정답을 구한 경우																																			
		0	그 외의 오답																																			
		0	그 외의 오답																																			
지도 방안	<p>순환마디가 n개일 때, 10^n을 곱하여 순환소수를 분수로 나타냈는데 꼭 그래야만 하는 것인지 다른 방법은 없는지 생각해 보게 한다.</p>																																					

문항	내용											
	답안	<p style="text-align: center;">순환마디를 서로 빼주어서 정수 부분만 남길 수 있기 때문에 그런 과정은 거치면 유리수 꼴로 나타낼 수 있다.</p>										
3	채점	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 15%;">평가 항목</th> <th style="width: 10%;">배점</th> <th style="width: 75%;">채점 기준</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="3" style="text-align: center;">순환소수와 유리수 사이의 관계</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td>옳지 않다고 판단하고, 모든 순환소수는 순환마디를 소거하여 분모와 분자가 정수인 분수꼴로 나타낼 수 있으므로 유리수임을 옳게 설명한 경우</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td>옳지 않다고 판단했으나, 모든 순환소수가 유리수임을 명확히 설명하지 못한 경우 모든 순환소수는 순환마디를 소거하여 분모와 분자가 정수인 분수꼴로 나타낼 수 있으므로 유리수임을 설명했으나, 옳지 않다고 판단하지 않은 경우</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">0</td> <td>그 외의 오답</td> </tr> </tbody> </table>	평가 항목	배점	채점 기준	순환소수와 유리수 사이의 관계	2	옳지 않다고 판단하고, 모든 순환소수는 순환마디를 소거하여 분모와 분자가 정수인 분수꼴로 나타낼 수 있으므로 유리수임을 옳게 설명한 경우	1	옳지 않다고 판단했으나, 모든 순환소수가 유리수임을 명확히 설명하지 못한 경우 모든 순환소수는 순환마디를 소거하여 분모와 분자가 정수인 분수꼴로 나타낼 수 있으므로 유리수임을 설명했으나, 옳지 않다고 판단하지 않은 경우	0	그 외의 오답
평가 항목	배점	채점 기준										
순환소수와 유리수 사이의 관계	2	옳지 않다고 판단하고, 모든 순환소수는 순환마디를 소거하여 분모와 분자가 정수인 분수꼴로 나타낼 수 있으므로 유리수임을 옳게 설명한 경우										
	1	옳지 않다고 판단했으나, 모든 순환소수가 유리수임을 명확히 설명하지 못한 경우 모든 순환소수는 순환마디를 소거하여 분모와 분자가 정수인 분수꼴로 나타낼 수 있으므로 유리수임을 설명했으나, 옳지 않다고 판단하지 않은 경우										
	0	그 외의 오답										
	지도 방안	<p>순환소수는 순환마디를 소거할 수 있는데 모든 순환소수가 그렇다고 할 수 있는지 다시 한번 생각해 보고 설명하게 함으로써 모든 순환소수가 유리수임을 인식할 수 있게 한다. 더불어 문제에서 주장의 옳고 그름을 판단하라고 했으므로 누락해서는 안됨을 강조한다.</p>										

문항번호 4

지필평가 서술형

※ [출처] 2019 서·논술형 문항 예시자료집

교육과정 성취기준	[9수01-06] 순환소수의 뜻을 알고, 유리수와 순환소수의 관계를 이해한다.
출제의도	학생들이 생각할 수 있는 의문점을 수업시간에 학습한 내용을 바탕으로 해결하게 함으로서 순환소수를 분수로 나타내는 과정을 명확히 이해하고 있는지 평가하고자 한다.
수업과의 연계	3~4차시 수업 내용의 이해 정도를 파악하고 피드백하기 위한 서술형 평가를 실시한 후 이와 연계하여 순환소수는 순환 마디를 제거하여 정수 또는 유한소수로 바꾸어 분수로 나타낼 수 있음을 인지하고 있는지 측정하기 위해 평가를 실시한다.

📌 평가 문항

채윤이는 수학시간에 순환소수를 분수로 나타내는 방법에 대하여 배운 후, 다음과 같은 의문이 생겼다.

1.234를 분수꼴로 바꿀 때,  $x = 1.2\bar{3}4$ 라 하고  $1000x - 10x$ 를 계산하는데, 왜 그렇게 할까?  
또  $x$ 에 1000과 10이외에 다른 수를 곱하면 안 될까?

만약 본인이 채윤이의 의문을 해소할 수 있게 도와주려고 한다면, 어떻게 설명해야 할지 쓰시오. (2점)

📌 예시 답안

$x = 1.23434343434\cdots$ 이므로,  $x$ 에 1000과 10을 곱하면 둘 다 소수점 아래의 부분이 같아지기 때문에 아래와 같이 그 차가 정수 또는 유한 소수가 된다. 이를 이용해서 순환소수를 분수꼴로 나타낼 수 있다.

$$\begin{array}{r}
 1000x = 1234.343434\cdots \\
 -) \quad 10x = \quad 12.343434\cdots \\
 \hline
 1000x - 10x = 1222
 \end{array}$$

그러므로 꼭 1000과 10을 곱하지 않더라도, 소수점 아래의 부분이 같아지지만 한다면 어떤 수를 곱해도 상관없다. 즉,  $100x$ 와  $x$  또는  $10000x$ 와  $100x$ 도 아래와 같이 되어 소수점 아래의 부분이 같아지고, 그 차이가 정수 또는 유한소수가 될 수 있기 때문에 이를 이용해서 순환소수를 분수꼴로 나타낼 수 있다.

$$\begin{array}{r}
 100x = 123.43434343\cdots \\
 -) \quad x = 1.23434343\cdots \\
 \hline
 100x - x = 122.2
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 10000x = 12343.43434343\cdots \\
 -) \quad 100x = 123.43434343\cdots \\
 \hline
 10000x - 100x = 12220
 \end{array}$$

**☑ 채점 기준**

문항	평가 항목	배점	채점 기준
1	순환소수를 분수꼴로 나타내기	2	2 소수점 아래의 부분을 같게 만들기 위해 $1000x - 10x$ 를 계산한다는 사실을 알고, 1000과 10 이외에 비가 100:1인 두 수를 곱해도 됨을 설명한 경우
			1 소수점 아래의 부분을 같게 만들기 위해 $1000x - 10x$ 를 계산한다는 사실은 알고 있으나, 1000과 10 이외에 비가 100:1인 두 수를 곱해도 됨을 설명하지 못한 경우
			1 소수점 아래의 부분을 같게 만들기 위해 $1000x - 10x$ 를 계산한다는 사실은 설명하지는 못했으나, 1000과 10 이외에 비가 100:1인 두 수를 곱해도 됨을 설명한 경우
			0 그 외의 오답

**🗣 출제 시 유의사항**

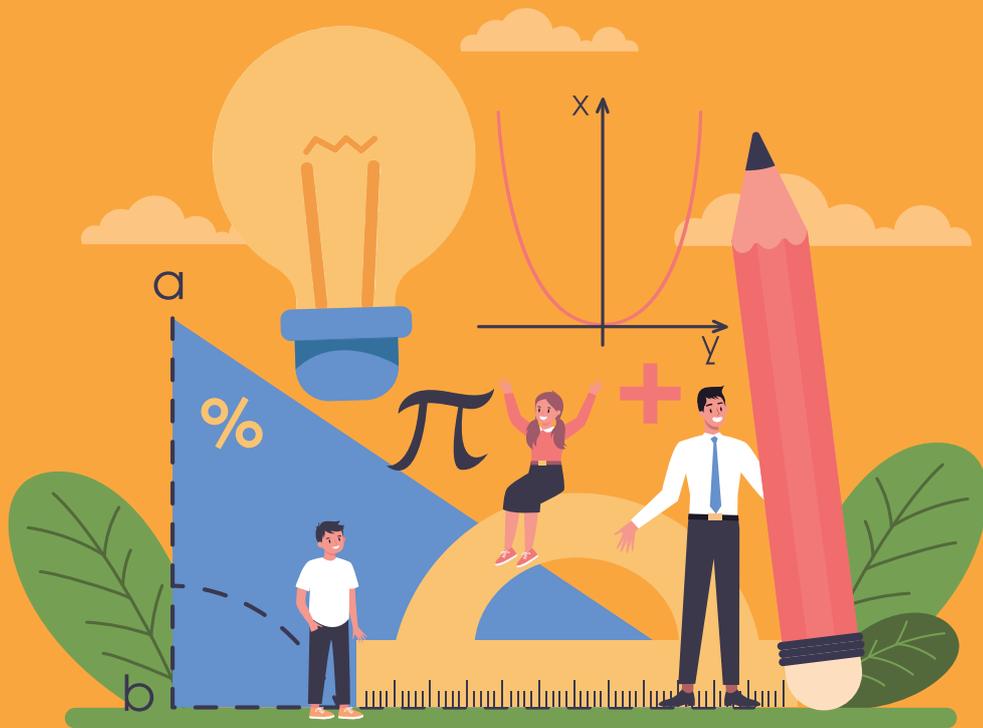
- 유리수와 순환소수 사이의 관계에 관한 평가를 하기 전에 먼저 수업을 어떻게 했는가에 대한 고민이 필요하다. 아무리 좋은 문항이라 하더라도 수업을 통해 수학적 개념을 습득하거나 이해하게 하지 못했거나 단순히 지식으로 습득하게 했다면 평가에서 물을 수 있는 수준 또한 그 정도일 수밖에 없기 때문이다.
- 학교별로 학생들의 수준에 따라 학생들에게 요구하는 정도(수준)를 정하고, 채점 기준에 적용해야 하므로 채점하기 전에 채점 기준에 대한 충분한 논의가 필요가 있다.

**🗣 채점 시 유의사항**

- 본 문항과 같은 형태의 문항의 경우, 예시정답은 있을 수 있으나 예시정답 이외에 다양한 정답이 가능하다. 학생들의 응답을 유사답안으로 추가하기보다 성취해야할 내용을 채점기준으로 수립하고 이에 맞게 채점하는 것이 필요하다.



# 수업과 연계한 수학과 서·논술형 평가 실천하기



02

중학교

문자와 식

일차방정식



# 02 문자와 식 일차방정식

## 1. 수업과 평가 개요

<p>교육과정 성취기준</p>	<p>[9수02-05] 일차방정식을 풀 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.</p>	<p>평가 요소</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 이항의 개념과 원리</li> <li>- 일차방정식의 해</li> <li>- 문제 해결 과정에 대한 반성</li> </ul>
<p>단원 선정 의도</p>	<p>일차방정식은 학생들이 배우는 방정식의 가장 첫 시작이면서 글로 되어 있는 문제 상황을 식으로 바꾸어 해결하는 시작점이다. 따라서 이 단원 학습을 통해 학생들이 식의 중요성을 느끼며 일차방정식을 활용하여 문제를 해결하고, 그 결과를 검토함으로써 올바른 판단을 할 수 있게 하고자 한다.</p>		
<p>교과역량</p>	<p><input checked="" type="checkbox"/> 문제해결    <input checked="" type="checkbox"/> 추론    <input checked="" type="checkbox"/> 의사소통    <input type="checkbox"/> 정보처리    <input type="checkbox"/> 창의융합    <input type="checkbox"/> 태도 및 실천</p>		
<p>핵심질문</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 사실적·개념적 질문                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- 주어진 일차방정식의 해를 구할 수 있는가?</li> <li>- 주어진 문제 상황을 방정식으로 표현할 수 있는가?</li> </ul> </li> <li>◎ 사고를 위한 비계 질문(토의/토론 질문)                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- 주어진 조건을 만족하는 해가 존재하는가?</li> <li>- 조건에 맞지 않는 상황을 어떻게 해석할 수 있는가?</li> </ul> </li> </ul>	<p>연관 사고력</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 해석하기</li> <li>- 추론하기</li> <li>- 점검하기</li> </ul>
<p>서-논술형 평가 연계 수업-평가 진행</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 수업                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- 1차시: 방정식과 항등식, 등식의 성질 개념을 복습하고 일차방정식과 그 해의 의미에 대해 탐구하게 함.</li> <li>- 2차시: 등식의 성질과 연결하여 이항의 개념의 뜻을 알게 함. 이항을 이용하여 일차방정식의 해를 구하는 방법을 익히고, 간단한 일차방정식의 해를 구할 수 있게 함.</li> <li>- 3차시: 괄호가 있는 일차방정식을 풀고, 계수가 분수나 소수인 일차방정식을 보다 간단하게 바꾸어 일차방정식의 해를 구할 수 있게 함.</li> <li>- 4차시: 일차방정식의 풀이를 복습하고, 간단한 일차방정식의 활용 문제를 다룰 수 있게 함.</li> <li>- 5차시: 문자가 제시되지 않은 일차방정식의 활용 문제를 다룰 수 있게 함. 또한, 주어진 일차방정식 활용문제를 풀어 나온 해가 문제 상황에 적합한 해인지 검토하여 문제의 적합성을 판단하게 함.</li> </ul> </li> <li>◎ 수행평가                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- 기본적으로 일차방정식의 해를 구하는 원리를 잘 이해하고 있는지 파악하고, 주어진 문제 상황을 방정식으로 나타내고, 방정식을 풀어 나온 해가 문제 상황에 적합한 해인지 검토하며, 문제의 적합성을 판단할 수 있는 문항을 제시함.</li> </ul> </li> </ul>		

## 2. 서·논술형 평가와 연계한 수업

차시	교수·학습 활동	평가 방법 및 내용	문항 번호
1~2	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ [준비학습] 방정식, 항등식, 등식의 성질 확인해보기</li> <li>◎ [탐구] 방정식이 참이 되게 하는 미지수의 값을 찾는 방법 탐구하기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>x</math>에 대한 방정식에서 등식이 참이 되게 하는 <math>x</math>값을 추정해서 대입해보기</li> <li>- <math>x</math>에 대한 방정식에서 등식의 성질을 이용하여 <math>x</math>값을 구하려면 어떤 형태의 등식을 만들어야 되는지 확인한 후, 그 형태로 만들어서 <math>x</math>값 구하고, 대입해서 확인하기</li> </ul> </li> <li>◎ [정리] 탐구활동을 방정식의 해, 이항의 개념으로 정리하며 적용하고, 일차방정식의 개념 알기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 이항 개념을 적용하여 주어진 방정식의 해 구하기</li> <li>- 주어진 방정식을 일차방정식과 아닌 것으로 구분하기</li> </ul> </li> <li>◎ [확인] 간단한 일차방정식의 해 구하기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 괄호가 포함되어 있지 않고 계수가 정수인 일차방정식의 해 구하기</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 서술형평가(2차시에 진행) <ul style="list-style-type: none"> <li>- 이항의 원리를 알고, 이항을 이용해 일차방정식의 해 구하기</li> </ul> </li> </ul>	1
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ [준비학습] 간단한 일차방정식의 해 구하기</li> <li>◎ [탐구1] 계수가 유리수인 일차방정식을 쉽게 푸는 방법 탐구하기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 계수가 정수가 아닌 유리수일 때 어떤 점이 불편한지 생각해보고, 그 불편한 점을 해소하기 위해 등식의 성질 중 어떤 것을 활용할 수 있는지 생각해보기</li> <li>- 계수가 정수가 아닌 유리수인 일차방정식의 양변에 같은 수를 곱하거나 나눠서 식을 간단하게 만든 후 이항을 이용하여 해 구하기</li> </ul> </li> <li>◎ [탐구2] 괄호가 포함된 일차방정식의 해 구하기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 분배법칙을 이용하여 괄호가 포함된 일차방정식의 해 구하기</li> </ul> </li> <li>◎ [정리] 다양한 일차방정식의 해 구하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 형성평가 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 다양한 형태의 일차방정식의 해 구하기</li> </ul> </li> </ul>	
4~5	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ [준비학습] 다양한 형태의 일차방정식의 해 구하기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 계수가 유리수인 일차방정식, 괄호가 포함된 일차방정식의 해 구하기</li> </ul> </li> <li>◎ [탐구1] 실생활 문제를 일차방정식을 활용해 해결하기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 문자가 직접 제시된 실생활 문제에서 조건에 맞는 일차방정식을 세워 해를 구하고, 검토하기</li> <li>- 문자가 직접 제시되어 있지 않은 실생활 문제에서 적절하게 미지수를 정하고 방정식 세우기</li> <li>- 다양한 문제 상황을 방정식으로 표현하고 해를 구한 후 문제의 조건에 맞는 해인지 검토하기</li> </ul> </li> <li>◎ [탐구2] 실생활과 관련된 일차방정식 문제 만들기 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 일상생활에서 쉽게 접할 수 있는 소재를 활용하여 모둠별로 일차방정식을 이용해 해결할 수 있는 문제 만들기</li> <li>- 다른 모둠에서 만든 문제가 적절한지 검토하기</li> <li>- 실생활과 관련된 문제를 일차방정식을 활용하여 해결하였으나 구한 해가 문제의 조건에 맞지 않는 경우를 확인하고, 문제의 조건을 적절히 바꾸거나 적절한 대안 생각하기</li> </ul> </li> <li>◎ [정리] 일차방정식을 활용한 다양한 문제 해결하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 형성평가 <ul style="list-style-type: none"> <li>- 일차방정식을 활용하여 문제 해결하기</li> </ul> </li> <li>◎ 서술형평가(5차시에 진행) <ul style="list-style-type: none"> <li>- 주어진 일차방정식 활용 문제의 적절성을 검토하여 해결할 수 있는 문제인지 확인하기</li> </ul> </li> </ul>	2

문항번호 1 수행평가 서술형

교육과정 성취기준	[9수02-05] 일차방정식을 풀 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.
출제의도	학생들이 일차방정식을 풀기 위해 이항을 할 때, 부호가 바뀌는 이유도 모른 채 기계적으로 계산을 하는 경우가 많다. 중학생부터 원리를 탐구하며 ‘왜?’라는 질문에 답하면서 수학을 공부해야 한다고 생각해 이를 평가에 반영하여 학생들의 학습에 영향을 주고자 하였다. 특히, 이항의 개념은 학생들이 혼동할 수 있는 개념으로 양변을 같은 수로 나누거나 곱하는 것도 이항으로 생각하기 때문에 이런 오개념을 확인하고, 피드백할 수 있는 평가를 하고자 한다.
수업과의 연계	학생들이 ‘이항’ 개념을 기계적으로 학습하도록 하지 않고, 이항이 성립하는 이유를 알고, 그 의미를 생각해보게 하고자 ‘이항의 원리’ 수업과 연계하여 평가한다.

📌 관련 수업 자료

[준비학습]

1. 다음의 용어의 뜻을 써보자.

(1) 방정식

(2) 항등식

2. 등식의 성질을 이용하여 다음 중 항상  $a = b$ 가 되는 등식을 찾아보자.

$a + 2 = b + 2$ 
 $2a = 3b$ 
 $2a + 1 = 2b - 1$ 
 $-2a + 2b = 0$

[탐구]

3. 다음 등식이 참이 되게 하는  $x$ 의 값을 찾아보자.

$3x = x + 6$

x의 값	3x	x + 6	등식의 참, 거짓
1			
2			
3			
4			

(1) 방정식의 해의 의미를 적어보자.

(2) 방정식  $3x = x + 6$ 의 해를 구해보자.

(3)  $x = 2$ 를 해로 갖는 방정식을 찾아보자.

$$2x + 6 = 5x + 12 \quad -x + 3 = 2x - 1 \quad -3x = -x - 4 \quad x + 2 = 5$$

(4) 방정식  $3x = x + 6$ 의 해를 등식의 성질을 이용하여 구해보자.

→ 방정식의 해를 추측해서 대입하는 것과 등식의 성질을 이용하여 방정식의 해를 구하는 방법 중 더 유용하다고 생각하는 방법을 적고 그 이유를 설명해보자.

4. 다음은 방정식  $4x = 2x + 12$ 을 등식의 성질을 이용하여 풀이 단계이다.

$$4x = 2x + 12$$

A단계 :  $4x - 2x = 12$

B단계 :  $2x = 12$

C단계 :  $x = 6$

(1) '항을 옮긴다'는 말을 '이항'이라고 한다. 위의 단계 중 이항이 되었다고 할 수 있는 단계를 적고 그 이유를 말해보자.

(2) '이항'의 개념이 등식의 성질 중 어떤 것을 이용해서 나온 개념인지 설명해보자.

5. '방정식' 중에서도 '일차방정식'은 어떤 의미인지 생각해보자.

내가 생각하는 일차방정식	일차방정식의 뜻

(1)  $4x - 2x + 2 = 2x + 5 - 3$ 은 일차방정식인지 판단하고, 그 이유를 적어보자.

6. 다음 제시된 일차방정식의 해를 구해보자.

(1) $2x = x + 7$	(2) $2x + 1 = 3x$	(3) $4x - 7 = x + 5$
(4) $2x + 10 = -3x$	(5) $-x + 5 = 2x - 4$	(6) $4x + 1 = 2x + 8$

**교사용 Tip**

- 위에서 제시된 방정식  $3x = x + 6$  뿐만 아니라 수업자료의 일부는 수업 의도에 따라 빈칸으로 만든 후, 교사가 수업 장면에서 실시간으로 제공할 수 있다.
- 학생들이 일차방정식의 뜻을 추론한 후 그 뜻을 확인한다면 일차방정식의 의미를 보다 잘 이해할 수 있을 것으로 기대한다.
- 학생들의 수준에 따라 교사의 재량으로 일차방정식의 해를 대입하여 구하는 것과 이항하여 구하는 것의 차이점을 '일차방정식의 해가 하나만 존재하는가?'를 주제로 논의해볼 수 있다.

**평가 문항**

1. 다음은 일차방정식  $3x - 5 = 28$ 의 해를 구하는 과정이다. ㉠, ㉡에서 각각 이항의 개념이 사용되었는지 판단하고, 등식의 성질을 이용하여 그 이유를 설명하시오. [3점]

$3x - 5 = 28$	}	㉠
$3x = 33$		
$x = 11$	}	㉡

㉠ :

㉡ :

## 2. 일차방정식 $7 - 4x = -x + 9$ 의 해를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [2점]

### 예시 답안

1. ㉠에서는 이항의 개념을 사용했다. 양변에 같은 수를 더하거나 빼도 등식이 성립한다는 등식의 성질을 이용하여 등식의 한 변에 있는 항을 그 항의 부호를 바꾸어 다른 변으로 옮기는 것이 이항이다. 좌변의  $-5$  를 우변으로 이항하여  $28 + 5$ 의 값  $33$  을 구한 것이라고 판단할 수 있기 때문이다.

㉡에서는 이항의 개념이 사용되지 않았다. 등식의 성질 중 양변에  $0$ 이 아닌 같은 수를 나눠도 등식이 성립한다는 성질이 사용되었으나 이는 항을 다른 변으로 옮기는 이항이 아니다.

2.  $7 - 4x = -x + 9$ 에서  $-x$ 는 좌변으로,  $7$ 은 우변으로 이항하면,

$-3x = 2$  이므로, 양변을  $-3$ 으로 나누면,  $x = -\frac{2}{3}$ 이다.

### 채점 기준

문항	평가 항목	배점	채점 기준	
1	이항의 원리	3	3	㉠과 ㉡ 각각 이항이 사용된 단계, 사용되지 않은 단계임을 말하고 그렇게 판단한 이유를 두 가지 모두 정확하게 서술한 경우
			2	㉠과 ㉡ 중 하나에 대해서만 이항이 사용되었는지 여부를 판단하고, 그 이유를 정확하게 서술한 경우
			1	㉠과 ㉡ 각각 이항이 사용된 단계, 사용되지 않은 단계임을 말하였으나 그 이유를 전혀 설명하지 못한 경우
			0	그 외의 오답
2	일차 방정식의 해	2	2	$-x$ 와 $7$ 혹은 $-4x$ 와 $9$ 를 이항하는 것을 설명하고, 방정식의 해를 옳게 구한 경우
			1	풀이 과정에 오류가 있거나 풀이 과정 없이 방정식의 해를 옳게 구한 경우
			0	그 외의 오답

### 채점 시 유의사항

- 학생들은 개념을 서술하는 것에 익숙하지 않으므로, 개념을 묻는 문항을 서술형으로 구성한다면, 수업에서 이에 대한 충분한 연습이 이루어져야 한다.
- 이항의 개념을 설명할 때, 등식의 성질이 바탕이 되므로 이를 문항에 명확히 언급할 필요가 있다.

📌 학생 답안 사례

- A 학생 -

문항		내용																
1	답안																	
	채점	이항의 원리	<table border="1"> <thead> <tr> <th>평가 항목</th> <th>배점</th> <th>채점 기준</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>3</td> <td>㉠과 ㉡ 각각 이항이 사용된 단계, 사용되지 않은 단계임을 말하고 그렇게 판단한 이유를 두 가지 모두 정확하게 서술한 경우</td> </tr> <tr> <td></td> <td>2</td> <td>㉠과 ㉡ 중 하나에 대해서만 이항이 사용되었는지 여부를 판단하고, 그 이유를 정확하게 서술한 경우</td> </tr> <tr> <td></td> <td>1</td> <td>㉠과 ㉡ 각각 이항이 사용된 단계, 사용되지 않은 단계임을 말하였으나 그 이유를 전혀 설명하지 못한 경우</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0</td> <td>그 외의 오답</td> </tr> </tbody> </table>	평가 항목	배점	채점 기준		3	㉠과 ㉡ 각각 이항이 사용된 단계, 사용되지 않은 단계임을 말하고 그렇게 판단한 이유를 두 가지 모두 정확하게 서술한 경우		2	㉠과 ㉡ 중 하나에 대해서만 이항이 사용되었는지 여부를 판단하고, 그 이유를 정확하게 서술한 경우		1	㉠과 ㉡ 각각 이항이 사용된 단계, 사용되지 않은 단계임을 말하였으나 그 이유를 전혀 설명하지 못한 경우		0	그 외의 오답
			평가 항목	배점	채점 기준													
				3	㉠과 ㉡ 각각 이항이 사용된 단계, 사용되지 않은 단계임을 말하고 그렇게 판단한 이유를 두 가지 모두 정확하게 서술한 경우													
			2	㉠과 ㉡ 중 하나에 대해서만 이항이 사용되었는지 여부를 판단하고, 그 이유를 정확하게 서술한 경우														
	1	㉠과 ㉡ 각각 이항이 사용된 단계, 사용되지 않은 단계임을 말하였으나 그 이유를 전혀 설명하지 못한 경우																
	0	그 외의 오답																
지도 방안	이 학생의 경우, 이항이 사용된 ㉠에 체크한 후 이를 등식의 성질을 이용해 정확히 설명하였지만, ㉡에 대해서는 설명하지 못하였기 때문에, 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누거나 같은 수를 곱해도 등식의 성질이 성립하는 것은 이항이 아님을 피드백할 수 있다.																	

- B 학생 -

문항		내용													
2	답안														
	채점	일차 방정식의 해	<table border="1"> <thead> <tr> <th>평가 요소</th> <th>배점</th> <th>채점 기준</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>2</td> <td><math>-x</math>와 <math>9</math> 혹은 <math>-4x</math>와 <math>9</math>를 이항하는 것이 설명되고, 방정식의 해를 옳게 구한 경우</td> </tr> <tr> <td></td> <td>1</td> <td>풀이 과정에 오류가 있거나 풀이 과정 없이 방정식의 해를 옳게 구한 경우</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0</td> <td>그 외의 오답</td> </tr> </tbody> </table>	평가 요소	배점	채점 기준		2	$-x$ 와 $9$ 혹은 $-4x$ 와 $9$ 를 이항하는 것이 설명되고, 방정식의 해를 옳게 구한 경우		1	풀이 과정에 오류가 있거나 풀이 과정 없이 방정식의 해를 옳게 구한 경우		0	그 외의 오답
			평가 요소	배점	채점 기준										
				2	$-x$ 와 $9$ 혹은 $-4x$ 와 $9$ 를 이항하는 것이 설명되고, 방정식의 해를 옳게 구한 경우										
			1	풀이 과정에 오류가 있거나 풀이 과정 없이 방정식의 해를 옳게 구한 경우											
	0	그 외의 오답													
지도 방안	이 문제에서 일차방정식 $7 - 4x = -x + 9$ 를 이항하여 $3x = -2$ 풀이 나오려면 $-x$ 와 $7$ 혹은 $-4x$ 와 $9$ 를 이항해야 하는데, 이 학생은 모두 우변에 있는 항을 이항하는 항으로 정했으므로 이 학생이 어떤 의도로 이항하는 항을 $-x$ 와 $9$ 로 답했는지 묻고, 일차방정식의 해를 구하기 위해서는 한 번에는 상수항, 다른 한 번에는 $x$ 가 포함된 항을 이항해야 함을 피드백할 수 있다.														

**문항번호 2**    **수행평가 서술형**

교육과정 성취기준	[9수02-05] 일차방정식을 풀 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.
출제이도	학생들이 일차방정식을 활용한 문제를 해결할 때에 기계적으로 계산하는 것이 아니라, 구한 해가 문제의 조건에 맞는지 검토하도록 하여 역량 중 추론과정의 반성 능력을 함양하고 있는지, 그리고 수학적 기호를 사용하여 논리적으로 서술할 수 있는 의사소통 능력의 '자신의 생각 표현'을 함양하고 있는지 평가하고자 한다.
수업과의 연계	학생들과 함께 구한 해가 문제의 조건에 맞지 않은 일차방정식 활용 문제를 다루면서 '반성하기' 활동을 한 후 평가를 진행한다.

**☑ 관련 수업 자료**
**[준비학습]**
**1. 다음 일차방정식의 해를 구해보자.**

(1) $3x = 6x + 7$	(2) $2(2x + 1) = x + 5$	(3) $0.5x + 1 = 0.2x - 1.6$
(4) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3} = -2$	(5) $-2(x + 3) + 7 = \frac{1}{2}x - 2$	(6) $-(x - 5) = 2(3x + 2) - 13$

**[탐구]**
**2. 일차방정식을 이용하여 주어진 문제를 해결해보자.**

- (1) 반지름의 길이가  $r$  cm인 원의 둘레의 길이와 반지름의 길이가 3 cm이고, 중심각의 크기가  $30^\circ$ 인 부채꼴의 호의 길이가 같다고 할 때,  $r$ 의 값을 구해보자.

3. 문자가 주어지지 않은 문제도 일차방정식을 세워 해결해보자.

(1) 선생님이 현금 10000원으로 마트에 가서 2500원짜리 음료수를 사고, 남은 돈으로 500원짜리 초콜릿을 사려고 할 때, 거스름돈을 받지 않으려면 초콜릿을 몇 개 사야 하는지 구하려고 한다. 문제 상황에 맞는 식을 세워 풀어보자.

→ 초콜릿은 몇 개를 사야 할지 구해보자.

→ 만약 선생님이 500원이 아니라 700원짜리 초콜릿을 사려고 한다면 거스름돈이 생기지 않게 초콜릿을 살 수 있을까? 방정식을 세워 확인해보고 가능한지 설명해보자.

(2) 유진이가 친구들에게 초콜릿을 5개씩 나누어 주려고 하였더니 초콜릿 4개가 부족하여 친구들에게 초콜릿을 4개씩 나눠주었고, 초콜릿 3개가 남았다. 친구는 몇 명인지 구하고 처음 가지고 있던 초콜릿의 개수를 구해보자.

[탐구2]

4. 다음 단계에 맞춰 우리 모둠의 일차방정식 활용문제를 만들어 보자.

(1) 교과서에서 참고할 활용 문제를 찾아 보자.

(2) 일차방정식을 이끌어낼 수 있는 문제 상황을 선정해보자.

(3) (1), (2)를 토대로 활용 문제를 만들어 보자.

(4) 위에서 만든 활용 문제를 직접 풀어보고, 성립이 가능한 문제인지 확인해보자.

(5) 다른 모둠이 만든 활용문제를 적고, 문제를 해결한 후 검토해보자.

### ☑ 교사용 Tip

- 문제 만들기 활동을 통해, 활용문제에서의 '검토'단계를 강조하여 수업을 진행할 수 있으며, 문제 만들기 활동을 하지 않더라도 교사가 직접 조건이 잘못 설정된 활용문제를 제시하고, 이에 대해 토의하는 수업을 진행할 수 있다.
- '검토하기'는 학생들에게 비교적 생소할 수 있는 사항이기 때문에, 수업에서 이런 부분을 다뤄야 평가까지 진행할 수 있다.

### ☑ 평가 문항

1. 아름이가 온라인 이벤트에 당첨되어 친구들에게 초콜릿을 나눠주기로 했다. 친구들에게 초콜릿을 5개씩 나눠주면 9개가 남고, 7개씩 나눠주면 3개가 부족할 때, 일차방정식을 사용하여 친구의 수와 초콜릿의 개수를 구하는 풀이과정과 답을 서술하시오. [4점]

2. 한 변의 길이가  $2y-3$ 인 정사각형의 둘레의 길이와 가로, 세로의 길이가 각각  $y, 2y-4$ 인 직사각형의 둘레의 길이가 같다고 한다. 물음에 답하시오. [4점]

(1) 주어진 상황을 일차방정식으로 나타내고, 일차방정식의 해를 구하는 풀이과정과 답을 서술하시오.

(2) (1)에서 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인하고, 그 이유를 설명하시오.

**예시 답안**

1. 아름이의 친구의 수를  $x$ 라고 하자. 초콜릿의 개수는 변하지 않기 때문에

$$5x + 9 = 7x - 3 = (\text{초콜릿의 개수})\text{이다.}$$

위의 방정식을 풀면,

$$-2x = -12$$

$$x = 6$$

따라서 친구의 수는 6명이고,  $x = 6$ 을 대입하면, 초콜릿은 39개가 된다.

2. (1) 주어진 상황을 일차방정식으로 나타내면

$$4(2y - 3) = 2(y + 2y - 4)\text{이다. 이 일차방정식을 풀면,}$$

$$8y - 12 = 6y - 8\text{이므로 } y = 2\text{이다.}$$

(2)  $y = 2$ 이면, 대입하였을 때 가로와 세로의 길이가 각각  $y, 2y - 4$ 인 직사각형의 세로의 길이가 0이 되므로 문제가 성립할 수 없다.

**채점 기준**

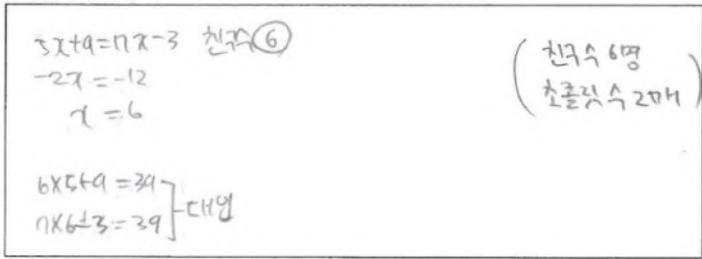
문항	평가 항목		배점	채점 기준
1	일차방정식의 풀이	풀이	2	주어진 문제에 맞는 일차방정식을 정확히 세웠으며, 세운 식에 맞는 방정식의 해를 구한 경우
			1	주어진 문제에 맞는 일차방정식을 정확히 세웠으나 풀이 과정에 오류가 있거나 잘못된 해를 구한 경우
			0	그 외의 오답
		답	2	친구의 수와 초콜릿의 수를 모두 옳게 구한 경우
			1	친구의 수 또는 초콜릿의 수 둘 중 하나만 옳게 구한 경우
			0	그 외의 오답
	자신의 생각 표현 (의사소통 역량)		우수	문제 상황에서 일차방정식을 세울 때 문자의 의미나 변하지 않는 값을 명시하여 그 과정을 정확하게 서술한 경우
			보통	문제 상황에서 일차방정식을 세울 때 문자의 의미나 변하지 않는 값을 명시하지는 않았으나 맥락에서 그 의미가 드러나게 서술한 경우
			미흡	문제 상황에서 문자를 사용하였으나 그 의미가 포함된 내용이 제대로 서술되어 있지 않은 경우
2	(1)	일차방정식의 풀이	2	주어진 문제에 맞는 일차방정식을 정확히 세우고, 방정식의 해를 옳게 구한 경우
			1	주어진 문제에 맞는 일차방정식을 정확히 세웠으나 풀이 과정에 오류가 있거나 잘못된 해를 구한 경우
			0	그 외의 오답
	(2)	검토와 반성하기 (추론 역량)	2	$y = 2$ 를 $2y - 4$ 에 대입하여 직사각형의 세로의 길이가 0이 됨을 언급하며 문제의 조건에 맞지 않음을 설명한 경우
			1	문제의 조건에 맞지 않는다고 답하였으나 그 이유를 올바르게 설명하지 못한 경우 또는 주어진 해를 (1)에서 구한 방정식에 대입하여 방정식의 해가 맞는지, 아닌지 확인한 경우
			0	그 외의 오답

### 🔊 채점 시 유의사항

- 2번 문항의 경우 학생들의 수준에 따라 단계를 나눌 수도, 한 문항으로 제시할 수도 있다.
- 일차방정식을 푸는 과정은 이전 평가에서 다뤘기 때문에 이번 단원에서는 약화시켜 채점하였으나, 총괄평가로 진행되거나 앞의 일차 방정식 풀이부분까지 포괄하여 평가를 진행하는 경우에는 배점을 달리 구성할 수도 있다.

### 👨‍🎓 학생 답안 사례

- C 학생 -

문항	내용																					
	답안																					
1	채점	<table border="1"> <thead> <tr> <th>평가 항목</th> <th>배점</th> <th>채점 기준</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="3">일차 방정식의 풀이</td> <td rowspan="3">풀이</td> <td>2: 주어진 문제에 맞는 일차방정식을 정확히 세웠으며, 세운 식에 맞는 방정식의 해를 구한 경우</td> </tr> <tr> <td>1: 주어진 문제에 맞는 일차방정식을 정확히 세웠으나 풀이 과정에 오류가 있거나 잘못된 해를 구한 경우</td> </tr> <tr> <td>0: 그 외의 오답</td> </tr> <tr> <td rowspan="3">답</td> <td rowspan="3">답</td> <td>2: 친구의 수와 초콜릿의 수를 모두 옳게 구한 경우</td> </tr> <tr> <td>1: 친구의 수 또는 초콜릿의 수 둘 중 하나만 옳게 구한 경우</td> </tr> <tr> <td>0: 그 외의 오답</td> </tr> <tr> <td rowspan="3">자신의 생각 표현 (의사소통 역량)</td> <td>우수</td> <td>문제 상황에서 일차방정식을 세울 때 문자의 의미나 변하지 않는 값을 명시하여 그 과정을 정확하게 서술한 경우</td> </tr> <tr> <td>보통</td> <td>문제 상황에서 일차방정식을 세울 때 문자의 의미나 변하지 않는 값을 명시하지는 않았으나 맥락에서 그 의미가 드러나게 서술한 경우</td> </tr> <tr> <td>미흡</td> <td>문제 상황에서 문자를 사용하였으나 그 의미가 포함된 내용이 제대로 서술되어 있지 않은 경우</td> </tr> </tbody> </table>	평가 항목	배점	채점 기준	일차 방정식의 풀이	풀이	2: 주어진 문제에 맞는 일차방정식을 정확히 세웠으며, 세운 식에 맞는 방정식의 해를 구한 경우	1: 주어진 문제에 맞는 일차방정식을 정확히 세웠으나 풀이 과정에 오류가 있거나 잘못된 해를 구한 경우	0: 그 외의 오답	답	답	2: 친구의 수와 초콜릿의 수를 모두 옳게 구한 경우	1: 친구의 수 또는 초콜릿의 수 둘 중 하나만 옳게 구한 경우	0: 그 외의 오답	자신의 생각 표현 (의사소통 역량)	우수	문제 상황에서 일차방정식을 세울 때 문자의 의미나 변하지 않는 값을 명시하여 그 과정을 정확하게 서술한 경우	보통	문제 상황에서 일차방정식을 세울 때 문자의 의미나 변하지 않는 값을 명시하지는 않았으나 맥락에서 그 의미가 드러나게 서술한 경우	미흡	문제 상황에서 문자를 사용하였으나 그 의미가 포함된 내용이 제대로 서술되어 있지 않은 경우
평가 항목	배점	채점 기준																				
일차 방정식의 풀이	풀이	2: 주어진 문제에 맞는 일차방정식을 정확히 세웠으며, 세운 식에 맞는 방정식의 해를 구한 경우																				
		1: 주어진 문제에 맞는 일차방정식을 정확히 세웠으나 풀이 과정에 오류가 있거나 잘못된 해를 구한 경우																				
		0: 그 외의 오답																				
답	답	2: 친구의 수와 초콜릿의 수를 모두 옳게 구한 경우																				
		1: 친구의 수 또는 초콜릿의 수 둘 중 하나만 옳게 구한 경우																				
		0: 그 외의 오답																				
자신의 생각 표현 (의사소통 역량)	우수	문제 상황에서 일차방정식을 세울 때 문자의 의미나 변하지 않는 값을 명시하여 그 과정을 정확하게 서술한 경우																				
	보통	문제 상황에서 일차방정식을 세울 때 문자의 의미나 변하지 않는 값을 명시하지는 않았으나 맥락에서 그 의미가 드러나게 서술한 경우																				
	미흡	문제 상황에서 문자를 사용하였으나 그 의미가 포함된 내용이 제대로 서술되어 있지 않은 경우																				
	지도 방안	<p>이 학생은 친구의 수를 미지수 로 잘 두고, 식을 제대로 세웠지만 마지막에 답을 잘못 옮겼고, 해당하는 미지수의 의미를 명시하지 않았기 때문에 미지수를 사용할 때에는 그 의미를 표현하고 사용해야 하며, 답을 작성할 때 실수를 하지 않아야 함을 피드백할 수 있다.</p>																				

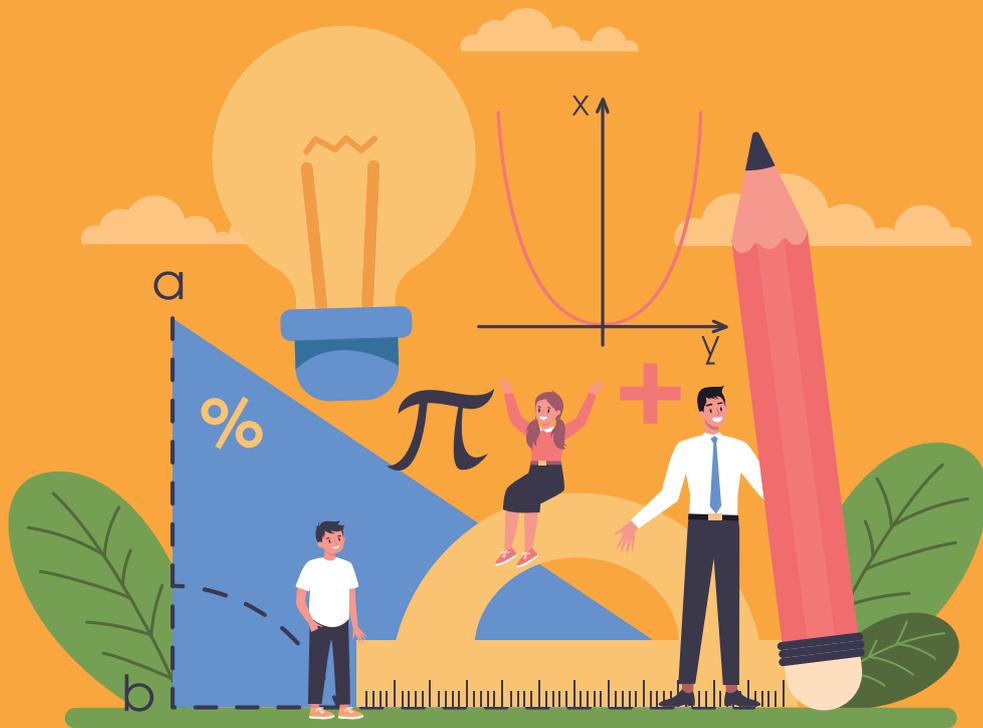
- D 학생 -

문항	내용																					
	답안	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <math display="block">(2y-3)x^4 = 8y-12 = 6y-8 \quad x=2</math> <math display="block">2y = 4</math> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>정답 x : 직사각형의 세로의 길이</p> <p><math>2y-4</math>인데 <math>y=2</math>, 대입시 <math>4-4=0</math>이므로</p> </div> <p>직사각형의 세로의 길이가 0이 될 수 없다</p>																				
2	채점	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 10%;">문항</th> <th style="width: 20%;">평가 요소</th> <th style="width: 10%;">배점</th> <th style="width: 60%;">채점 기준</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="3">(1)</td> <td rowspan="3">일차 방정식의 풀이</td> <td>2</td> <td>주어진 문제에 맞는 일차방정식을 정확히 세우고, 방정식의 해를 옳게 구한 경우</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>주어진 문제에 맞는 일차방정식을 정확히 세웠으나 풀이과정에 오류가 있거나 잘못된 해를 구한 경우</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>그 외의 오답</td> </tr> <tr> <td rowspan="3">(2)</td> <td rowspan="3">검토와 반성하기 (추론 역량)</td> <td>2</td> <td><math>y=2</math>를 <math>2y-4</math>에 대입하여 직사각형의 세로의 길이가 0이 됨을 언급하며 문제의 조건에 맞지 않음을 설명한 경우</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>문제의 조건에 맞지 않는다고 답하였으나 그 이유를 올바르게 설명하지 못한 경우 또는 주어진 해를 (1)에서 구한 방정식에 대입하여 방정식의 해가 맞는지, 아닌지 확인한 경우</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>그 외의 오답</td> </tr> </tbody> </table>	문항	평가 요소	배점	채점 기준	(1)	일차 방정식의 풀이	2	주어진 문제에 맞는 일차방정식을 정확히 세우고, 방정식의 해를 옳게 구한 경우	1	주어진 문제에 맞는 일차방정식을 정확히 세웠으나 풀이과정에 오류가 있거나 잘못된 해를 구한 경우	0	그 외의 오답	(2)	검토와 반성하기 (추론 역량)	2	$y=2$ 를 $2y-4$ 에 대입하여 직사각형의 세로의 길이가 0이 됨을 언급하며 문제의 조건에 맞지 않음을 설명한 경우	1	문제의 조건에 맞지 않는다고 답하였으나 그 이유를 올바르게 설명하지 못한 경우 또는 주어진 해를 (1)에서 구한 방정식에 대입하여 방정식의 해가 맞는지, 아닌지 확인한 경우	0	그 외의 오답
문항	평가 요소	배점	채점 기준																			
(1)	일차 방정식의 풀이	2	주어진 문제에 맞는 일차방정식을 정확히 세우고, 방정식의 해를 옳게 구한 경우																			
		1	주어진 문제에 맞는 일차방정식을 정확히 세웠으나 풀이과정에 오류가 있거나 잘못된 해를 구한 경우																			
		0	그 외의 오답																			
(2)	검토와 반성하기 (추론 역량)	2	$y=2$ 를 $2y-4$ 에 대입하여 직사각형의 세로의 길이가 0이 됨을 언급하며 문제의 조건에 맞지 않음을 설명한 경우																			
		1	문제의 조건에 맞지 않는다고 답하였으나 그 이유를 올바르게 설명하지 못한 경우 또는 주어진 해를 (1)에서 구한 방정식에 대입하여 방정식의 해가 맞는지, 아닌지 확인한 경우																			
		0	그 외의 오답																			
	지도 방안	<p>이 학생은 주어진 문제에 맞는 일차방정식을 옳게 구해 바른 해를 구했으며 문제의 조건이 맞지 않음을 설명했으므로, 일차방정식을 활용할 줄 알고, 검토하고 반성하는 능력이 우수하나 설명을 할 때에 두서가 없어 읽는 이가 어려움을 느낄 수 있음을 피드백 한다.</p>																				

- E 학생 -

문항	내용																					
	답안	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-bottom: 10px;"> <math display="block">4(2y-3) = 2(y+2y-4)</math> <math display="block">8y-12 = 2y+4y-8</math> <math display="block">8y-12 = 6y-8 \quad 2y = 4 \rightarrow y = 2</math> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p>y=2를 대입하면 <math>4(1) = 2(1-4) \rightarrow 4 = 4</math> 이므로 성립됨.</p> </div>																				
2	채점	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 10%;">문항</th> <th style="width: 15%;">평가 요소</th> <th style="width: 10%;">배점</th> <th style="width: 75%;">채점 기준</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="3">(1)</td> <td rowspan="3">일차 방정식의 풀이</td> <td>2</td> <td>주어진 문제에 맞는 일차방정식을 정확히 세우고, 방정식의 해를 옳게 구한 경우</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>주어진 문제에 맞는 일차방정식을 정확히 세웠으나 풀이과정에 오류가 있거나 잘못된 해를 구한 경우</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>그 외의 오답</td> </tr> <tr> <td rowspan="3">(2)</td> <td rowspan="3">검토와 반성하기 (추론 역량)</td> <td>2</td> <td>y=2를 2y-4에 대입하여 직사각형의 세로의 길이가 0이 됨을 언급하며 문제의 조건에 맞지 않음을 설명한 경우</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>문제의 조건에 맞지 않는다고 답하였으나 그 이유를 올바르게 설명하지 못한 경우 또는 주어진 해를 (1)에서 구한 방정식에 대입하여 방정식의 해가 맞는지, 아닌지 확인한 경우</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>그 외의 오답</td> </tr> </tbody> </table>	문항	평가 요소	배점	채점 기준	(1)	일차 방정식의 풀이	2	주어진 문제에 맞는 일차방정식을 정확히 세우고, 방정식의 해를 옳게 구한 경우	1	주어진 문제에 맞는 일차방정식을 정확히 세웠으나 풀이과정에 오류가 있거나 잘못된 해를 구한 경우	0	그 외의 오답	(2)	검토와 반성하기 (추론 역량)	2	y=2를 2y-4에 대입하여 직사각형의 세로의 길이가 0이 됨을 언급하며 문제의 조건에 맞지 않음을 설명한 경우	1	문제의 조건에 맞지 않는다고 답하였으나 그 이유를 올바르게 설명하지 못한 경우 또는 주어진 해를 (1)에서 구한 방정식에 대입하여 방정식의 해가 맞는지, 아닌지 확인한 경우	0	그 외의 오답
문항	평가 요소	배점	채점 기준																			
(1)	일차 방정식의 풀이	2	주어진 문제에 맞는 일차방정식을 정확히 세우고, 방정식의 해를 옳게 구한 경우																			
		1	주어진 문제에 맞는 일차방정식을 정확히 세웠으나 풀이과정에 오류가 있거나 잘못된 해를 구한 경우																			
		0	그 외의 오답																			
(2)	검토와 반성하기 (추론 역량)	2	y=2를 2y-4에 대입하여 직사각형의 세로의 길이가 0이 됨을 언급하며 문제의 조건에 맞지 않음을 설명한 경우																			
		1	문제의 조건에 맞지 않는다고 답하였으나 그 이유를 올바르게 설명하지 못한 경우 또는 주어진 해를 (1)에서 구한 방정식에 대입하여 방정식의 해가 맞는지, 아닌지 확인한 경우																			
		0	그 외의 오답																			
	지도 방안	<p>이 학생은 주어진 문제에 맞는 일차방정식을 옳게 구해 바른 해를 구했으나 구한 해를 대입하면 문제의 조건에서 제시한 직사각형의 길이가 0이 된다는 것을 인지하지 못했으므로, 구한 해를 문제에서 제시한 길이에 대입하면 직사각형이 만들어질 수 있는지 확인하도록 피드백한다.</p>																				

# 수업과 연계한 수학과 서·논술형 평가 실천하기



03

중학교

함수

# 일차함수의 성질



# 03 함수 일차함수의 성질

## 1. 수업과 평가 개요

<p><b>교육과정 성취기준</b></p>	<p>[9수03-05] 일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.</p> <p>[9수03-06] 일차함수의 그래프의 성질을 이해하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.</p>	<p><b>평가요소</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 일차함수의 그래프</li> <li>- 일차함수의 식</li> <li>- 기울기</li> <li>- y절편</li> </ul>
<p><b>교과역량</b></p>	<p><input type="checkbox"/> 문제해결    <input checked="" type="checkbox"/> 추론    <input checked="" type="checkbox"/> 의사소통    <input checked="" type="checkbox"/> 정보처리    <input type="checkbox"/> 창의융합    <input checked="" type="checkbox"/> 태도 및 실천</p>		
<p><b>단원 선정 의도</b></p>	<p>함수는 패턴을 식으로 표현하여 현재까지의 양상을 통해 미래를 예측가능하도록 하는 도구이다. 실험을 통해 측정된 자료를 표로 정리하고 이를 그래프로 그려, 양의 변화에서 관찰되는 패턴을 인식하여 식으로 도출하는 과정을 학생 수준에 맞는 과제로 제시하고자 한다.</p> <p>일차함수를 표로 나타내면 <math>x</math>의 값이 1씩 변할 때 마다 <math>y</math>의 값이 일정하게 변함을 관찰할 수 있다. 이때 일정하게 변하는 양 <math>a</math>와 <math>x</math>가 0일 때의 값 <math>b</math>가 일차함수 식과 어떤 연관성을 가지는지 파악하고, 이 값에 따라 그래프가 어떻게 변하는지를 중점적으로 다룬다.</p> <p>패턴을 인식하고 이를 통해 식을 도출하면 <math>x</math> 또는 <math>y</math>의 값을 대입하여 다른 값을 쉽게 구할 수 있다. 한편, 식을 이용하면 <math>x</math>가 0일 때 <math>b</math>이고 <math>x</math>의 값이 1씩 변할 때마다 <math>y</math>의 값이 <math>a</math>씩 변하는 관계를 간단하게 표현할 수 있다. 이 수업을 마친 후에 학생들이 함수를 변화를 표현하는 도구, 의사소통을 돕는 도구로 인식하도록 과제를 구성한다.</p>		
<p><b>핵심질문</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ <b>사실적·개념적 질문</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 두 점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 무엇인가?</li> <li>- 일차함수의 식 <math>y = ax + b</math>에서 <math>a, b</math>가 달라지면 표와 그래프가 각각 어떻게 변하는가?</li> </ul> </li> <li>◎ <b>사고를 위한 비계 질문(토의/토론 질문)</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 일차함수의 식을 사용하면 어떤 점이 더 좋을까?</li> <li>- 두 양 사이의 관계를 좀 더 정확하게 예측하기 위해서 식을 세울 때 어떤 점을 고려해야 하는가?</li> <li>- 모든 현상을 관계식으로 표현할 수 있을까?</li> </ul> </li> </ul>	<p><b>연관 사고력</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 규칙 찾기</li> <li>- 일반화하기</li> <li>- 유추하기</li> <li>- (표)만들기</li> <li>- (그래프)그리기</li> <li>- 이름짓기</li> <li>- 예측하기</li> </ul>

서·논술형  
평가 연계  
수업-평가  
진행

### ◎ 수업

#### - 1차시: 일차함수 관계를 나타낸 표와 식을 통해 $y$ 값 변화의 패턴을 찾도록 한다.

일차함수의 식이 주어졌을 때, 이 관계를 나타내는 표를 채우는 과제를 제시한다. 학생들에게 주어진 식에  $x$ 의 값을 대입하여  $y$ 의 값을 찾도록 한다. 이 방법이 익숙해지면 대입 이외에 다른 방법이 있는지 찾아보도록 한다.

$y$ 의 값 변화에서 패턴을 발견하고  $y = ax + b$ 에서  $a, b$ 가 이 패턴과 어떤 관계가 있는지 설명하도록 한다.

#### - 2차시: 일차함수의 표를 나타내는 식을 찾도록 한다.

$x$ 가 1씩 변하면  $y$ 는 일정하게  $a$ 씩 변한다는 사실과  $x$ 가 0일 때  $y$ 의 값이  $b$ 임을 이용하여 표에서 제시된 관계를 나타내는 식을 만드는 과제를 제시한다. 표에서 중간에 칸이 비어있는 경우 어떻게 채울지 생각해보게 하고 이를

바탕으로  $\frac{y\text{의 증가량}}{x\text{의 증가량}}$ 이  $a$ 의 값과 같음을 이해하도록 한다.

#### - 3차시: 일차함수의 그래프와 식의 관계를 설명하도록 한다.

일차함수의 식을 표로 나타내어보고 이를 이용하여 일차함수 그래프를 그리도록 한다.  $a$ 의 값과  $b$ 의 값을 변화시키면서 그래프가 어떻게 변하는지 관찰하고, 이를 설명하는 과제를 제시한다. 일차함수 그래프의 성질을 이용하여 두 점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하도록 한다.

#### - 4차시: 일차함수를 이용하여 과학적 맥락의 문제를 해결하도록 한다.

수학과 달리 과학에서는 두 변수의 관계가 완벽하게 일차함수를 이루지 않지만 적당히 근사하여 일차함수로 가정한다. 약간의 오차를 가지는 두 변수의 관계를 일차함수로 가정하고 식을 세우고 이를 이용하여 문제를 해결하도록 한다.

빈 종이컵에 10개의 초코볼을 넣어가면서 질량을 측정하고 이를 그래프로 그려보게 한다. 그래프에 초코볼의 개수와 질량의 관계를 가장 잘 나타내어주는 직선을 그리고 이를 식으로 나타내어 보도록 한다. 이 식을 이용하여 초코볼이 담겨 있는 컵의 질량이 주어졌을 때 초코볼이 몇 개 들어있는지를 예측해보고 결과를 관찰하도록 한다. 만약 값이 정확하지 않다면 그 이유를 생각해보고 정확히 예측할 수 있는 방법을 토의하도록 유도한다.

### ◎ 수행평가

- 일차함수를 활용하여 실제로 발생할 수 있는 문제를 수학적으로 모델링할 수 있는지 평가함.

### ◎ 지필평가

- 일차함수의 기본개념과 일차함수 그래프의 성질에 대한 이해를 측정하기 위한 평가를 실시함.

## 2. 서·논술형 평가와 연계한 수업

차시	교수·학습 활동	평가 방법 및 내용	문항 번호
1	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ [준비학습]                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>x, y</math>값의 값을 주어진 식에 대입하기</li> </ul> </li> <li>◎ [과제] 일차함수를 나타낸 표와 일차함수의 식 사이의 연관성을 알아보기                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 일차함수의 식을 이용하여 표를 채우기</li> <li>- <math>y = ax + b</math>에서 <math>x</math>가 1 증가하면 <math>y</math>는 <math>a</math>씩 변하고 <math>x</math>가 0일 때 <math>y</math>의 값이 <math>b</math>와 같음을 이용하여 표를 채우기</li> </ul> </li> <li>◎ [탐구] <math>y = ax + b</math>에서 <math>a, b</math>에 이름 만들기                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>a</math>의 의미에 어울리는 이름 만들기</li> <li>- <math>b</math>의 의미에 어울리는 이름 만들기</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 형성평가                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 일차함수 관계를 나타낸 표와 일차함수 식의 관계</li> </ul> </li> </ul>	
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ [과제] 일차함수의 특징을 설명하고 이를 이용하여 문제 해결하기                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 일차함수는 <math>x</math>의 값이 일정하게 변할 때 <math>y</math>의 값도 일정하게 변하는 관계임을 이용하여 표 채우기</li> </ul> </li> <li>◎ [탐구] 일차함수를 나타낸 표를 이용하여 일차함수의 식을 만들기                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>a</math>가 정수가 아닌 경우에 표 채우기</li> <li>- 두 수의 차를 이용하여 증가량을 구하고 <math>a</math>의 값이 <math>\frac{y\text{의 증가량}}{x\text{의 증가량}}</math>과 같음을 설명하기</li> <li>- 일차함수를 나타낸 표를 일차함수의 식으로 나타내기</li> <li>- 일차함수에서 <math>a, b</math>값이 정수가 아닌 경우 식을 구하는 방법 설명하기</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 서술형평가                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>y = ax + b</math>에서 <math>a</math>가 <math>\frac{y\text{의 증가량}}{x\text{의 증가량}}</math>과 같음을 설명하기</li> </ul> </li> </ul>	1
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ [과제] 일차함수의 식을 표로 나타내고 이를 그래프로 그려보기                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 표를 이용하여 그래프 그리기</li> </ul> </li> <li>◎ [탐구] <math>y = ax + b</math>에서 <math>a, b</math>값의 변화에 따라 그래프가 어떻게 변하는지를 관찰하고 설명하기.                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>a</math>값의 변화에 따라 그래프의 기울기가 변함을 관찰하고 설명하기</li> <li>- <math>b</math>값의 변화에 따라 <math>y</math>의 절편이 변함을 관찰하고 설명하기</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 서술형평가                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 일차함수 그래프에서 일차함수 관계식 <math>y = ax + b</math>의 <math>a</math>와 <math>b</math>가 가지는 의미 설명하기</li> <li>- 일차함수 관계식 <math>y = ax + b</math>의 <math>a</math>와 <math>b</math>가 변함에 따라 그래프가 어떻게 변하는지 설명하기</li> </ul> </li> </ul>	
4	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ [탐구] 초코볼의 개수와 질량의 관계를 일차함수 식으로 나타내기                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 종이컵에 초코볼을 하나씩 추가하면서 질량 측정하기</li> <li>- 초코볼의 개수와 질량 사이의 관계를 그래프로 나타내기</li> <li>- 그래프의 경향성을 가장 잘 나타내어주는 직선 그리기</li> <li>- 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식 <math>y = ax + b</math> 구하기</li> <li>- 일차함수의 식을 이용하여 질량이 주어진 컵에 들어있는 초코볼의 개수를 예측하기</li> <li>- 일차함수의 식 <math>y = ax + b</math>에서 <math>a</math>와 <math>b</math>에 해당하는 것이 무엇인지 설명하기</li> <li>- 초코볼의 개수와 질량의 관계가 일차함수인지 판단하기</li> <li>- 초코볼의 개수와 질량의 관계를 식 이외에 다른 방법으로 설명해보기</li> <li>- 정확하게 예측하기 위한 방법 토의하기</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 수행평가                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 초코볼의 개수에 따른 질량의 변화로부터 패턴을 인식하고 이를 식으로 나타내기</li> <li>- 식을 이용하여 종이컵에 들어있는 초코볼의 개수 예측하기</li> </ul> </li> </ul>	2

**문항번호 1**      **지필평가 서술형**

교육과정 성취기준	[9수03-05] 일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다. [9수03-06] 일차함수의 그래프의 성질을 이해하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.
출제의도	본 평가는 실생활 맥락에서, 시간에 따른 배터리 양의 변화를 관찰하고 이를 식으로 만들어 문제를 해결할 수 있는지를 평가한다. 또한 문제 상황을 파악하고 일차함수의 식 $y = ax + b$ 에서 $a, b$ 의 값의 변화에 따라 그래프가 어떻게 변하는지 이해하고 있는지 확인하는 역할을 한다.
수업과의 연계	2차시에서 표와 식 사이의 관계를 통해 일차함수의 식 $y = ax + b$ 에서 $a, b$ 의 의미에 대해 학습한다. 3차시에서는 식과 그래프의 관계를 통해 일차함수의 식 $y = ax + b$ 에서 $a$ 가 기울기, $b$ 가 $y$ 절편임을 학습한다.

**☑ 관련 수업 자료**

1. 두 변수  $x$ 와  $y$ 사이의 관계식을 보고 표를 완성하시오.

$$(1) y = 3x + 4$$

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$									

$$(2) y = -2x + 1$$

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$									

$$(3) y = \frac{1}{3}x + 1$$

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$									

$$(4) y = \frac{3}{4}x - 3$$

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$									

2. 위 표에서  $x$ 의 값이 1씩 커질 때  $y$ 의 값은 어떻게 변하는지 관계식과 연관지어 설명하시오.

[탐구]

3.  $x$ 의 값이 1씩 증가할 때,  $y$ 의 값이 일정하게 변하는 관계가 되도록 표를 채우시오.

(1)

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$			4		5				

(2)

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$					-6			-4	

(3)

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$					7				4

(4)

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$		8			6				

4.  $x$ 가  $a$ 만큼 증가할 때  $y$ 가  $b$ 만큼 증가하면,  $x$ 가 1만큼 증가할 때  $y$ 는 얼마나 증가하는지 구하시오.

[토의]

5. 3번 과제에서  $x$ 와  $y$ 의 관계식을 구하시오. 어떻게 구할 수 있는지 과정을 설명하시오.

## 📌 평가 문항

다음은 상우가 휴대전화를 켜 두었을 때,  $x$ (시간) 후 남아있는 배터리의 양  $y$ (%)를 기록한 표이다. 물음에 답하시오.

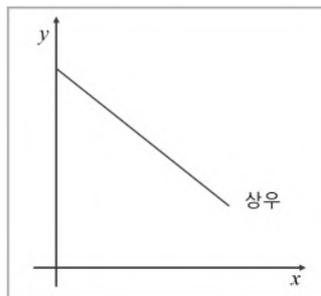
$x$ (시간)	0	1	2	3	4	5	6
$y$ (%)	81	77	73		65	61	57

(단, 휴대전화가 꺼질 때까지 휴대전화를 사용하거나 충전 하지 않았다.)

1. 상우가 휴대전화를 켜둔 지 3시간이 지났을 때 남아있는 배터리의 양을 구하고 과정을 서술하시오. (2점)

2.  $x$ 와  $y$ 의 관계식을 구하시오. 이를 이용하여 상우가 계속해서 휴대전화를 켜두었을 때, 휴대전화가 꺼질 때까지 걸리는 시간을 구하시오. (3점)

3. 오른쪽 그래프는 상우가 휴대전화를 켜둔 시간  $x$ (시간)과 남아있는 배터리의 양  $y$ (%)의 관계를 나타낸 것이다. 아래 <조건>을 고려하여 지호의 휴대전화 사용 시간과 남아있는 배터리의 양 사이의 관계를 나타내는 그래프를 아래 그래프 위에 그리고 과정을 설명하시오. (4점)

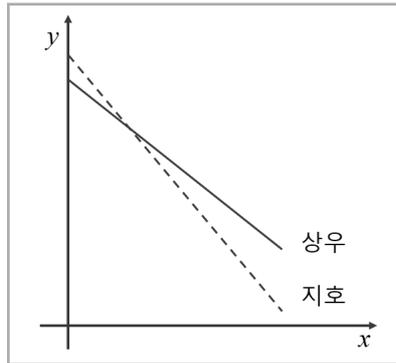


<조건>

- 지호와 상우의 기기와 상태는 동일하다고 가정한다.
- 지호가 휴대전화를 사용하기 시작할 때는 완전히 충전된 상태였다.
- 지호는 휴대전화를 사용하였기 때문에 켜둔 상우보다 시간당 더 많은 배터리가 소모된다.

**예시 답안**

- (1) 상우의 휴대 전화는 1시간마다 배터리의 양이 4%씩 줄어든다. 따라서 3시간동안 켜 두었을 때 남아있는 배터리의 양은 2시간 켜 두었을 때 남아있는 배터리의 양 73%에서 4% 줄어든 69%로 예측할 수있다.
- (2) 1시간마다 배터리를 4%씩 사용하고 있으므로  $x$ 와  $y$ 의 관계식은  $y = -4x + b$ 이다. 이때  $(0, 81)$ 을 대입하면  $b = 81$ 이다. 따라서 관계식은  $y = -4x + 81$ 이다.  
배터리가 0%가 되는데 까지 걸린 시간을 구하기 위해  $y = 0$ 을 대입하면  $x = 20.25$ 이다. 즉 배터리가 0%가 될 때까지 켜둔 시간은 약 20.25시간이다.
- (3)



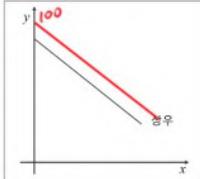
**채점 기준**

문항	평가 항목	배점	채점 기준
1	규칙 찾기 (관찰과 추측)	1	1 1시간마다 4%씩 줄어들고 있음을 서술한 경우
			0 1시간마다 4%씩 줄어들고 있음을 서술하지 못한 경우
	값 구하기	1	1 패턴을 이용하여 정확한 값을 구한 경우
			0 정확한 값을 구하지 못한 경우
2	식 구하기	2	2 $a$ 와 $b$ 를 모두 정확하게 구하고 식을 완성한 경우
			1 $a$ 또는 $b$ 중 하나만 구한 경우
			0 $a$ 와 $b$ 를 모두 구하지 못한 경우
	사용 시간 구하기	1	1 관계를 이용하여 배터리가 0%일 때 사용시간을 구한 경우
			0 사용시간을 구하지 못한 경우
3	그래프의 성질 이해하기 (기울기)	2	2 지호의 그래프가 기울기가 더 작음을 이해하여 그래프로 그린 경우
			1 지호의 그래프가 기울기가 더 작음을 이해하였으나 그래프로 그리지 못한 경우
			0 지호의 그래프가 기울기가 더 작음을 이해하지 못한 경우
	그래프의 성질 이해하기 ( $y$ 절편)	2	2 지호의 그래프가 $y$ 절편이 더 큼을 이해하고 그래프로 그린 경우
			1 지호의 그래프가 $y$ 절편이 더 큼을 이해하였지만 그래프로 그리지 못한 경우
			0 지호의 그래프가 $y$ 절편이 더 큼을 이해하지 못한 경우

**채점 시 유의사항**

- 2번 문항에서 주어진 표를 통해 일정하게 증가하는 양  $a$ 와  $x = 0$ 일 때의  $y$ 값  $b$ 를 이용하여 식을 구할 수 있는지 확인한다.
- 3번 문항에서는 정확한 값이 주어지지 않았지만 일차함수 그래프의 성질을 이해하여 기울기와  $y$ 절편의 크기의 변화를 이해하고 그래프의 대략적인 모양을 그릴 수 있는지 확인한다.

☞ 학생 답안 사례

문항	내용																		
1	답안	$81 - 3 \times 4 = 81 - 12 = 69$ 69%																	
	채점	<table border="1"> <thead> <tr> <th>평가 항목</th> <th>배점</th> <th>채점 기준</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="2">패턴 인식하기</td> <td>1</td> <td>1시간마다 4%씩 줄어 들고 있음을 서술한 경우</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1시간마다 4%씩 줄어 들고 있음을 서술하지 못한 경우</td> </tr> <tr> <td rowspan="2">값 구하기</td> <td>1</td> <td>1시간마다 4%씩 줄어드는 관계를 이용하여 69%를 구한 경우</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>69%를 구하지 못한 경우</td> </tr> </tbody> </table>	평가 항목	배점	채점 기준	패턴 인식하기	1	1시간마다 4%씩 줄어 들고 있음을 서술한 경우	0	1시간마다 4%씩 줄어 들고 있음을 서술하지 못한 경우	값 구하기	1	1시간마다 4%씩 줄어드는 관계를 이용하여 69%를 구한 경우	0	69%를 구하지 못한 경우				
		평가 항목	배점	채점 기준															
패턴 인식하기		1	1시간마다 4%씩 줄어 들고 있음을 서술한 경우																
		0	1시간마다 4%씩 줄어 들고 있음을 서술하지 못한 경우																
값 구하기	1	1시간마다 4%씩 줄어드는 관계를 이용하여 69%를 구한 경우																	
	0	69%를 구하지 못한 경우																	
지도 방안	y의 값이 1시간마다 4%씩 줄어드는 패턴을 인식하지 못한 경우 다른 예를 들거나 변화량을 계산해보면서 패턴을 인식할 수 있도록 돕는다.																		
2	답안	$\begin{array}{ccc} 53-7 & 35-12 & 13-17 \\ 49-6 & 29-13 & 9-18 \\ 45-9 & 25-14 & 5-19 \\ 41-10 & 21-15 & 1-20 \\ 37-11 & 17-16 & \square \end{array}$ 이후 시간																	
	채점	<table border="1"> <thead> <tr> <th>평가 항목</th> <th>배점</th> <th>채점 기준</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="3">식 세우기</td> <td>2</td> <td>a와 b를 모두 정확하게 구하고 식을 완성한 경우</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>a 또는 b 중 하나만 구한 경우</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>a와 b를 모두 구하지 못한 경우</td> </tr> <tr> <td rowspan="2">사용 시간 구하기</td> <td>1</td> <td>관계를 이용하여 배터리가 0%일 때 사용시간을 구한 경우</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>사용시간을 구하지 못한 경우</td> </tr> </tbody> </table>	평가 항목	배점	채점 기준	식 세우기	2	a와 b를 모두 정확하게 구하고 식을 완성한 경우	1	a 또는 b 중 하나만 구한 경우	0	a와 b를 모두 구하지 못한 경우	사용 시간 구하기	1	관계를 이용하여 배터리가 0%일 때 사용시간을 구한 경우	0	사용시간을 구하지 못한 경우		
		평가 항목	배점	채점 기준															
식 세우기		2	a와 b를 모두 정확하게 구하고 식을 완성한 경우																
		1	a 또는 b 중 하나만 구한 경우																
	0	a와 b를 모두 구하지 못한 경우																	
사용 시간 구하기	1	관계를 이용하여 배터리가 0%일 때 사용시간을 구한 경우																	
	0	사용시간을 구하지 못한 경우																	
지도 방안	이 학생은 x와 y의 관계를 식으로 나타내지 못했다. 과제를 검토한 이후 학생이 식을 세울 수 있는지 확인하고 만약 식을 세우지 못하는 경우에는 이전 과제들을 통해 y값의 변화와 식이 어떤 관계를 가지는지를 추후에 다시 지도한다.																		
3	답안																		
	채점	<table border="1"> <thead> <tr> <th>평가 항목</th> <th>배점</th> <th>채점 기준</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="3">그래프의 성질 이해하기 (기울기)</td> <td>2</td> <td>지호의 그래프가 기울기가 더 작음을 이해하고 그래프로 그린 경우</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>지호의 그래프가 기울기가 더 작음을 이해하였으나 그래프로 그리지 못한 경우</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>지호의 그래프가 기울기가 더 작음을 이해하지 못한 경우</td> </tr> <tr> <td rowspan="3">그래프의 성질 이해하기 (y절편)</td> <td>2</td> <td>지호의 그래프가 y절편이 더 큼을 이해하고 그래프로 그린 경우</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>지호의 그래프가 y절편이 더 큼을 이해하였지만 그래프로 그리지 못한 경우</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>지호의 그래프가 y절편이 더 큼을 이해하지 못한 경우</td> </tr> </tbody> </table>	평가 항목	배점	채점 기준	그래프의 성질 이해하기 (기울기)	2	지호의 그래프가 기울기가 더 작음을 이해하고 그래프로 그린 경우	1	지호의 그래프가 기울기가 더 작음을 이해하였으나 그래프로 그리지 못한 경우	0	지호의 그래프가 기울기가 더 작음을 이해하지 못한 경우	그래프의 성질 이해하기 (y절편)	2	지호의 그래프가 y절편이 더 큼을 이해하고 그래프로 그린 경우	1	지호의 그래프가 y절편이 더 큼을 이해하였지만 그래프로 그리지 못한 경우	0	지호의 그래프가 y절편이 더 큼을 이해하지 못한 경우
		평가 항목	배점	채점 기준															
그래프의 성질 이해하기 (기울기)		2	지호의 그래프가 기울기가 더 작음을 이해하고 그래프로 그린 경우																
		1	지호의 그래프가 기울기가 더 작음을 이해하였으나 그래프로 그리지 못한 경우																
	0	지호의 그래프가 기울기가 더 작음을 이해하지 못한 경우																	
그래프의 성질 이해하기 (y절편)	2	지호의 그래프가 y절편이 더 큼을 이해하고 그래프로 그린 경우																	
	1	지호의 그래프가 y절편이 더 큼을 이해하였지만 그래프로 그리지 못한 경우																	
	0	지호의 그래프가 y절편이 더 큼을 이해하지 못한 경우																	
지도 방안	두 그래프의 기울기를 같게 그린 것으로 보아 지호의 휴대전화에서 시간당 사용하는 배터리의 양이 더 크다는 것을 이해하지 못하였다. 한편 별도의 서술은 없지만 y절편에 100을 기입한 것으로 보아 완전히 충전된 상태에서 사용을 시작했음을 이해한 것으로 판단할 수 있다. 이 학생의 경우에는 문제 상황에서 y의 값이 변화하는 패턴을 우선 이해한 후 예시를 통해 그래프를 그려보고 그래프의 특징을 파악할 수 있도록 지도한다.																		

문항번호 2 수행평가 서술형

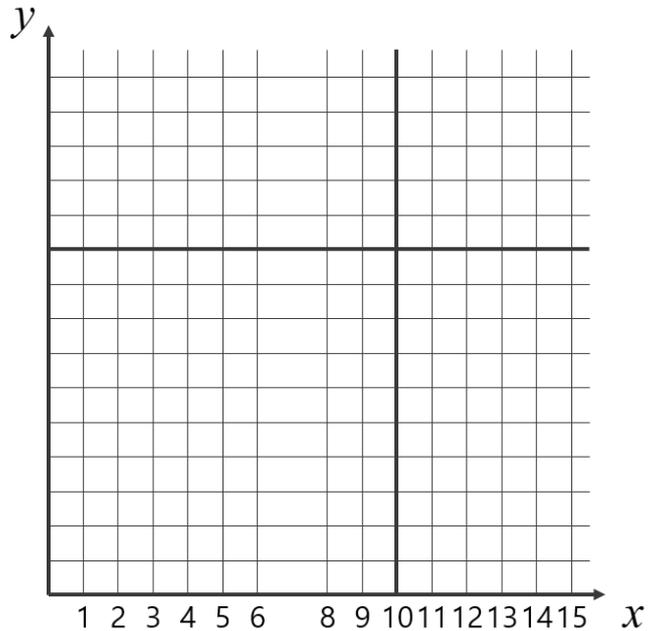
교육과정 성취기준	[9수03-05] 일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다. [9수03-06] 일차함수의 그래프의 성질을 이해하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.
출제의도	일차함수는 $x$ 의 값이 변할 때 $y$ 의 값이 일정하게 변하는 관계이다. 하지만 실제로 $y$ 의 값이 완벽하게 일정하게 변하는 현상은 거의 없다. 그래서 실험을 통해 얻은 값을 그래프로 그렸을 때 직선의 경향성을 가진다면 이를 일차함수로 가정하고 식을 도출하여 $x$ 와 $y$ 의 관계를 표현할 수 있다. 오차없이 정확한 값을 구할 수는 없지만, 관계식을 이용하여 값을 예측함으로써 수학의 유용성을 인식하도록 평가를 구성하였다.
수업과의 연계	4차시 수업은 학생들의 수행을 평가하는 시간으로 진행한다. 학생의 성취를 확인하는데 그치지 않고 평가 결과에 대해 개인별, 학급별 피드백을 진행하여 평가도 하나의 수업처럼 진행한다. 이 수업은 과학 실험수업과 비슷한 방식으로 실험과 보고서를 이용하여 진행한다. 이를 토대로 과학적인 맥락에서 수학이 어떻게 사용되는지를 경험하도록 하는 것을 목적으로 한다.

☑ 관련 수업 및 평가 자료

실험내용

1. 종이컵에 초코볼의 개수( $x$ )를 1개씩 늘려가면서 초코볼이 담긴 종이컵의 질량( $y$ )을 구한다.
2. 표에 수치를 적는다.
3. 표를 그래프로 그린다.
4. 초코볼이 7개 일 때는 측정하지 않는다.

$x$	$y$
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	측정금지
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	



- \* 초코볼 없이 종이컵의 질량을 측정하지 말 것.
- \* 실험을 통해 표를 채우고 그래프를 작성한 후 다음 문제를 해결하시오.

1. 초코볼이 7개일 때 초코볼이 담긴 종이컵의 질량을 구하고 과정을 서술하시오.

2. 측정한 값을 이용하여 종이컵의 질량을 구하고 과정을 설명하시오.

3. 표와 그래프를 이용하여 초코볼의 개수  $x$ 와 초코볼이 담긴 종이컵의 질량  $y(g)$  사이의 관계식을 만드시오. (2점)

관계식 :

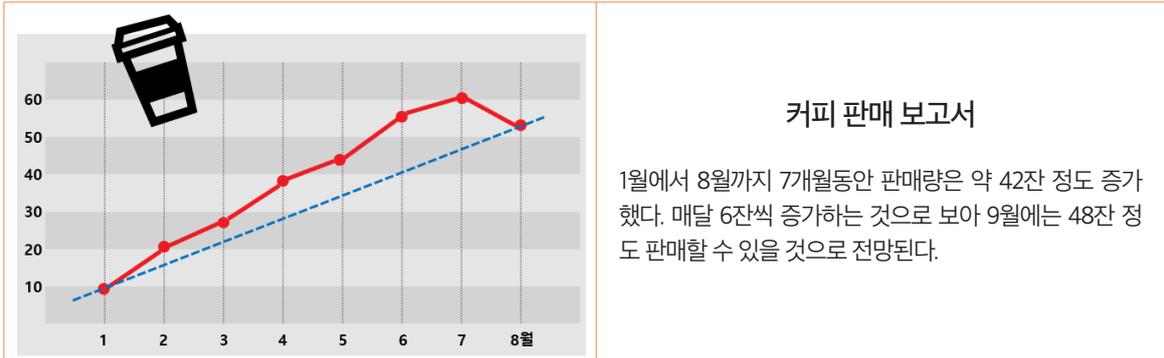
4. 초코볼 40개가 담긴 종이컵의 질량을 구하고 과정을 설명하시오. (2점)

5. 초코볼이 담긴 종이컵의 질량이 36.8g이었다면 종이컵에 담긴 초코볼이 몇 개인지 구하시오. (2점)

6. 초코볼의 개수와 종이컵을 포함한 초코볼의 질량이 일차함수인지 판단하고 과정을 서술하시오.

[토의 1] 초코볼의 개수와 종이컵을 포함한 초코볼의 질량 사이의 관계를 식 이외의 방법으로 표현해보고 어떤 방법이 유용한지 조별로 토의하시오.

[토의 2] 커피 판매량에 대한 보고서에서 보완해야 할 점을 조별로 토의 하시오.



**예시 답안**

1. 다음 중 한 방법으로 구할 수 있다.

- 초코볼 하나의 질량을 0.7로 계산하여 종이컵에 초코볼이 6개 담겨있는 질량에 합한다.
- 초코볼 하나의 질량을 0.7로 계산하여 종이컵에 초코볼이 8개 담겨있는 질량에서 뺀다.
- 종이컵에 초코볼이 6개 담겨있는 질량과 8개 담겨있는 질량의 평균을 구한다.
- 기타 다른 방법으로 답을 구할 수 있다.

2. 다음 중 한 방법으로 구할 수 있다.

- 종이컵에 초코볼이 1개 담겨있는 질량에서 초코볼 하나의 질량인 0.7을 뺀다.
- 그래프를 그려 y절편의 값으로 구한다.

3.  $y = (\text{초코볼 1개의 질량})x + (\text{종이컵의 질량})$

- \*\* 이때 초코볼 1개의 질량은 다음과 같은 방법으로 구할 수 있다.
  - 종이컵에 초코볼이 15개 담겨있는 질량에서 1개 담겨있는 질량을 빼면 초코볼 14개의 질량이 나온다. 이를 이용하여 초코볼 질량의 평균을 구한다.
  - 만약 실험에서 다른 초코볼과 차이가 큰 초코볼이 있다면 이를 제외하고 평균을 구할 수 있다.
  - 초코볼의 질량을 각각 측정하여 7번째 혹은 8째로 무거운 초코볼의 질량으로 구한다.
- \*\* 종이컵의 질량은 2번 문항에서 계산한 값을 사용할 수 있다.

4. 3번 문항의 답을  $y = 0.7x + 5.1$  로 작성한 경우  $x$ 에 40을 대입하여  $y = 0.7x + 5.1 = 33.1(g)$ 이다.

5. 다음 중 한 방법으로 구할 수 있다.

- 36.8g에서 종이컵의 질량인 5.1g을 빼면 31.7g이다. 이를 초코볼 하나의 질량인 0.7g으로 나누면 약 45개의 초코볼이 들어있음을 예측할 수 있다.
- 식을 이용하여  $36.8 = 0.7x + 5.1$ 의 해를 구하면  $x = 44.6$ 이고 45개의 초코볼이 들어있음을 예측할 수 있다.

6. 이 문항은 정답 대신 주장과 이를 뒷받침하는 근거를 확인한다.

- 일차함수라고 판단하는 근거
  - 그래프가 거의 직선이다.
  - 초코볼이 1개 증가할 때 완벽하지는 않지만 질량이 거의 비슷하게 증가한다.
  - 식을 이용하여 구하였을 때 거의 비슷한 값을 구할 수 있다.
- 일차함수가 아니라고 판단하는 근거
  - 그래프가 완벽한 직선이 아니다.
  - $x$ 가 1 커질 때  $y$ 의 변화량이 일정하지 않다.
  - 식을 이용하여 구하더라도 완벽하게 값이 일치하지 않는다.

토의 1. 식을 사용하지 않으면 '종이컵이 5.1g이고 초코볼을 하나씩 넣을 때 마다 0.7g씩 증가하는 관계'와 같이 복잡하게 설명해야 한다. 식을 사용하면 같은 내용을  $y = 0.7x + 5.1$  과 같이 명료하게 표현할 수 있다.

토의 2. 그래프를 보면 7월과 8월에는 판매량이 감소했는데 이를 직선으로 가정하고 분석하였다. 모든 변화를 일차함수로 파악할 수 없으므로 감소하는 경향을 다룰 수 있는 새로운 함수가 필요하다.

**채점 기준**

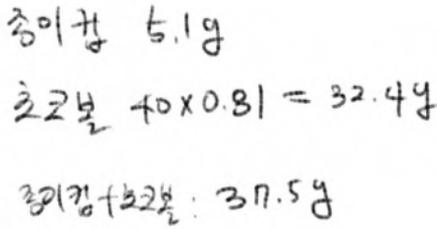
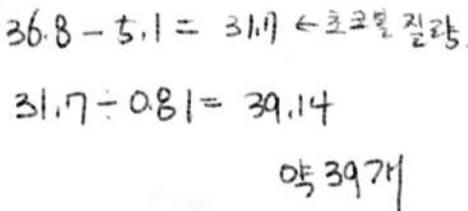
문항	평가 항목	배점	채점 기준
3	일차함수의 식 세우기	2	$a$ 와 $b$ 를 구하고 이를 이용하여 일차함수의 관계식 $y = ax + b$ 을 구한 경우
		1	$a$ 또는 $b$ 를 구한 경우
		0	$a, b$ 를 모두 구하지 못한 경우
	일반화하기 (관찰과 추측)	우수	$y$ 의 변화를 관찰하고 일정한 규칙을 발견하여 합리적인 과정으로 변화를 일반화된 식을 도출함
		보통	일부 $y$ 값의 변화를 이용하여 식을 도출함.
		미흡	$y$ 의 변화에서 규칙성을 발견하지 못함
4	일차함수를 이용하여 문제 해결하기	2	3번에서 세운 식에 주어진 $x$ 의 값을 대입하여 $y$ 의 값을 구함.
		1	식을 사용하지 않고 $y$ 의 값을 구함.
		0	$y$ 의 값을 구하지 못함
5	일차함수를 이용하여 문제 해결하기	2	식에 주어진 $y$ 의 값을 대입하여 $x$ 의 값을 구하고 맥락에 맞게 해석함.
		1	식을 사용하지 않고 $x$ 의 값을 구함.
		0	$x$ 의 값을 구하지 못함

**㉮ 채점 시 유의사항**

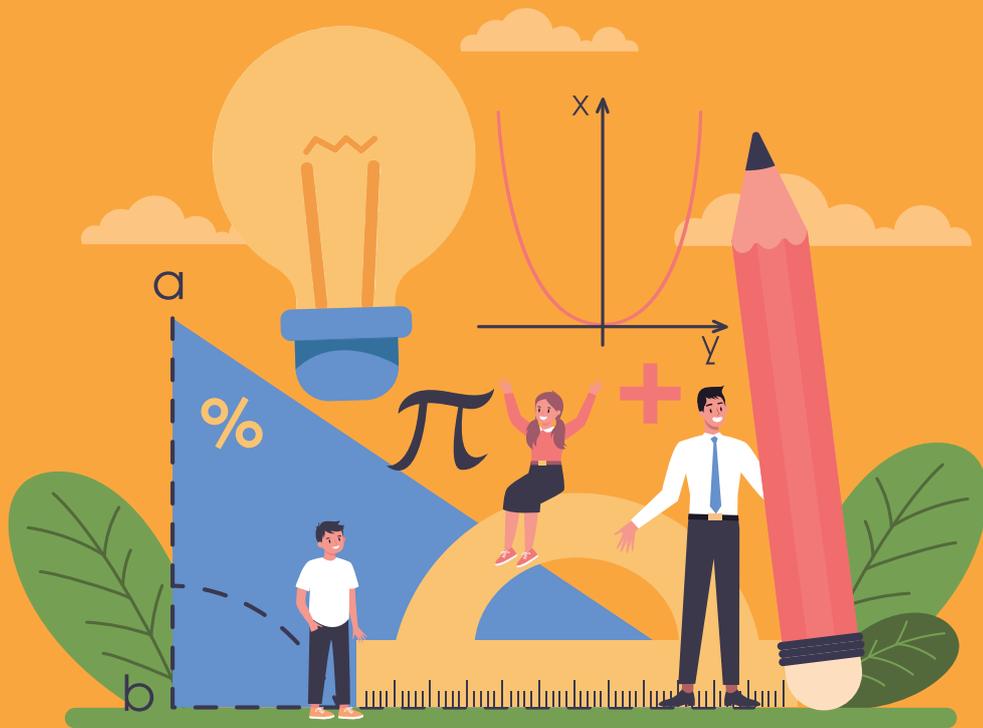
- 1번과 2번, 6번, [토의1], [토의2] 문항은 학생의 수학적 사고를 파악하기 위한 문항으로서 배점을 하지 않는다. 정답에 얽매이지 않고 다양한 사고를 할 수 있도록 유도하며 학급 내에서 다양한 풀이 방법을 공유한다.
- 3번문항에서 초코볼 1개의 질량을 결정하는 과정은 대푯값에서 다루는 내용과 유사하다. 교육과정에서 대푯값을 직접 사용할 수 없기 때문에 평균을 사용할 수 있는 정도로 지도한다. 이때 평균을  $\frac{y \text{ 증가량}}{x \text{ 증가량}}$  로 구할 수 있음을 지도하여 기울기와 평균을 연결하여 사고할 수 있도록 한다.
- 5번 문항의 경우 학생들이 실험한 환경과 같은 환경에서 초코볼의 개수만 달리하여 교사가 미리 측정하면 학습지에 제시된 질량과 다른 값으로 바꿀 수 있다. 정답보다는 과정이 중요한 문항이므로 학생들이 사고과정을 가급적 자세히 쓸 수 있도록 한다. 식을 이용하지 못한 학생이 있다면 식의 유용성에 대해 지도하고 식을 세워 문제를 풀 수 있도록 돕는다. 만약 예측이 크게 벗어났다면 원인을 분석해보고 수정할 수 있도록 지도한다.
- 6번 문항은 정답이 있는 문항이 아니므로 학생들의 의견과 그에 대한 근거를 확인한다.

**㉮ 학생 답안 사례**

문항	내용																		
답안																			
3	채점	<table border="1"> <thead> <tr> <th>평가 항목</th> <th>배점</th> <th>채점 기준</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="3">일차함수의 식 세우기</td> <td>2</td> <td><math>a</math>와 <math>b</math>를 구하고 이를 이용하여 일차함수의 관계식 <math>y = ax + b</math>를 구한 경우</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td><math>a</math> 또는 <math>b</math>를 구한 경우</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td><math>a, b</math>를 모두 구하지 못한 경우</td> </tr> <tr> <td rowspan="3">추론 (관찰과 추측)</td> <td>우수</td> <td><math>y</math>의 변화를 관찰하고 일정한 규칙을 발견하여 합리적인 과정으로 변화를 일반화된 식을 도출함</td> </tr> <tr> <td>보통</td> <td>일부 <math>y</math>값의 변화를 이용하여 식을 도출함.</td> </tr> <tr> <td>미흡</td> <td><math>y</math>의 변화에서 규칙성을 발견하지 못함</td> </tr> </tbody> </table>	평가 항목	배점	채점 기준	일차함수의 식 세우기	2	$a$ 와 $b$ 를 구하고 이를 이용하여 일차함수의 관계식 $y = ax + b$ 를 구한 경우	1	$a$ 또는 $b$ 를 구한 경우	0	$a, b$ 를 모두 구하지 못한 경우	추론 (관찰과 추측)	우수	$y$ 의 변화를 관찰하고 일정한 규칙을 발견하여 합리적인 과정으로 변화를 일반화된 식을 도출함	보통	일부 $y$ 값의 변화를 이용하여 식을 도출함.	미흡	$y$ 의 변화에서 규칙성을 발견하지 못함
평가 항목	배점	채점 기준																	
일차함수의 식 세우기	2	$a$ 와 $b$ 를 구하고 이를 이용하여 일차함수의 관계식 $y = ax + b$ 를 구한 경우																	
	1	$a$ 또는 $b$ 를 구한 경우																	
	0	$a, b$ 를 모두 구하지 못한 경우																	
추론 (관찰과 추측)	우수	$y$ 의 변화를 관찰하고 일정한 규칙을 발견하여 합리적인 과정으로 변화를 일반화된 식을 도출함																	
	보통	일부 $y$ 값의 변화를 이용하여 식을 도출함.																	
	미흡	$y$ 의 변화에서 규칙성을 발견하지 못함																	
지도 방안	<p>이 학생은 초코볼 2개 일 때 질량에서 초코볼 1개 일 때의 질량을 빼서 초코볼 1개의 질량을 결정했다. 하지만 초코볼 여러 개의 질량을 이용하면 좀 더 정확한 값을 구할 수 있다. 한편 이 학생의 답에서는 컵의 질량을 고려하지 않았으므로 이를 추가할 수 있도록 지도한다.</p>																		

문항		내용											
4	답안	<p style="text-align: center;">  </p>											
	채점	<table border="1"> <thead> <tr> <th>평가 항목</th> <th>배점</th> <th>채점 기준</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="3">일차함수를 이용하여 문제 해결하기</td> <td>2</td> <td>식에 주어진 <math>x</math>의 값을 대입하여 <math>y</math>의 값을 구함.</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>식을 사용하지 않고 <math>y</math>의 값을 구함.</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td><math>y</math>의 값을 구하지 못함</td> </tr> </tbody> </table>	평가 항목	배점	채점 기준	일차함수를 이용하여 문제 해결하기	2	식에 주어진 $x$ 의 값을 대입하여 $y$ 의 값을 구함.	1	식을 사용하지 않고 $y$ 의 값을 구함.	0	$y$ 의 값을 구하지 못함	
	평가 항목	배점	채점 기준										
일차함수를 이용하여 문제 해결하기	2	식에 주어진 $x$ 의 값을 대입하여 $y$ 의 값을 구함.											
	1	식을 사용하지 않고 $y$ 의 값을 구함.											
	0	$y$ 의 값을 구하지 못함											
지도 방안	<p>이 학생은 올바르게 답을 구했지만 식을 세우지 못했다. 식을 세우지 않으면 좀 더 복잡한 문제를 풀 수 없으므로 이 단계에서 식을 세우는 방법을 지도한다.</p> <p>표를 통해 식을 구하기 어려운 경우에는 식을 주고 이에 대응하는 표를 만드는 활동을 진행하고 표에서 <math>y</math>의 값의 변화를 관찰하여 표와 식의 관계를 이해할 수 있도록 지도한다.</p>												
5	답안	<p style="text-align: center;">  </p>											
	채점	<table border="1"> <thead> <tr> <th>평가 항목</th> <th>배점</th> <th>채점 기준</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="3">일차함수를 이용하여 문제 해결하기</td> <td>2</td> <td>식에 주어진 <math>y</math>의 값을 대입하여 <math>x</math>의 값을 구하고 맥락에 맞게 해석함.</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>식을 사용하지 않고 <math>x</math>의 값을 구함.</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td><math>x</math>의 값을 구하지 못함</td> </tr> </tbody> </table>	평가 항목	배점	채점 기준	일차함수를 이용하여 문제 해결하기	2	식에 주어진 $y$ 의 값을 대입하여 $x$ 의 값을 구하고 맥락에 맞게 해석함.	1	식을 사용하지 않고 $x$ 의 값을 구함.	0	$x$ 의 값을 구하지 못함	
	평가 항목	배점	채점 기준										
일차함수를 이용하여 문제 해결하기	2	식에 주어진 $y$ 의 값을 대입하여 $x$ 의 값을 구하고 맥락에 맞게 해석함.											
	1	식을 사용하지 않고 $x$ 의 값을 구함.											
	0	$x$ 의 값을 구하지 못함											
지도 방안	<p>4번 문항과 비슷하게 지도할 수 있다.</p>												

# 수업과 연계한 수학과 서·논술형 평가 실천하기



04

중학교

기하

## 다각형의 성질



# 04 기하 다각형의 성질

## 1. 수업과 평가 개요

<p>교육과정 성취기준</p>	<p>[9수04-05] 다각형의 성질을 이해한다.</p>	<p>평가요소</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 다각형의 내각의 크기의 합</li> <li>- 다각형의 외각의 크기의 합</li> <li>- 정다각형의 한 내각의 크기</li> </ul>
<p>단원 선정 의도</p>	<p>해당 성취기준은 초등학교에서 학습하였던 삼각형, 사각형의 기본 성질을 바탕으로 다각형의 성질로 일반화하는 것에 관심을 둔다. 교사들은 공학적 도구의 사용, 색종이를 이용한 활동 등을 통해 학생들의 이해를 돕고 일반화까지 도달하게 하지만 그 결과만을 이용한 문제 풀이형 문항을 많이 접하게 되는 학생들은 2,3학년에서 관련 내용이 나왔을 때 공식만을 떠올리려고 하는 것을 쉽게 볼 수 있다. 여기서는 다각형의 성질을 이해하는 수업 활동과 연계하여 이해한 과정을 바탕으로 문제를 해결할 수 있게 하는 것에 목적을 두고 서·논술형 평가자료를 개발하고자 한다.</p>		
<p>교과역량</p>	<p><input checked="" type="checkbox"/> 문제해결    <input checked="" type="checkbox"/> 추론    <input checked="" type="checkbox"/> 의사소통    <input type="checkbox"/> 정보처리    <input type="checkbox"/> 창의융합    <input type="checkbox"/> 태도 및 실천</p>		
<p>핵심질문</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 사실적·개념적 질문                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- 다각형의 내각, 외각은 무엇인가?</li> <li>- 칠각형의 내각의 크기의 합을 어떻게 구할까?</li> <li>- 육각형의 외각의 크기의 합은 몇 도인가?</li> </ul> </li> <li>◎ 사고를 위한 비계 질문(토의/토론 질문)                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- 오각형의 내각의 크기의 합을 여러 가지 방법으로 구해 볼 수 있을까?</li> <li>- 다각형의 내각의 크기의 합을 구하기 위해 다각형을 분할하는 방법은 한 가지가 아니다. <math>n</math>각형의 내각의 크기의 합을 구하려면 어떤 방법이 좋을까?</li> <li>- <math>n</math>각형의 내각의 크기의 합을 구하는 식을 만들 수 있을까?</li> <li>- <math>n</math>각형의 외각의 크기의 합이 <math>360^\circ</math>임을 어떻게 설명할 수 있을까?</li> <li>- 정오각형 모양의 타일은 왜 없을까?</li> </ul> </li> </ul>	<p>연관 사고력</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 실행하기</li> <li>- 추론하기</li> <li>- 비교하기</li> <li>- 설명하기</li> </ul>

서·논술형  
평가 연계  
수업-평가  
진행

◎ 수업

- 1차시: 초등학교 때 직관적으로 알고 있었던 삼각형의 세 내각의 크기의 합이  $180^\circ$ 임을 평행선의 성질을 이용하여 설명할 수 있게 함. 이 과정 중에 내각, 외각이라는 용어를 도입하고 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계를 말할 수 있게 함.
- 2~3차시: 사각형의 내각의 크기의 합이  $360^\circ$ 임을 삼각형의 내각의 크기의 합을 이용하여 설명할 수 있게 하고, 오각형, 육각형, 칠각형의 내각의 크기의 합을 여러 가지 방법으로 구해 보게 함. 이십각형과 같이 변의 개수가 많은 경우 어떤 방법으로 내각의 크기의 합을 구하는 것이 편리할지 생각하고 이를 통해  $n$ 각형의 내각의 크기의 합을 구하는 식을 만들어 보게 함. 이 과정 중에 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수를  $n$ 각형의 내각의 크기의 합을 구하는 방법 중 하나와 연계하여 생각할 수 있게 함.
- 4차시: 삼각형, 사각형, 오각형의 외각의 크기의 합을 색종이 또는 공학적 도구 등을 이용하여 관찰 및 확인하고 그 값이 나오는 이유를 설명하게 함.
- 5차시: 정다각형을 이용한 쪽매 맞춤에 대해 알아보고 이 과정에서 정다각형의 한 내각의 크기가 필요함을 알고 구하는 방법을 설명하게 함. 구한 값을 이용하여 정다각형을 이용한 쪽매 맞춤을 계획하게 함.

◎ 수행평가

- 수업을 통해 다각형의 내각과 외각을 알고 그 크기의 합을 구하는 과정에 대해 이해한 후, 각자가 이해한 내용을 바탕으로 다각형의 내각과 외각의 크기의 합을 구하는 과정을 설명할 수 있는지, 정다각형의 한 내각의 크기를 구하여 문제를 해결할 수 있는지 판단하고 피드백하기 위한 서술형 평가를 실시함.

2. 서·논술형 평가와 연계한 수업

차시	교수·학습 활동	평가 방법 및 내용	문항 번호
1	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ [준비학습] 삼각형의 세 각의 크기의 합 확인하기</li> <li>◎ [탐구] 삼각형이 세 내각의 크기의 합이 <math>180^\circ</math>임을 설명하기                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 삼각형의 세 각의 크기의 합이 <math>180^\circ</math>임을 확인하기 : 각 측정하기, 종이에 삼각형을 그리고 세 각을 잘라 모아보기 등 (활동 또는 내용 상기)</li> <li>- 삼각형의 세 각의 크기의 합이 <math>180^\circ</math>임을 평행선의 성질을 이용하여 설명하기</li> <li>- 삼각형의 내각과 외각의 크기 사이의 관계를 발견하여 말해 보기 : 내각, 외각 용어 도입하기</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 형성 평가                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 한 다각형에서 내각과 외각을 표시해 보기</li> <li>- 내각 또는 외각의 크기가 일부 주어진 삼각형에서 어떤 각의 크기 구하기</li> </ul> </li> </ul>	

차시	교수·학습 활동	평가 방법 및 내용	문항 번호
2~3	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ [준비학습] 다각형의 내각, 삼각형, 사각형의 내각의 크기의 합 확인하기</li> <li>◎ [탐구1] 칠각형의 내각의 크기의 합을 구하는 방법 찾기                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 임의의 사각형의 내각의 크기의 합이 <math>360^\circ</math> 인 이유 설명해 보기</li> <li>- 오각형, 육각형, 칠각형의 내각의 크기의 합을 구하는 방법을 2가지 이상 생각해 보고 의견 나누기</li> </ul> </li> <li>◎ [탐구2] <math>n</math>각형의 내각의 크기의 합을 구하는 식 만들기                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 이십각형의 내각의 크기의 합을 구하기에 적절한 방법을 선택하고 그 이유 말해 보기</li> <li>- <math>n</math>각형의 내각의 크기의 합 구하는 식 만들기</li> </ul> </li> <li>◎ [탐구3] <math>n</math>각형의 대각선의 개수 구하기                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 오각형, 육각형의 대각선의 개수 세어 구하기</li> <li>- 이십각형의 대각선의 개수를 구하는 방법 찾기</li> <li>- <math>n</math>각형의 대각선의 개수 구하는 식 만들어 보기</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 서술형 평가                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 다각형의 내각의 크기의 합을 구하는 여러 가지 방법 중 한 가지를 골라 제시하는 다각형의 내각의 크기의 합 구하기</li> </ul> </li> </ul>	1
4	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ [준비학습] 다각형의 외각, 평각의 크기 확인하기</li> <li>◎ [활동] 육각형의 외각의 크기의 합 확인하기                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 공학적 도구 또는 색종이에 삼각형, 사각형, 오각형을 그리고 각 다각형의 외각을 표시하여 그 크기의 합 확인하기</li> </ul> </li> <li>◎ [탐구] <math>n</math>각형의 외각의 크기의 합을 구하는 과정 설명하기                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 활동을 통해 확인한 한 다각형의 외각의 크기의 합이 <math>360^\circ</math> 임을 한 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합, 다각형의 내각의 크기의 합을 이용하여 설명하기</li> <li>- <math>n</math>각형의 외각의 크기의 합을 구하는 과정 설명하기</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 서술형 평가                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 제시한 다각형의 외각의 크기의 합이 <math>360^\circ</math> 임을 설명하기</li> </ul> </li> </ul>	2
5	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ [준비학습] 다각형의 내각의 크기의 합과 외각의 크기의 합 구하기</li> <li>◎ [탐구1] 정오각형 타일이 없는 이유 설명하기                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 주변에 직사각형 타일링이 흔히 사용되는 이유 말해 보기</li> <li>- 합동인 정다각형을 이용한 짝매 맞춤을 할 때 어떤 다각형이 가능한지 찾고 그 이유 알아보기</li> <li>- 정<math>n</math>각형의 한 내각의 크기를 구하는 방법을 찾고 설명하기</li> <li>- 정오각형 타일이 없는 이유 말해 보기</li> </ul> </li> <li>◎ [탐구2] 정다각형을 이용한 짝매 맞춤                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 정<math>n</math>각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기 구해 보기</li> <li>- 한 변의 길이가 같은 정다각형 2~3종류를 이용한 짝매 맞춤 계획하기</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 서술형 평가                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- 정다각형이 주어졌을 때, 한 꼭짓점을 중심으로 다른 정다각형과 변과 변이 맞닿게 붙이는 방법 찾기</li> <li>- 한 가지 모양으로 붙이는 경우</li> <li>- 2~3가지 모양으로 붙이는 경우</li> </ul> </li> </ul>	3

**문항번호 1**    **수행평가 서술형**

교육과정 성취기준	[9수04-05] 다각형의 성질을 이해한다.
출제이도	다각형의 내각의 크기의 합을 구하는 식을 암기하여 값을 구하는 것이 아니라 다각형의 내각의 크기의 합을 구하기 위한 여러 가지 방법을 이해하고 그 방법을 사용하여 주어진 다각형의 내각의 크기의 합을 구하는 과정을 설명할 수 있는지 평가하고자 한다.
수업과의 연계	다각형의 내각의 크기의 합은 여러 가지 방법으로 구할 수 있지만 여기서는 삼각형 및 사각형으로 분할하여 구하는 방법에 대해 수업 중 활동을 중심으로 학습한다. 따라서 학생들은 활동과 함께 다각형의 내각의 크기를 구하는 식을 탐구하고 그 과정을 설명할 수 있도록 학습하므로 해당 수업의 목표에 도달하였는지를 확인하고 피드백 할 수 있도록 평가를 실시한다.

**☑ 관련 수업 자료**
**[준비학습]**

1. 다음 다각형에서 내각을 모두 표시하고 그 크기의 합을 말해 보자.



2. 다음 다각형의 내각의 크기의 합을 쓰고, 이유를 설명해 보자.

(1) 정사각형

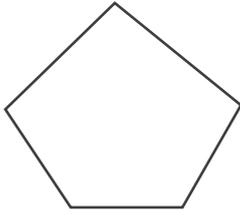
(2) 직사각형

[탐구 1] 칠각형의 내각의 크기의 합을 어떻게 구할까?

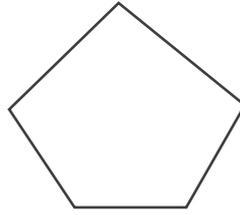
1. 사각형을 그리고 내각을 모두 표시한 후 그 크기의 합을 말해 보자. 또, 그 이유를 설명해 보자.

2. 오각형, 육각형, 칠각형의 내각의 크기의 합을 여러 가지 방법으로 구하고 그 과정을 설명해 보자.

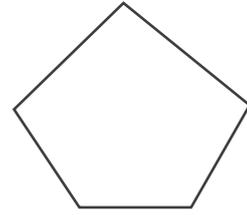
(1) 오각형



<과정 설명>

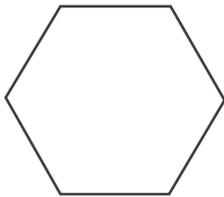


<과정 설명>

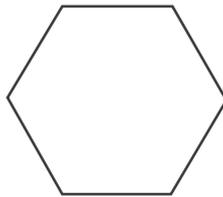


<과정 설명>

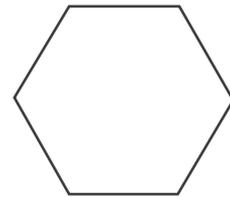
(2) 육각형



<과정 설명>

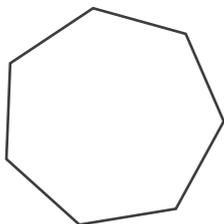


<과정 설명>

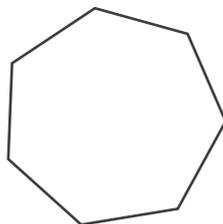


<과정 설명>

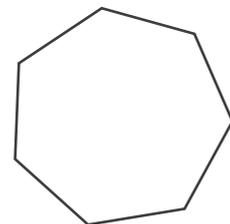
(3) 칠각형



<과정 설명>



<과정 설명>



<과정 설명>

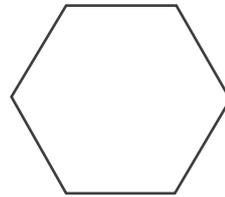
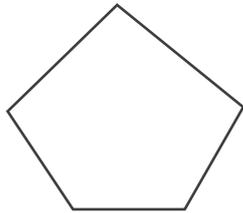
[탐구 2]  $n$ 각형의 내각의 크기의 합을 구하는 식을 만들 수 있을까?

1. 앞에서 오각형, 육각형, 칠각형의 내각의 크기의 합을 여러 가지 방법으로 구해 보았다. 그 중 한 가지 방법을 선택하여 이십각형의 내각의 크기의 합을 구하고, 왜 그 방법을 선택하였는지 친구들과 함께 의견을 나누어 보자.

2. 변의 개수가  $n$ 인 다각형을  $n$ 각형이라고 한다. 위의 활동을 바탕으로  $n$ 각형의 내각의 크기의 합을 구하는 방법을 설명하고  $n$ 을 이용한 식으로 표현해 보자.

[탐구 3]  $n$ 각형의 대각선의 개수를 구할 수 있을까?

1. 아래의 다각형에 대각선을 모두 그으면 몇 개일지 쓰고, 본인이 구한 방법을 설명해 보자.



2. 이십각형의 대각선의 개수는 모두 몇 개일지 구하는 방법을 설명해 보자.

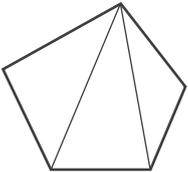
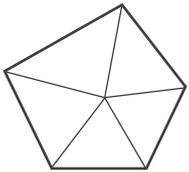
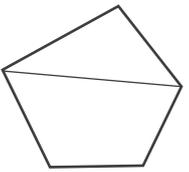
3. 위의 활동을 바탕으로  $n$ 각형의 대각선의 개수를 구하는 방법을 설명하고  $n$ 을 이용한 식으로 표현해 보자.

**교사용 Tip**

- 다각형의 대각선의 개수는 초등학교 때 직접 세보는 과정으로 학습하였다. 여기서는  $n$ 각형의 대각선의 개수를 세는 방법에 대해 이해하고 식으로 만들어 볼 수 있도록 하되 그 내용은 경우의 수에서 학습할 수 있으므로 가볍게 다루었다. 단, 이 식을 만들어 보는 과정에서  $n$ 각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수가  $(n - 3)$ 임을 발견하고 그것이  $n$ 각형의 내각의 크기의 합을 구하는 방법 중 하나와 연계하여 생각하는 경우  $180^\circ \times (n - 2)$ 라는 식이 자연스럽게 나올 수 있음을 지도할 수 있다.

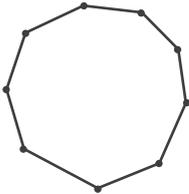
**평가 문항**

1. 다음은 현서, 연우, 경하가 오각형의 내각의 크기의 합을 구하기 위해 주어진 오각형을 삼각형 또는 사각형으로 분할해 본 그림이다.

		
현서의 방법	연우의 방법	경하의 방법

위의 세 가지 방법 중 하나를 선택하여 구각형의 내각의 크기의 합을 구하려고 한다. 물음에 답하시오. (4점)

(1) 구각형의 내각의 크기의 합을 구하기 위해 어떤 방법을 사용할지 선택하고, 그 방법에 의해 구각형을 분할하는 방법을 그림에 표현하거나 분할된 다각형과 그 개수를 쓰시오. (1점)

선택한 방법에 <input checked="" type="checkbox"/> 표시	<input type="checkbox"/> 현서의 방법	<input type="checkbox"/> 연우의 방법	<input type="checkbox"/> 경하의 방법
			

(2) (1)에서 선택한 방법으로 구각형의 내각의 크기의 합을 구하는 과정을 쓰고, 그 값을 구하시오. (3점)

### 예시 답안

#### 예시1

1. (1)  현서의 방법 : 삼각형 7개  
 (2) 구각형의 한 꼭짓점에서 그은 대각선에 의해 분할되는 삼각형 7개의 내각의 크기의 합은 구각형의 내각의 크기의 합과 같으므로  $7 \times 180^\circ = 1260^\circ$  이다.

#### 예시2

1. (1)  연우의 방법 : 삼각형 9개  
 (2) 구각형의 내부의 한 점에서 각 꼭짓점마다 그은 선분에 의해 분할되는 삼각형은 9개이고 9개의 삼각형의 내각의 크기의 합에서  $360^\circ$  를 뺀 것이 구각형의 내각의 크기의 합과 같으므로  $9 \times 180^\circ - 360^\circ = 1260^\circ$  이다.

#### 예시3

1. (1)  경하의 방법 : 삼각형 1개, 사각형 3개  
 (2) 구각형을 삼각형 1개, 사각형 3개로 분할했고, 이 다각형들의 내각의 크기의 합은 구각형의 내각의 크기의 합과 같으므로  $180^\circ \times 1 + 360^\circ \times 3 = 1260^\circ$  이다.

### 채점 기준

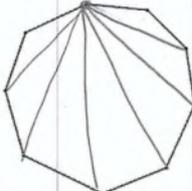
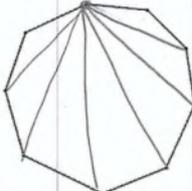
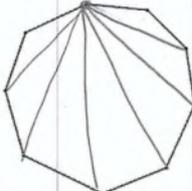
문항	평가 항목	배점	채점 기준	
1	다각형의 내각의 크기를 구하는 방법	1	1	선택한 방법에 따라 구각형을 분할하거나, 분할된 다각형 및 개수를 바르게 쓴 경우
			0	방법을 선택했지만 분할한 결과의 표현이 바르지 않거나 내용을 쓰지 않은 경우
	선택한 방법에 따라 내각의 크기의 합을 구하는 과정 설명하기	2	2	(1)의 선택의 결과에 따른 과정(식)을 표현한 경우
			1	(1)의 선택과 다른 과정(식)을 표현하였거나, 선택한 내용의 과정(식)이 충분히 보이지 않은 경우
			0	과정 또는 식이 없거나 틀린 경우
	내각의 크기의 합	1	1	$1260^\circ$ 를 쓴 경우
0			그 외의 오답	

### 출제 시 유의사항

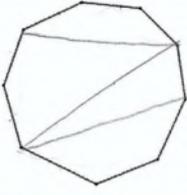
- $n$ 각형의 내각의 크기의 합은 학습 및 평가 당시에는 그 식을 잘 기억하고 있지만 자주 사용하지 않으므로 시간이 지나면 그 식을 잊는 경우가 많다. 따라서 여기서는 그 식을 잘 알고 있는지를 평가하기 보다는 구하는 과정에 대한 이해를 바탕으로  $n$ 각형의 내각의 크기의 합을 구할 수 있는지를 평가하고 있다.
- 학생들로 하여금  $180^\circ \times (n - 2)$ 와 같은 식을 이용하게 하는 것이 목적이라면  $n$ 을 좀 더 큰 수로 지정하거나, 문항에서 그림을 삭제할 수 있으며, 경하의 방법을 제시하지 않을 수도 있다.
- (1)에서 방법을 선택만 하는 것은 평가 목적을 달성하지 못하므로 선택한 내용에 대한 설명과 함께 배점하는 것이 필요하며, (2)도 이에 연계하여 과정을 설명할 수 있도록 하였다.
- 각도의 단위 미표기에 대한 점수 인정 여부는 해당 문항에 대한 평가의 목적을 고려하여 교과 협의회에서 의논하여 결정할 수 있다.

🗣️ 학생 답안 및 채점 사례

-학생 A-

문항	내용																				
답안	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%; padding: 5px;">                     선택한 방법에 <input checked="" type="checkbox"/> 표시                 </td> <td style="width: 70%; padding: 5px;"> <input checked="" type="checkbox"/> 현서의 방법    <input type="checkbox"/> 연우의 방법    <input type="checkbox"/> 경하의 방법                 </td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">  </td> <td style="padding: 5px;">                     분할된 다각형 = 삼각형                      개수 = 7개                 </td> </tr> </table> <p style="margin-top: 10px;">                     다각형의 내각의 크기의 합을 구하는 공식 = <math>(n-2) \times 180^\circ</math> 이므로  <math>\therefore n=9</math> 를 대입하면 <math>(9-2) \times 180^\circ = 7 \times 180^\circ = 1260^\circ</math>                      답 = <math>1260^\circ</math> </p>	선택한 방법에 <input checked="" type="checkbox"/> 표시	<input checked="" type="checkbox"/> 현서의 방법 <input type="checkbox"/> 연우의 방법 <input type="checkbox"/> 경하의 방법		분할된 다각형 = 삼각형 개수 = 7개																
선택한 방법에 <input checked="" type="checkbox"/> 표시	<input checked="" type="checkbox"/> 현서의 방법 <input type="checkbox"/> 연우의 방법 <input type="checkbox"/> 경하의 방법																				
	분할된 다각형 = 삼각형 개수 = 7개																				
1	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; background-color: #fce4d6;"> <thead> <tr> <th style="width: 20%;">평가 항목</th> <th style="width: 10%;">배점</th> <th style="width: 70%;">채점 기준</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="2" style="vertical-align: middle;">다각형의 내각의 크기를 구하는 방법</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td>선택한 방법에 따라 구각형을 분할하거나, 분할된 다각형 및 개수를 바르게 쓴 경우</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">0</td> <td>방법을 선택했지만 분할한 결과의 표현이 바르지 않거나 내용을 쓰지 않은 경우</td> </tr> <tr> <td rowspan="3" style="vertical-align: middle;">선택한 방법에 따라 내각의 크기의 합을 구하는 과정 설명하기</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td>(1)의 선택의 결과에 따른 과정(식)을 표현한 경우</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td>(1)의 선택과 다른 과정(식)을 표현하였거나, 선택한 내용의 과정(식)이 충분히 보여지지 않은 경우</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">0</td> <td>과정 또는 식이 없거나 틀린 경우</td> </tr> <tr> <td rowspan="2" style="vertical-align: middle;">내각의 크기의 합</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td><math>1260^\circ</math> 를 쓴 경우</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">0</td> <td>그 외의 오답</td> </tr> </tbody> </table>	평가 항목	배점	채점 기준	다각형의 내각의 크기를 구하는 방법	1	선택한 방법에 따라 구각형을 분할하거나, 분할된 다각형 및 개수를 바르게 쓴 경우	0	방법을 선택했지만 분할한 결과의 표현이 바르지 않거나 내용을 쓰지 않은 경우	선택한 방법에 따라 내각의 크기의 합을 구하는 과정 설명하기	2	(1)의 선택의 결과에 따른 과정(식)을 표현한 경우	1	(1)의 선택과 다른 과정(식)을 표현하였거나, 선택한 내용의 과정(식)이 충분히 보여지지 않은 경우	0	과정 또는 식이 없거나 틀린 경우	내각의 크기의 합	1	$1260^\circ$ 를 쓴 경우	0	그 외의 오답
평가 항목	배점	채점 기준																			
다각형의 내각의 크기를 구하는 방법	1	선택한 방법에 따라 구각형을 분할하거나, 분할된 다각형 및 개수를 바르게 쓴 경우																			
	0	방법을 선택했지만 분할한 결과의 표현이 바르지 않거나 내용을 쓰지 않은 경우																			
선택한 방법에 따라 내각의 크기의 합을 구하는 과정 설명하기	2	(1)의 선택의 결과에 따른 과정(식)을 표현한 경우																			
	1	(1)의 선택과 다른 과정(식)을 표현하였거나, 선택한 내용의 과정(식)이 충분히 보여지지 않은 경우																			
	0	과정 또는 식이 없거나 틀린 경우																			
내각의 크기의 합	1	$1260^\circ$ 를 쓴 경우																			
	0	그 외의 오답																			
지도 방안	<p>문제에 제시된 방법 중 하나를 선택하고 그에 적합한 식을 사용하여 구각형의 내각의 크기의 합을 구한 것을 볼 수 있다. 단, 그림에서 7개의 삼각형으로 분할하였음에도 불구하고 <math>n</math>각형의 내각의 크기의 합을 구하는 식에 9를 대입한 이유를 생각해 보게 하여 본인이 사용한 식과 그림 사이의 관계를 다시 한번 연결지어 스스로 설명해 볼 수 있도록 지도할 수 있다. 이와 함께 '개수=7개'를 등호의 의미 '같다'라는 용어를 사용하여 읽어보게 하여 수학에서 기호의 사용에 바른 사용에 대한 생각도 해보게 할 수 있다.</p>																				

-학생 B-

문항	내용																					
1	답안	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 25%; padding: 5px;">선택한 방법에 <input checked="" type="checkbox"/> 표시</td> <td style="width: 25%; padding: 5px;"><input type="checkbox"/> 현서의 방법</td> <td style="width: 25%; padding: 5px;"><input type="checkbox"/> 연우의 방법</td> <td style="width: 25%; padding: 5px;"><input checked="" type="checkbox"/> 경하의 방법</td> </tr> </table> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  </div> <p style="margin-left: 40px;">                 오각형의 내각의 크기의 합 : <math>540^\circ</math>                  육각형의 내각의 크기의 합 : <math>720^\circ</math>  <math>540^\circ + 720^\circ = 1260^\circ</math> </p> <p style="margin-left: 40px;">                 각형을 쪼개서 나온 오각형에 선을 하나 더 그으면 삼각형과 사각형으로 쪼개지는데                  삼각형의 내각의 크기의 합 <math>180^\circ +</math> 사각형의 내각의 크기의 합 <math>360^\circ</math>  <math>= 540^\circ</math> 이기 때문에 오각형의 내각의 크기의 합은 <math>540^\circ</math> </p> <p style="margin-left: 40px;">                 각형을 쪼개서 나온 육각형에 선을 하나 더 그으면 사각형의 두 개가                  나오는데 사각형의 내각의 크기의 합 <math>360^\circ + 360^\circ = 720^\circ</math> 이므로                  육각형의 내각의 크기의 합은 <math>720^\circ</math> </p>	선택한 방법에 <input checked="" type="checkbox"/> 표시	<input type="checkbox"/> 현서의 방법	<input type="checkbox"/> 연우의 방법	<input checked="" type="checkbox"/> 경하의 방법																
선택한 방법에 <input checked="" type="checkbox"/> 표시	<input type="checkbox"/> 현서의 방법	<input type="checkbox"/> 연우의 방법	<input checked="" type="checkbox"/> 경하의 방법																			
	채점	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr style="background-color: #f9cb9c;"> <th style="width: 20%;">평가 항목</th> <th style="width: 10%;">배점</th> <th style="width: 70%;">채점 기준</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="2">다각형의 내각의 크기를 구하는 방법</td> <td>1</td> <td>선택한 방법에 따라 구각형을 분할하거나, 분할된 다각형 및 개수를 바르게 쓴 경우</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>방법을 선택했지만 분할한 결과의 표현이 바르지 않거나 내용을 쓰지 않은 경우</td> </tr> <tr> <td rowspan="3">선택한 방법에 따라 내각의 크기의 합을 구하는 과정 설명하기</td> <td>2</td> <td>(1)의 선택의 결과에 따른 과정(식)을 표현한 경우</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>(1)의 선택과 다른 과정(식)을 표현하였거나, 선택한 내용의 과정(식)이 충분히 보여지지 않은 경우</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>과정 또는 식이 없거나 틀린 경우</td> </tr> <tr> <td rowspan="2">내각의 크기의 합</td> <td>1</td> <td><math>1260^\circ</math> 를 쓴 경우</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>그 외의 오답</td> </tr> </tbody> </table>	평가 항목	배점	채점 기준	다각형의 내각의 크기를 구하는 방법	1	선택한 방법에 따라 구각형을 분할하거나, 분할된 다각형 및 개수를 바르게 쓴 경우	0	방법을 선택했지만 분할한 결과의 표현이 바르지 않거나 내용을 쓰지 않은 경우	선택한 방법에 따라 내각의 크기의 합을 구하는 과정 설명하기	2	(1)의 선택의 결과에 따른 과정(식)을 표현한 경우	1	(1)의 선택과 다른 과정(식)을 표현하였거나, 선택한 내용의 과정(식)이 충분히 보여지지 않은 경우	0	과정 또는 식이 없거나 틀린 경우	내각의 크기의 합	1	$1260^\circ$ 를 쓴 경우	0	그 외의 오답
평가 항목	배점	채점 기준																				
다각형의 내각의 크기를 구하는 방법	1	선택한 방법에 따라 구각형을 분할하거나, 분할된 다각형 및 개수를 바르게 쓴 경우																				
	0	방법을 선택했지만 분할한 결과의 표현이 바르지 않거나 내용을 쓰지 않은 경우																				
선택한 방법에 따라 내각의 크기의 합을 구하는 과정 설명하기	2	(1)의 선택의 결과에 따른 과정(식)을 표현한 경우																				
	1	(1)의 선택과 다른 과정(식)을 표현하였거나, 선택한 내용의 과정(식)이 충분히 보여지지 않은 경우																				
	0	과정 또는 식이 없거나 틀린 경우																				
내각의 크기의 합	1	$1260^\circ$ 를 쓴 경우																				
	0	그 외의 오답																				
	지도 방안	<p>문제에 제시된 방법 중 하나를 선택하고 그에 적합한 식을 사용하여 구각형의 내각의 크기의 합을 구한 것을 볼 수 있다. 단, 구각형이 아니라 오십각형과 같이 꼭짓점이 아주 많은 다각형의 내각의 크기의 합을 구하는 경우 경하의 방법을 사용하는 것이 어떠할지 생각해 보게 하고, 문제에 제시된 현서, 연우의 방법도 시도해 볼 수 있도록 지도할 수 있다.</p>																				

문항번호 2 수행평가 서술형

교육과정 성취기준	[9수04-05] 다각형의 성질을 이해한다.
출제의도	다각형의 외각의 크기의 합이 $360^\circ$ 라는 결과만을 암기하는 것이 아니라 모든 다각형에 대해 외각의 크기의 합이 $360^\circ$ 인 이유를 설명할 수 있는지 평가하고자 한다.
수업과의 연계	다각형의 외각의 크기의 합이 $360^\circ$ 라는 결과는 학생들이 잘 기억하는 것임에 반해 그 이유에 대해서는 관심이 없는 경우가 많다. 다각형의 내각의 크기의 합을 구하는 방법과 함께 한 다각형의 외각의 크기의 합이 $360^\circ$ 가 나오는 이유를 설명해 보게 함으로써 다각형의 내각의 크기의 합, 외각의 크기의 합에 대한 이해를 더욱 높이고자 한다.

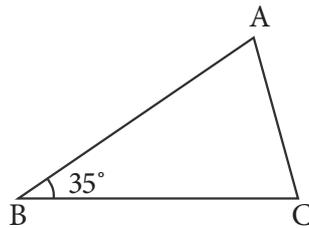
☑ 관련 수업 자료

[준비학습]

1. 그림의 삼각형 ABC에 대해 물음에 답해 보자.

(1) 삼각형의 세 내각에 대한 외각을 각각 표시해 보자.

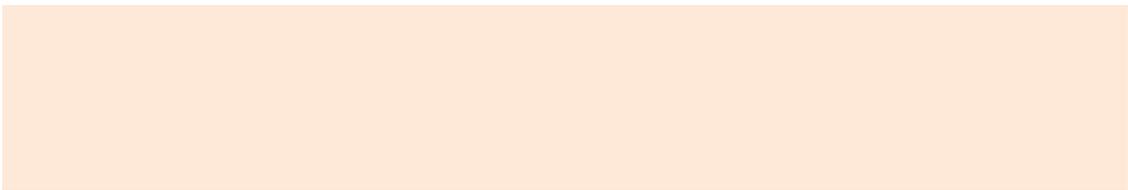
(2)  $\angle B$ 의 외각의 크기를 구해 보자.



[활동] 육각형의 외각의 크기의 합은 몇 도일까?

1. 사각형의 네 외각의 크기의 합은 몇 도인지 알아보려고 한다.

그림과 같이 색종이에 사각형의 네 외각을 표시하고 선을 따라 자른 후, 원래의 사각형을 치우고 사각형을 이루는 네 개의 선분을 밀어 빈 공간을 좁히면서 네 외각의 꼭짓점이 맞닿게 해보자. 사각형의 네 외각이 모두 모여 이루는 각은 몇 도로 보이는지 말해 보자.



2. 색종이에 삼각형, 오각형, 육각형 중 1개의 다각형을 그리고 1과 같은 활동을 해 보자. 본인이 그린 다각형의 외각이 모두 모여 이루는 각은 몇 도로 보이는지 말해 보자.

3. 친구들과 함께 삼각형, 사각형, 오각형, 육각형의 외각의 크기의 합에 대해 활동한 결과를 모아 정리해 보자.

[탐구]  $n$ 각형의 외각의 크기의 합을 구하는 과정을 어떻게 설명할까?

1. [활동] 2에서 본인이 그린 다각형의 외각의 크기의 합은 으로 보였다. 그 값이 맞는지 다음 2가지 내용을 이용하여 확인하고 그 과정을 설명해 보자.

- ① 한 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 이다.

② 내가 그린 다각형의 내각의 크기의 합은 이다.

2. 위의 내용을 바탕으로  $n$ 각형의 외각의 크기의 합은 몇 도인지 구하는 과정을 설명해 보자.

**평가 문항**

1. 구각형의 외각의 크기의 합이  $360^\circ$  임을 주어진 <조건>을 이용하여 설명하시오. (4점)

< 조건 >

① 한 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합  
 ② 구각형의 내각의 크기의 합

**예시 답안**

예시1

1. 구각형의 각 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은  $180^\circ$ 이므로 구각형에서  
 (내각의 크기의 합) + (외각의 크기의 합) =  $180^\circ \times 9$   
 이다.  
 이때 구각형의 내각의 크기의 합은  $180^\circ \times (9 - 2)$ 이므로 구각형의 외각의 크기의 합은 다음과 같다.  
 (구각형의 외각의 크기의 합) =  $180^\circ \times 9 - (\text{구각형의 내각의 크기의 합})$   
 =  $180^\circ \times 9 - 180^\circ \times (9 - 2)$   
 =  $180^\circ \times 9 - 180^\circ \times 9 + 180^\circ \times 2$   
 =  $360^\circ$

예시2

1. 구각형의 각 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은  $180^\circ$ 이므로 구각형에서  
 (구각형의 내각의 크기의 합) + (구각형의 외각의 크기의 합) =  $180^\circ \times 9 = 1620^\circ$   
 이다.  
 (구각형의 외각의 크기의 합) =  $180^\circ \times 9 - (\text{구각형의 내각의 크기의 합})$   
 =  $1620^\circ - 180^\circ \times 7 = 1620^\circ - 1260^\circ$   
 =  $360^\circ$

**채점 기준**

문항	평가 항목	배점	채점 기준
1	다각형의 외각의 크기의 합	4	1 각 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 $180^\circ$ 임을 표현한 경우(조건 ①에 해당)
			1 구각형의 내각의 크기의 합에 해당하는 식 또는 값을 바르게 구한 경우(조건 ②에 해당)
			1 (구각형의 외각의 크기의 합) = $180^\circ \times 9 - (\text{구각형의 내각의 크기의 합})$ 임을 표현한 경우
			1 서술한 과정의 결과가 구각형의 외각의 크기의 합 $360^\circ$ 임이 맞는 경우

**출제 시 유의사항**

- 학생들의 수준에 따라 임의의 다각형이 아닌  $n$ 각형의 외각의 크기의 합이  $360^\circ$ 인 이유를 설명하는 문항으로 출제할 수도 있다.
- 평가 의도에 따라 문항에서 제시하는 다각형에 대해 정다각형의 특징을 이용하지 않게끔 조건을 추가할 수도 있다.
- 외각의 크기의 합이  $360^\circ$ 임을 문항에서 제시하였으므로 '서술한 과정의 결과가 구각형의 외각의 크기의 합  $360^\circ$ 임이 맞는 경우'라는 채점 기준은 삭제할 수 있다. 여기서는  $360^\circ$ 의 작성 여부를 채점하기 보다는 학생들이 조건에 맞게 서술을 시작하였으나 그 과정상 오류가 생길 수 있음을 고려한 것이다.

☞ 학생 답안 사례

-학생 C-

문항	내용													
1	답안	<p>구각형의 한 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 <math>180^\circ</math> 이고 구각형의 내각의 크기의 합은 <math>180^\circ \times (9-2) = 1260^\circ</math> 이므로 구각형의 외각의 크기의 합은 <math>(180^\circ \times 9) - 1260^\circ = 360^\circ</math> 입니다.</p>												
1	채점	<table border="1"> <thead> <tr> <th>평가 항목</th> <th>배점</th> <th>채점 기준</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="4">다각형의 외각의 크기의 합</td> <td>1</td> <td>각 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 <math>180^\circ</math>임을 표현한 경우(조건 ①에 해당)</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>구각형의 내각의 크기의 합에 해당하는 식 또는 값을 바르게 구한 경우(조건 ②에 해당)</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>(구각형의 외각의 크기의 합) = <math>180^\circ \times 9 -</math> (구각형의 내각의 크기의 합)임을 표현한 경우</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>서술한 과정의 결과가 구각형의 외각의 크기의 합 <math>360^\circ</math>임이 맞는 경우</td> </tr> </tbody> </table>	평가 항목	배점	채점 기준	다각형의 외각의 크기의 합	1	각 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 $180^\circ$ 임을 표현한 경우(조건 ①에 해당)	1	구각형의 내각의 크기의 합에 해당하는 식 또는 값을 바르게 구한 경우(조건 ②에 해당)	1	(구각형의 외각의 크기의 합) = $180^\circ \times 9 -$ (구각형의 내각의 크기의 합)임을 표현한 경우	1	서술한 과정의 결과가 구각형의 외각의 크기의 합 $360^\circ$ 임이 맞는 경우
평가 항목	배점	채점 기준												
다각형의 외각의 크기의 합	1	각 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 $180^\circ$ 임을 표현한 경우(조건 ①에 해당)												
	1	구각형의 내각의 크기의 합에 해당하는 식 또는 값을 바르게 구한 경우(조건 ②에 해당)												
	1	(구각형의 외각의 크기의 합) = $180^\circ \times 9 -$ (구각형의 내각의 크기의 합)임을 표현한 경우												
	1	서술한 과정의 결과가 구각형의 외각의 크기의 합 $360^\circ$ 임이 맞는 경우												
지도 방안	<p>문항에서 제시한 조건 ①, ②에 따라 답안을 잘 서술하였으므로 특정 다각형이 아닌 <math>n</math>각형의 외각의 크기의 합이 <math>360^\circ</math>가 되는 이유에 대해서도 서술해 보게끔 지도할 수 있다.</p>													

-학생 D-

문항	내용													
1	답안	<p>한 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 <math>180^\circ</math> 이고                      구각형의 한 내각의 크기는 <math>140^\circ</math> 이기 때문에 한 외각의 크기는 <math>40^\circ</math> 가 된다.                      구각형의 한 내각의 크기가 <math>140^\circ</math> 이기 때문에 내각의 크기의 합은  <math>140 \times 9 = 1260^\circ</math> 가 된다. 그리고 한 외각의 크기는 <math>40^\circ</math> 이기 때문에  <math>40 \times 9 = 360^\circ</math> 이므로 구각형의 외각의 크기의 합이 <math>360^\circ</math> 임을 알 수 있다.</p>												
1	채점	<table border="1"> <thead> <tr> <th>평가 항목</th> <th>배점</th> <th>채점 기준</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="4">다각형의 외각의 크기의 합</td> <td>1</td> <td>각 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 <math>180^\circ</math>임을 표현한 경우(조건 ①에 해당)</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>구각형의 내각의 크기의 합에 해당하는 식 또는 값을 바르게 구한 경우(조건 ②에 해당)</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>(구각형의 외각의 크기의 합) = <math>180^\circ \times 9 -</math> (구각형의 내각의 크기의 합)임을 표현한 경우</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>서술한 과정의 결과가 구각형의 외각의 크기의 합 <math>360^\circ</math>임이 맞는 경우</td> </tr> </tbody> </table>	평가 항목	배점	채점 기준	다각형의 외각의 크기의 합	1	각 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 $180^\circ$ 임을 표현한 경우(조건 ①에 해당)	1	구각형의 내각의 크기의 합에 해당하는 식 또는 값을 바르게 구한 경우(조건 ②에 해당)	1	(구각형의 외각의 크기의 합) = $180^\circ \times 9 -$ (구각형의 내각의 크기의 합)임을 표현한 경우	1	서술한 과정의 결과가 구각형의 외각의 크기의 합 $360^\circ$ 임이 맞는 경우
평가 항목	배점	채점 기준												
다각형의 외각의 크기의 합	1	각 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 $180^\circ$ 임을 표현한 경우(조건 ①에 해당)												
	1	구각형의 내각의 크기의 합에 해당하는 식 또는 값을 바르게 구한 경우(조건 ②에 해당)												
	1	(구각형의 외각의 크기의 합) = $180^\circ \times 9 -$ (구각형의 내각의 크기의 합)임을 표현한 경우												
	1	서술한 과정의 결과가 구각형의 외각의 크기의 합 $360^\circ$ 임이 맞는 경우												
지도 방안	<p>위의 서술은 구각형의 내각의 크기의 합, 외각의 크기의 합이 정구각형인 경우와 같다는 것을 전제로 하고 있으나 서술 과정에 해당 내용이 누락되어 있어 학생이 구각형의 내각의 크기의 합을 구할 수 있는지, (구각형의 외각의 크기의 합) = <math>180^\circ \times 9 -</math> (구각형의 내각의 크기의 합)임을 알고 있는지 판단하기 어렵다. 따라서 왜 정구각형을 이용하였는지 질문해 보는 것이 필요하며, 그 반응에 따라 다각형의 내각의 크기를 구하는 방법 및 <math>n</math>각형의 외각의 크기의 합이 <math>360^\circ</math>가 되는 이유를 알고 있는지 확인하고 필요한 경우 해당 내용을 재학습하도록 지도할 수 있다.</p>													

문항번호 3 수행평가 서술형 / 지필평가 서술형

교육과정 성취기준	[9수04-05] 다각형의 성질을 이해한다.
출제의도	정다각형의 한 내각의 크기를 구하는 방법을 알고 구할 수 있는지, 그것을 이용하여 한 꼭짓점을 중심으로 평면을 빈틈 없이 채우는 정다각형을 찾을 수 있는지 평가하고자 한다.
수업과의 연계	'정다각형을 이용한 쪽매 맞춤'에 대한 탐구 중 필요에 의해 정다각형의 한 내각의 크기를 구하는 수업을 전개하였으므로 평가에서도 그러한 과정을 연계하여 본인이 문제를 해결하기 위해 필요한 내용을 찾아 나갈 수 있도록 문항을 구성하였다.

📌 관련 수업 자료

[준비학습]

1. 다음 다각형의 내각의 크기의 합과 외각의 크기의 합을 각각 구해 보자.

다각형	내각의 크기의 합	외각의 크기의 합
오각형		
정팔각형		

[탐구 1] 정오각형 모양의 타일은 왜 없을까

한 가지 이상의 도형으로 평면을 모두 덮는 것을 쪽매 맞춤이라고 하는데, 옥실 벽 또는 보도블록 등에서 도형이 규칙적으로 배열된 타일링을 흔히 볼 수 있다.



1. 주변에서는 합동인 직사각형 모양의 타일로 이루어진 벽면이나 바닥을 흔히 볼 수 있다. 합동인 직사각형 모양을 사용하는 이유에 대한 본인의 생각을 말해 보자.

2. 합동인 정다각형을 이용하여 쪽매 맞춤을 한다면 어떤 다각형이 가능할지 생각해 보고 그 이유를 말해 보자.

3. 합동인 정 $n$ 각형의 쪽매 맞춤이 가능한지를 알아보려면 결국 그 다각형의 한 내각의 크기를 알아야 한다.

(1) 정삼각형의 한 내각의 크기를 구하고 그 방법을 설명해 보자.

(2) 정 $n$ 각형의 한 내각의 크기를 구하는 방법에 대해 친구들과 얘기해 보고 내용을 정리해 보자.

4. 위의 활동을 바탕으로 정오각형 모양의 타일이 없는 이유에 대해 의견을 말해 보자.

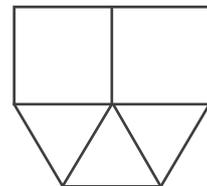
[탐구 2] 정다각형을 이용한 쪽매 맞춤

1. 다음 정다각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기를 구해 보자.

다각형	한 내각의 크기	한 외각의 크기
정삼각형		
정사각형		
정육각형		
정팔각형		
정구각형		
정십각형		
정십이각형		

2. 합동인 정다각형 2~3종류를 이용하여 쪽매 맞춤을 하려고 한다. 어떤 정다각형을 이용하면 가능할지 생각해 보고 아래의 예시를 참고하여 계획을 세워 보자.

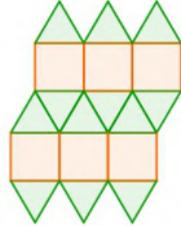
예시) 정삼각형과 정사각형의 한 내각의 크기는 각각  $60^\circ, 90^\circ$ 이고, 한 꼭짓점에 정삼각형 3개, 정사각형 2개를 모으면  $60^\circ \times 3 + 90^\circ \times 2 = 360^\circ$ 가 되므로 각 꼭짓점마다 이렇게 모우면 평면을 빈틈없이 채우는 쪽매 맞춤이 가능하다.



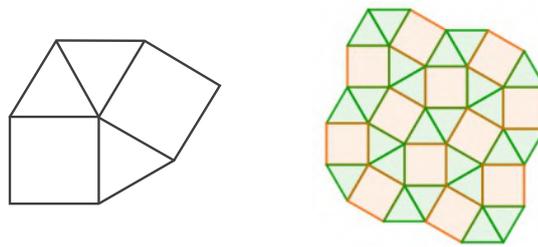
**교사용 Tip**

다음 내용을 추가로 알려줄 수 있다.

- ① 예시의 그림은 한 꼭짓점을 중심으로 정삼각형 3개와 정사각형 2개를 모을 수 있다는 것만 보여주지만, 실제 쪽매 맞춤이란 평면을 모두 덮는 것이므로 각 꼭짓점마다 같은 구성이 반복됨을 알려준다.



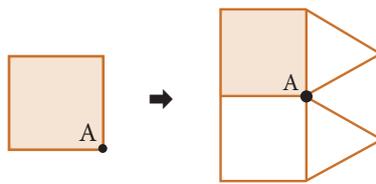
- ② 도형의 구성이 같아도 한 꼭짓점에서 도형들의 배열 순서가 다를 수 있다. 그림은 정삼각형 3개와 정사각형 2개를 배열하는 다른 방법이다.



- ③ 여기서는 한 차시로 구성하여 쪽매 맞춤을 계획하는 것에 그쳤으나 시간에 여유가 있다면 판매하는 정다각형 테셀레이션 스티커를 이용하거나 색지에 한 변의 길이가 같은 정다각형을 인쇄하고 배부하여 테셀레이션 책갈피 등을 제작해 볼 수도 있다.

**평가 문항**

- 1. [그림1]은 점 A를 한 꼭짓점으로 하는 정사각형이 있을 때, 이 정사각형과 한 변의 길이가 같은 정삼각형 3개와 정사각형 1개를 준비하여 변과 변이 맞게 빈틈없이 붙인 것이다. 이와 같은 방법으로 한 변의 길이가 같은 정다각형을 더 준비하여 붙이려고 할 때 물음에 답하시오. (8점)



[그림 1]

- (1) 해인이와 민주는 점 A를 한 꼭짓점으로 하는 정사각형에 한 가지 정다각형만을 추가하여 붙여 보려고 한다. 해인이는 정오각형, 민주는 정팔각형으로만 붙이려고 할 때, 빈틈없이 붙이는 것이 가능할지 두 가지 정다각형에 대해 가능 여부를 판단하고 그 이유를 설명하시오. (단, 붙이는 정다각형의 개수는 제한하지 않는다.) (5점)



다각형	가능 여부 판단 (가능/불가능)	판단 이유 설명
정오각형		
정팔각형		

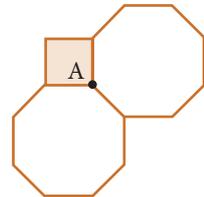
(2) 해인이와 민주가 이번에는 [그림1]과 같이 점 A를 한 꼭짓점으로 하는 정사각형에 여러 가지의 정다각형을 추가하여 붙이려고 한다. 정삼각형, 정육각형, 정십이각형 중에 2가지 이상의 종류를 섞어서 빈틈없이 붙일 수 있는 구성 방법을 모두 찾고 그것이 가능한 이유를 설명하시오. (단, 정다각형을 붙이는 순서는 고려하지 않는다.) (3점)



**예시 답안**

1. (1) 정사각형의 한 내각의 크기는  $90^\circ$ 이므로  $360^\circ$ 에서  $90^\circ$ 를 뺀  $270^\circ$ 가 다른 정다각형의 한 내각의 배수가 되어야 한다.

다각형	가능 여부 판단	판단 이유 설명
정오각형	불가능	정오각형의 한 내각의 크기는 $108^\circ$ 이고 $270^\circ$ 는 $108^\circ$ 의 배수가 아니므로 빈틈없이 채울 수 없다.
정팔각형	가능	정팔각형의 한 내각의 크기는 $135^\circ$ 이고, $135^\circ$ 의 2배는 $270^\circ$ 이므로 정사각형 1개가 있는 점 A에 정팔각형 2개가 더 모이면 빈틈없이 채울 수 있다.



(2) 주어진 정다각형들의 한 내각의 크기를 각각 구하면 정삼각형  $60^\circ$ , 정육각형은  $120^\circ$ , 정십이각형은  $150^\circ$ 이다. 따라서 다음과 같이 구성할 수 있다.

[방법1] 정삼각형 2개( $120^\circ$ )와 정십이각형 1개( $150^\circ$ )를 이용하여  $270^\circ$ 를 만들 수 있다. 따라서 정사각형 1개가 있는 점 A에 정삼각형 2개와 정십이각형 1개가 더 모이면 빈틈없이 채울 수 있다.

[방법2] 정육각형 1개( $120^\circ$ )와 정십이각형 1개( $150^\circ$ )를 이용하여  $270^\circ$ 를 만들 수 있다. 따라서 정사각형 1개가 있는 점 A에 정육각형 1개와 정십이각형 1개가 더 모이면 빈틈없이 채울 수 있다.

📌 **채점 기준**

문항		평가 항목	배점	채점 기준
1	(1)	정사각형의 한 내각의 크기	1	360°에서 정사각형의 한 내각의 크기 90°를 제외한 270°를 구성해야 함을 표현한 경우
			0	270°를 구성해야 함을 표현하지 않은 경우
		정오각형의 한 내각의 크기 / 270°를 구성할 수 있는지 판단하기	2	정오각형에 대한 판단과 그 이유의 설명이 바른 경우
			1	정오각형의 한 내각의 크기를 구했지만 판단 또는 이유의 설명이 바르지 않은 경우
			0	정오각형에 대한 판단이 바르지만 그 이유의 설명이 바르지 않은 경우
				그 외의 오답
	정팔각형의 한 내각의 크기 / 270°를 구성할 수 있는지 판단하기	2	정팔각형에 대한 판단과 그 이유의 설명이 바른 경우	
		1	정팔각형의 한 내각의 크기를 구했지만 판단 또는 이유의 설명이 바르지 않은 경우	
		0	정팔각형에 대한 판단이 바르지만 그 이유의 설명이 바르지 않은 경우	
			그 외의 오답	
	(2)	정삼각형, 정육각형, 정십이각형의 한 내각의 크기 / 270°를 구성할 수 있는 조합 찾기	3	두 가지 방법을 모두 찾고 그 이유를 설명한 경우
			2	한 가지 방법을 찾고 그 이유를 설명한 경우
한 가지 이상의 방법과 이유를 설명하였지만 틀린 방법이 함께 서술되어 있는 경우				
1			정육각형 또는 정십이각형의 한 내각의 크기를 구한 경우	
0			그 외의 오답	

📌 **출제 시 유의사항**

- 여기서는 학생들이 학습 내용을 성취했는지 확인하고 피드백하기 위해 수행평가 서술형 문항을 출제하고 채점 기준을 제시하였으나, 정다각형의 내각과 외각의 크기의 합을 활용하여 정다각형의 한 내각과 외각을 이해하고 문제를 해결할 수 있는지를 측정하는 지필평가 서술형 문항으로도 활용할 수 있다.
- 이 문항은 다각형의 내각과 외각의 크기의 합을 모두 배운 상태에서 학생들이 필요한 값을 구하기 위해 학습한 내용을 적절히 활용하여 문제를 해결할 수 있는지를 묻는 것이다. 학생들이 제한된 시간 안에 너무 많은 것을 생각해야하는 경우를 고려하여 각 문항에서 정다각형의 종류를 제한하여 제시하였다.
- 정다각형을 겹치지 않게 놓아 평면을 빈틈없이 채우는 것에 대한 활동은 초등학교 교과서에도 안내되어 있으나 중학교에서 해보지 않은 경우 문항의 형태 자체가 학생들에게 생소할 수 있으므로 출제시 주의해야 하며, 수행평가 서술형으로 실시하는 경우에는 문항에 대해 교사가 설명을 추가할 수 있다.
- 채점시 다른 정다각형을 이용하여 채워야 하는 각이 270°임은 (1), (2) 모두에 해당하는 내용이다. 두 문항 (1), (2)의 순서에 따라 이 내용을 (1)의 채점 기준에 넣었으나 필요한 경우 (2)에서 채점할 수 있다. 단, 중복 채점이 되지 않도록 주의한다.
- (1)의 경우 판단 여부만 맞는 경우가 있을 수도 있다. 판단 여부의 배점을 다른 배점과 구별하여 점수를 배점할 수도 있으나 여기서는 평가의 의도를 고려하여 판단 여부보다는 이유의 설명에 근거한 채점 기준을 제시하였다.
- (2)에서 제시한 다각형은 정삼각형, 정육각형, 정십이각형으로 세 가지이나 여기서는 정삼각형의 한 내각의 크기를 구한 것에 대한 배점은 포함하지 않았다. 그러나 학생 수준 및 상황에 따라 채점 기준에 문항에서 제시한 세 가지 정다각형의 한 내각의 크기를 구하는 것에 대한 배점을 모두 넣을 수도 있다.

📖 학생 답안 사례

- 학생 E -

문항	내용																						
1(1)	답안	<table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="414 430 534 492">다각형</th> <th data-bbox="534 430 662 492">가능 여부 판단</th> <th data-bbox="662 430 1444 492">판단 이유 설명</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="414 492 534 801">정오각형</td> <td data-bbox="534 492 662 801">불가능</td> <td data-bbox="662 492 1444 801">                     빈틈 없이 붙이려면 다각형을 붙였을 때 합친 내각의 크기의 합이 <math>270^\circ</math>가 될 수 있어야 하므로 정오각형의 내각의 크기가 <math>270^\circ</math>의 약수가 돼야 하는데 정오각형의 내각의 크기는 <math>108^\circ</math>이므로 빈틈없이 붙이는 것이 불가능하다.                 </td> </tr> <tr> <td data-bbox="414 801 534 1115">정팔각형</td> <td data-bbox="534 801 662 1115">가능</td> <td data-bbox="662 801 1444 1115">                     빈틈없이 붙이려면 다각형을 붙였을 때 합친 내각의 크기의 합이 <math>270^\circ</math>가 될 수 있어야 하므로 정팔각형의 내각의 크기가 <math>270^\circ</math>의 약수가 돼야 하는데 정팔각형의 내각의 크기는 <math>135^\circ</math>이므로 (<math>270^\circ</math>의 약수) 빈틈없이 붙이는 것이 가능하다.                 </td> </tr> </tbody> </table>	다각형	가능 여부 판단	판단 이유 설명	정오각형	불가능	빈틈 없이 붙이려면 다각형을 붙였을 때 합친 내각의 크기의 합이 $270^\circ$ 가 될 수 있어야 하므로 정오각형의 내각의 크기가 $270^\circ$ 의 약수가 돼야 하는데 정오각형의 내각의 크기는 $108^\circ$ 이므로 빈틈없이 붙이는 것이 불가능하다.	정팔각형	가능	빈틈없이 붙이려면 다각형을 붙였을 때 합친 내각의 크기의 합이 $270^\circ$ 가 될 수 있어야 하므로 정팔각형의 내각의 크기가 $270^\circ$ 의 약수가 돼야 하는데 정팔각형의 내각의 크기는 $135^\circ$ 이므로 ( $270^\circ$ 의 약수) 빈틈없이 붙이는 것이 가능하다.												
	다각형	가능 여부 판단	판단 이유 설명																				
정오각형	불가능	빈틈 없이 붙이려면 다각형을 붙였을 때 합친 내각의 크기의 합이 $270^\circ$ 가 될 수 있어야 하므로 정오각형의 내각의 크기가 $270^\circ$ 의 약수가 돼야 하는데 정오각형의 내각의 크기는 $108^\circ$ 이므로 빈틈없이 붙이는 것이 불가능하다.																					
정팔각형	가능	빈틈없이 붙이려면 다각형을 붙였을 때 합친 내각의 크기의 합이 $270^\circ$ 가 될 수 있어야 하므로 정팔각형의 내각의 크기가 $270^\circ$ 의 약수가 돼야 하는데 정팔각형의 내각의 크기는 $135^\circ$ 이므로 ( $270^\circ$ 의 약수) 빈틈없이 붙이는 것이 가능하다.																					
채점	<table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="347 1198 534 1261">평가 항목</th> <th data-bbox="534 1198 614 1261">배점</th> <th data-bbox="614 1198 1444 1261">채점 기준</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="347 1261 534 1366" rowspan="2">정사각형의 한 내각의 크기</td> <td data-bbox="534 1261 614 1310">1</td> <td data-bbox="614 1261 1444 1310">360°에서 정사각형의 한 내각의 크기 90°를 제외한 270°를 구성해야 함을 표현한 경우</td> </tr> <tr> <td data-bbox="534 1310 614 1366">0</td> <td data-bbox="614 1310 1444 1366">270°를 구성해야 함을 표현하지 않은 경우</td> </tr> <tr> <td data-bbox="347 1366 534 1579" rowspan="3">정오각형의 한 내각의 크기 / 270°를 구성할 수 있는 조합 찾기</td> <td data-bbox="534 1366 614 1422">2</td> <td data-bbox="614 1366 1444 1422">정오각형에 대한 판단과 그 이유의 설명이 바른 경우</td> </tr> <tr> <td data-bbox="534 1422 614 1478">1</td> <td data-bbox="614 1422 1444 1478">정오각형의 한 내각의 크기를 구했지만 판단 또는 이유의 설명이 바르지 않은 경우</td> </tr> <tr> <td data-bbox="534 1478 614 1579">0</td> <td data-bbox="614 1478 1444 1579">정오각형에 대한 판단이 바르지만 그 이유의 설명이 바르지 않은 경우 그 외의 오답</td> </tr> <tr> <td data-bbox="347 1579 534 1792" rowspan="3">정팔각형의 한 내각의 크기 / 270°를 구성할 수 있는 조합 찾기</td> <td data-bbox="534 1579 614 1635">2</td> <td data-bbox="614 1579 1444 1635">정팔각형에 대한 판단과 그 이유의 설명이 바른 경우</td> </tr> <tr> <td data-bbox="534 1635 614 1691">1</td> <td data-bbox="614 1635 1444 1691">정팔각형의 한 내각의 크기를 구했지만 판단 또는 이유의 설명이 바르지 않은 경우</td> </tr> <tr> <td data-bbox="534 1691 614 1792">0</td> <td data-bbox="614 1691 1444 1792">정팔각형에 대한 판단이 바르지만 그 이유의 설명이 바르지 않은 경우 그 외의 오답</td> </tr> </tbody> </table>	평가 항목	배점	채점 기준	정사각형의 한 내각의 크기	1	360°에서 정사각형의 한 내각의 크기 90°를 제외한 270°를 구성해야 함을 표현한 경우	0	270°를 구성해야 함을 표현하지 않은 경우	정오각형의 한 내각의 크기 / 270°를 구성할 수 있는 조합 찾기	2	정오각형에 대한 판단과 그 이유의 설명이 바른 경우	1	정오각형의 한 내각의 크기를 구했지만 판단 또는 이유의 설명이 바르지 않은 경우	0	정오각형에 대한 판단이 바르지만 그 이유의 설명이 바르지 않은 경우 그 외의 오답	정팔각형의 한 내각의 크기 / 270°를 구성할 수 있는 조합 찾기	2	정팔각형에 대한 판단과 그 이유의 설명이 바른 경우	1	정팔각형의 한 내각의 크기를 구했지만 판단 또는 이유의 설명이 바르지 않은 경우	0	정팔각형에 대한 판단이 바르지만 그 이유의 설명이 바르지 않은 경우 그 외의 오답
평가 항목	배점	채점 기준																					
정사각형의 한 내각의 크기	1	360°에서 정사각형의 한 내각의 크기 90°를 제외한 270°를 구성해야 함을 표현한 경우																					
	0	270°를 구성해야 함을 표현하지 않은 경우																					
정오각형의 한 내각의 크기 / 270°를 구성할 수 있는 조합 찾기	2	정오각형에 대한 판단과 그 이유의 설명이 바른 경우																					
	1	정오각형의 한 내각의 크기를 구했지만 판단 또는 이유의 설명이 바르지 않은 경우																					
	0	정오각형에 대한 판단이 바르지만 그 이유의 설명이 바르지 않은 경우 그 외의 오답																					
정팔각형의 한 내각의 크기 / 270°를 구성할 수 있는 조합 찾기	2	정팔각형에 대한 판단과 그 이유의 설명이 바른 경우																					
	1	정팔각형의 한 내각의 크기를 구했지만 판단 또는 이유의 설명이 바르지 않은 경우																					
	0	정팔각형에 대한 판단이 바르지만 그 이유의 설명이 바르지 않은 경우 그 외의 오답																					
지도 방안	문제를 해결하기 위해 필요한 값을 구하고 판단의 이유를 각 정다각형의 한 내각의 크기가 270°의 약수가 되는지 여부를 이용하여 설명하였다. 정사각형이 아닌 다른 정다각형이 제시되어 있는 경우의 해결 방법을 생각해 보도록 지도할 수 있다.																						

-학생 F-

문항		내용																							
1(1)	답안	<table border="1"> <thead> <tr> <th>다각형</th> <th>가능 여부 판단</th> <th>판단 이유 설명</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>정오각형</td> <td>✓</td> <td> <math>360^\circ - 90^\circ = 270^\circ</math>, <math>\frac{270^\circ}{5} = 108^\circ</math>                      정오각형의 한 내각의 크기는 <math>108^\circ</math>이므로                      정오각형을 두 개 붙이면 빈틈이 생긴다.                 </td> </tr> <tr> <td>정팔각형</td> <td>✓</td> <td> <math>360^\circ - 90^\circ = 270^\circ</math>, <math>\frac{270^\circ}{8} = 33.75^\circ</math>                      정팔각형의 한 내각의 크기는 <math>135^\circ</math>이므로                      정팔각형을 두 개 붙이면 빈틈이 없다.                 </td> </tr> </tbody> </table>	다각형	가능 여부 판단	판단 이유 설명	정오각형	✓	$360^\circ - 90^\circ = 270^\circ$ , $\frac{270^\circ}{5} = 108^\circ$ 정오각형의 한 내각의 크기는 $108^\circ$ 이므로 정오각형을 두 개 붙이면 빈틈이 생긴다.	정팔각형	✓	$360^\circ - 90^\circ = 270^\circ$ , $\frac{270^\circ}{8} = 33.75^\circ$ 정팔각형의 한 내각의 크기는 $135^\circ$ 이므로 정팔각형을 두 개 붙이면 빈틈이 없다.														
	다각형	가능 여부 판단	판단 이유 설명																						
정오각형	✓	$360^\circ - 90^\circ = 270^\circ$ , $\frac{270^\circ}{5} = 108^\circ$ 정오각형의 한 내각의 크기는 $108^\circ$ 이므로 정오각형을 두 개 붙이면 빈틈이 생긴다.																							
정팔각형	✓	$360^\circ - 90^\circ = 270^\circ$ , $\frac{270^\circ}{8} = 33.75^\circ$ 정팔각형의 한 내각의 크기는 $135^\circ$ 이므로 정팔각형을 두 개 붙이면 빈틈이 없다.																							
	채점	<table border="1"> <thead> <tr> <th>평가 항목</th> <th>배점</th> <th>채점 기준</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="2">정사각형의 한 내각의 크기</td> <td>1</td> <td><math>360^\circ</math>에서 정사각형의 한 내각의 크기 <math>90^\circ</math>를 제외한 <math>270^\circ</math>를 구성해야 함을 표현한 경우</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td><math>270^\circ</math>를 구성해야 함을 표현하지 않은 경우</td> </tr> <tr> <td rowspan="3">정오각형의 한 내각의 크기 / <math>270^\circ</math>를 구성할 수 있는지 판단하기</td> <td>2</td> <td>정오각형에 대한 판단과 그 이유의 설명이 바른 경우</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>정오각형의 한 내각의 크기를 구했지만 판단 또는 이유의 설명이 바르지 않은 경우</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>정오각형에 대한 판단이 바르지만 그 이유의 설명이 바르지 않은 경우 그 외의 오답</td> </tr> <tr> <td rowspan="3">정팔각형의 한 내각의 크기 / <math>270^\circ</math>를 구성할 수 있는지 판단하기</td> <td>2</td> <td>정팔각형에 대한 판단과 그 이유의 설명이 바른 경우</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>정팔각형의 한 내각의 크기를 구했지만 판단 또는 이유의 설명이 바르지 않은 경우</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>정팔각형에 대한 판단이 바르지만 그 이유의 설명이 바르지 않은 경우 그 외의 오답</td> </tr> </tbody> </table>	평가 항목	배점	채점 기준	정사각형의 한 내각의 크기	1	$360^\circ$ 에서 정사각형의 한 내각의 크기 $90^\circ$ 를 제외한 $270^\circ$ 를 구성해야 함을 표현한 경우	0	$270^\circ$ 를 구성해야 함을 표현하지 않은 경우	정오각형의 한 내각의 크기 / $270^\circ$ 를 구성할 수 있는지 판단하기	2	정오각형에 대한 판단과 그 이유의 설명이 바른 경우	1	정오각형의 한 내각의 크기를 구했지만 판단 또는 이유의 설명이 바르지 않은 경우	0	정오각형에 대한 판단이 바르지만 그 이유의 설명이 바르지 않은 경우 그 외의 오답	정팔각형의 한 내각의 크기 / $270^\circ$ 를 구성할 수 있는지 판단하기	2	정팔각형에 대한 판단과 그 이유의 설명이 바른 경우	1	정팔각형의 한 내각의 크기를 구했지만 판단 또는 이유의 설명이 바르지 않은 경우	0	정팔각형에 대한 판단이 바르지만 그 이유의 설명이 바르지 않은 경우 그 외의 오답	
평가 항목	배점	채점 기준																							
정사각형의 한 내각의 크기	1	$360^\circ$ 에서 정사각형의 한 내각의 크기 $90^\circ$ 를 제외한 $270^\circ$ 를 구성해야 함을 표현한 경우																							
	0	$270^\circ$ 를 구성해야 함을 표현하지 않은 경우																							
정오각형의 한 내각의 크기 / $270^\circ$ 를 구성할 수 있는지 판단하기	2	정오각형에 대한 판단과 그 이유의 설명이 바른 경우																							
	1	정오각형의 한 내각의 크기를 구했지만 판단 또는 이유의 설명이 바르지 않은 경우																							
	0	정오각형에 대한 판단이 바르지만 그 이유의 설명이 바르지 않은 경우 그 외의 오답																							
정팔각형의 한 내각의 크기 / $270^\circ$ 를 구성할 수 있는지 판단하기	2	정팔각형에 대한 판단과 그 이유의 설명이 바른 경우																							
	1	정팔각형의 한 내각의 크기를 구했지만 판단 또는 이유의 설명이 바르지 않은 경우																							
	0	정팔각형에 대한 판단이 바르지만 그 이유의 설명이 바르지 않은 경우 그 외의 오답																							
	지도 방안	문제를 잘 이해하고 정오각형과 정팔각형의 한 내각의 크기를 구하여 $270^\circ$ 를 빈틈없이 채울 수 있는지 판단하고 그 이유를 잘 설명하였다. 단, 서술의 과정에서 '정오각형을 1개 붙이면 빈틈이 생긴다' 라고 표현하는 경우를 들어 본인이 알고 있는 내용을 명확하게 표현하는 방법에 대해 생각해 보도록 지도할 수 있다.																							

- 학생 G -

문항		내용		
	답안	<p>방법 1) 정삼각형 2개, 정십이각형 1개                      정삼각형의 한 내각의 크기는 <math>60^\circ</math>이고 정십이각형의 한 내각의 크기는 <math>150^\circ</math>이므로 정삼각형 두 내각의 크기와 정십이각형의 한 내각의 크기를 합치면 <math>270^\circ</math>로 받침 많이 붙일 수 있다.</p> <p>방법 2) 정육각형 1개, 정십이각형 1개                      정육각형의 한 내각의 크기는 <math>120^\circ</math>이고 정십이각형의 한 내각의 크기는 <math>150^\circ</math>이므로 두 각을 합치면 <math>270^\circ</math>이다. 따라서 정육각형 1개와 정십이각형 1개는 받침없이 붙일 수 있다.</p>		
1(2)	채점	평가 항목	배점	채점 기준
정삼각형, 정육각형, 정십이각형의 한 내각의 크기 / $270^\circ$ 를 구성할 수 있는 조합 찾기		3	두 가지 방법을 모두 찾고 그 이유를 설명한 경우	
		2	한 가지 방법을 찾고 그 이유를 설명한 경우	
		1	한 가지 이상의 방법과 이유를 설명하였지만 틀린 방법이 함께 서술되어 있는 경우	
			정육각형 또는 정십이각형의 한 내각의 크기를 구한 경우	
0	그 외의 오답			
지도 방안	문제의 조건을 잘 이해하고 주어진 정다각형의 한 내각의 크기를 구해 $270^\circ$ 가 되는 구성을 모두 찾아내었다. 수업 시간에 다루었던 쪽매 맞추음과 연계하여 같은 구성이라도 배치를 달리한다면 어떤 방법이 더 있을지 생각해 보도록 지도할 수 있다.			

- 학생 H -

문항		내용		
	답안	<p>만약 다각형들을 받침없이 붙이면 다각형들의 한 내각들의 크기의 합이 <math>360^\circ</math>가 된다.</p> <p>정삼각형 하나와 정십이각형 하나  <math>(\text{정삼각형의 한 내각의 크기}) = 90^\circ</math>  <math>(\text{정육각형의 한 내각의 크기}) = 120^\circ</math>  <math>(\text{정십이각형의 한 내각의 크기}) = 150^\circ</math></p> <p><math>\therefore 90^\circ + 120^\circ + 150^\circ = 360^\circ</math></p>		
1(2)	채점	평가 항목	배점	채점 기준
정삼각형, 정육각형, 정십이각형의 한 내각의 크기 / $270^\circ$ 를 구성할 수 있는 조합 찾기		3	두 가지 방법을 모두 찾고 그 이유를 설명한 경우	
		2	한 가지 방법을 찾고 그 이유를 설명한 경우	
		1	한 가지 이상의 방법과 이유를 설명하였지만 틀린 방법이 함께 서술되어 있는 경우	
			정육각형 또는 정십이각형의 한 내각의 크기를 구한 경우	
0	그 외의 오답			
지도 방안	$270^\circ$ 를 만들 수 있는 두 가지 방법 중 한 가지를 찾고 그 이유를 각 정다각형의 한 내각의 크기를 이용하여 잘 설명하였다. 다른 한 가지 방법을 찾지 못한 이유를 파악한 후 또 다른 방법을 스스로 찾아 보도록 지도할 수 있다.			

# 수업과 연계한 수학과 서·논술형 평가 실천하기



05

중학교

확률과 통계

경우의 수



# 05 확률과 통계 경우의 수

## 1. 수업과 평가 개요

<p>교육과정 성취기준</p>	<p>[9수05-04] 경우의 수를 구할 수 있다.</p>	<p>평가요소</p>	<p>- 나뭇가지 모양 그림이나 순서쌍 이용하여 경우의 수 구하기 - 주어진 사건들의 관계를 이해하고, 두 사건이 일어나는 경우의 수를 더하거나 곱하여 경우의 수 구하기</p>
<p>단원 선정 의도</p>	<p>사건이 일어날 가능성을 수치화한 확률은 미래 사회의 불확실성을 이해할 수 있는 중요한 도구이다. 미래를 예측하고 합리적인 의사 결정을 하기 위해 경우의 수와 확률을 활용하는 과정에서 학생들의 고차사고력이 증진될 수 있다. 또 경우의 수를 세는 방법은 사건이 일어날 수 있는 모든 경우를 분류해보고, 체계화하는 수학적 사고를 경험하게 하고, 합리적인 의사 결정의 중요한 도구가 된다.</p>		
<p>교과역량</p>	<p><input checked="" type="checkbox"/> 문제해결    <input checked="" type="checkbox"/> 추론    <input checked="" type="checkbox"/> 의사소통    <input type="checkbox"/> 정보처리    <input type="checkbox"/> 창의융합    <input checked="" type="checkbox"/> 태도 및 실천</p>		
<p>핵심질문</p>	<p>◎ 사실적·개념적 질문</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 사건의 뜻은 무엇인가?</li> <li>- 경우의 수의 뜻은 무엇인가?</li> <li>- 간단한 경우의 수를 구할 수 있는가?</li> <li>- 나뭇가지 모양 그림을 그려서 문제 상황을 해결할 수 있는가?</li> <li>- 하나 또는 두 개 이상의 시행에서 경우의 수를 구할 수 있는가?</li> </ul> <p>◎ 사고를 위한 비계 질문(토의/토론 질문)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 빠뜨리지 않으면서 체계적으로 경우의 수를 세고 싶을 때 어떤 방법을 사용할 수 있을까?</li> <li>- 주어진 문제와 같은 방법으로 해결할 수 있는 문제에는 어떤 것들이 있고, 그 문제들의 공통점은 무엇인가?</li> </ul>	<p>연관 사고력</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 분류하기</li> <li>- 추론하기</li> <li>- 설명하기</li> </ul>
<p>서-논술형 평가 연계 수업-평가 진행</p>	<p>◎ 수업</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 1차시: 사건과 경우의 수의 뜻에 대해 알게 하고, 경우의 수를 구할 때 체계적으로 세는 것의 중요성을 느끼게 하며, 체계적으로 세는 방법(순서쌍, 나뭇가지 모양 그림)을 알게 함.</li> <li>- 2차시: 체계적으로 경우의 수를 구할 수 있는 여러 가지 상황을 제시한 후, 같은 방법으로 해결할 수 있는 상황들의 공통점을 찾아보게 하고 각 상황에서 어떻게 경우의 수를 구하는지 발견해 보도록 함.</li> <li>- 3차시: 2차시에서 발견한 체계적으로 경우의 수를 구하는 방법을 이용하여 여러 가지 문제를 해결하게 함.</li> </ul> <p>◎ 수행평가</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 사건을 분석하여 표, 순서쌍, 나뭇가지 모양 그림 등을 이용하여 체계적으로 경우의 수를 구할 수 있는지 평가함.</li> <li>- 주어진 사건들의 관계를 이해하고, 두 사건이 일어나는 경우의 수를 더하거나 곱하여 경우의 수를 구할 수 있는지를 평가함.</li> </ul> <p>◎ 지필평가</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 수행평가의 평가 문항을 활용하여 평가할 수 있음.</li> </ul>		

## 2. 서·논술형 평가와 연계한 수업

차시	교수·학습 활동	평가 방법 및 내용	문항 번호
1	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ [탐구 1]               <ul style="list-style-type: none"> <li>- 한 개의 주사위를 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우와 6의 약수의 눈이 나오는 경우는 모두 몇 가지 인지 말해보기</li> <li>- 사건과 경우의 수의 뜻 알아보기</li> </ul> </li> <li>◎ [탐구 2]               <ul style="list-style-type: none"> <li>- 경우의 수가 엄청나게 많은 사건에서 빠져있는 경우를 찾아봄으로써 체계적으로 세는 것의 중요성을 이해하기</li> <li>- 빠뜨리거나 중복하지 않으면서 체계적으로 경우의 수를 셀 수 있는 방법 생각해보기</li> </ul> </li> <li>◎ [정리]               <ul style="list-style-type: none"> <li>- 빠뜨리거나 중복하지 않으면서 경우의 수를 셀 수 있는 방법들 정리하기</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 서술형 평가               <ul style="list-style-type: none"> <li>- 표, 순서쌍 또는 나뭇가지 모양 그림을 사용하여 경우의 수 구하기</li> </ul> </li> </ul>	1
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ [탐구]               <ul style="list-style-type: none"> <li>- 사건 A 또는 사건 B가 일어나는 경우의 수와 관련된 문제를 제시하고, 이와 같은 방법으로 해결할 수 있는 문제들 골라보기</li> <li>- 사건 A와 사건 B가 동시에 일어나는 경우의 수와 관련된 문제를 제시하고, 이와 같은 방법으로 해결할 수 있는 문제들 골라보기</li> </ul> </li> <li>◎ [정리]               <ul style="list-style-type: none"> <li>- 분류를 통해 나뉜 문제들의 공통점을 다시 한번 확인하고, 각 상황에서 어떻게 경우의 수를 구하면 편리할지 논의하여 정리하기</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 형성평가               <ul style="list-style-type: none"> <li>- 경우의 수를 어떻게 구하면 편리할지 논의하고 이에 대해 풀이법을 정리하기</li> </ul> </li> </ul>	
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ [준비학습]               <ul style="list-style-type: none"> <li>- 사건 A 또는 사건 B가 일어나는 경우의 수와 사건 A와 사건 B가 동시에 일어나는 경우의 수 구하는 방법 확인</li> </ul> </li> <li>◎ [활동]               <ul style="list-style-type: none"> <li>- 경우의 수에 관련된 여러 가지 문제들을 해결하고, 해결 방법 발표하기</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 서술형 평가               <ul style="list-style-type: none"> <li>- 주어진 사건들의 관계를 이해하고, 두 사건이 일어나는 경우의 수를 더하거나 곱하여 경우의 수 구하기</li> </ul> </li> </ul>	2

문항번호 1 수행평가 서술형

교육과정 성취기준	[9수05-04] 경우의 수를 구할 수 있다.
출제이도	체계적으로 세는 방법(순서쌍, 나뭇가지 모양 그림 등)을 이용하여 경우의 수를 구할 수 있는지 평가하고자 한다.
수업과의 연계	1차시에서 사건과 경우의 수의 뜻에 대해 알아보고, 경우의 수를 구할 때 체계적으로 세는 것의 중요함과 체계적으로 세는 방법을 탐구한다. 따라서 학생들이 순서쌍, 나뭇가지 모양 그림 등을 이용하여 각 경우를 나타내고, 경우의 수를 셀 수 있는지 평가하고 피드백할 수 있도록 평가 문항을 설계하였다.

📌 관련 수업 자료

[탐구 1] 정현이는 친구들과 함께 주사위를 이용한 게임을 하려고 한다.

(1) 한 개의 주사위를 던질 때, 나올 수 있는 경우는 어떤 것들이 있는지 모두 말해보자.

(2) 한 개의 주사위를 던질 때, 6의 약수의 눈이 나오는 경우는 모두 몇 가지인지 말해보자.

[개념정리]

• 사건 : \_\_\_\_\_

• 경우의 수 : \_\_\_\_\_

(문제) 1부터 20까지의 자연수가 각각 적힌 공 20개가 들어 있는 상자에서 공 한 개를 임의로 꺼내려고 한다. 일어날 수 있는 사건을 모둠에서 차례대로 1가지씩 말하고, 다른 사람들은 그 사건이 일어나는 경우의 수를 구해보자.

(1) 사건 \_\_\_\_\_      경우의 수 \_\_\_\_\_

(2) 사건 \_\_\_\_\_      경우의 수 \_\_\_\_\_

(3) 사건 \_\_\_\_\_      경우의 수 \_\_\_\_\_

(4) 사건 \_\_\_\_\_      경우의 수 \_\_\_\_\_



📌 평가 문항

1. 어떤 음식점에서는 아래와 같이 스프류 2가지, 식사류 3가지, 디저트류 2가지 중 각각 1가지씩을 골라 세트로 주문할 수 있다고 한다. 주문할 수 있는 세트의 종류를 모두 나타내고, 모든 경우의 수를 구하시오. (3점)

스프류	식사류	디저트류
양송이스프 옥수수스프	돈까스 치즈돈까스 생선까스	치즈케이크 아이스크림

2. MBTI 검사는 대표적인 성격유형검사로 검사 결과를 통해 아래의 4가지의 기준에 대해 나타나는 지표로 성격유형을 분류한다. 예를 들어, 각 기준에 따라 내향형(I), 감각형(S), 감정형(F), 판단형(J)으로 검사 결과가 나온 사람의 성격유형은 ISFJ로 분류된다.

기준	지표	
에너지방향이 어디에 있는가?	외향형(E)	내향형(I)
어떻게 정보를 수집하는가?	감각형(S)	직관형(N)
어떻게 판단하는가?	사고형(T)	감정형(F)
생활양식은 어떠한가?	판단형(J)	인식형(P)

이때, MBTI에서 나올 수 있는 성격유형은 어떤 것들이 있는지 모두 나타내고, 모든 경우의 수를 구하시오. (3점)

📌 예시 답안

1. 선택할 수 있는 세트의 종류를 나뭇가지 모양 그림으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 선택할 수 있는 모든 경우의 수는 12이다.

2. MBTI 검사 결과는 4개의 지표에 따라 나누어지므로 검사 결과 나올 수 있는 모든 성격유형을 표로 나타내면 다음과 같다.

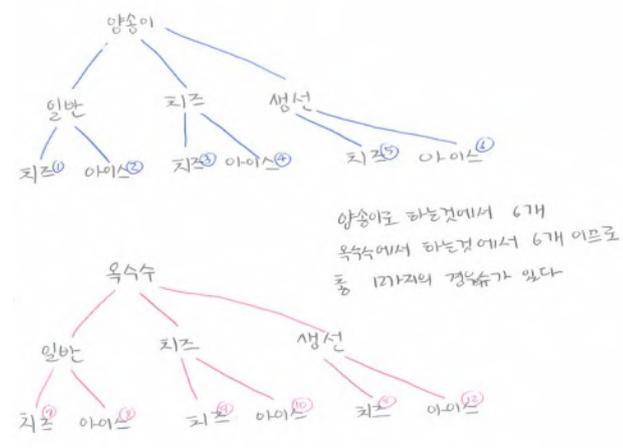
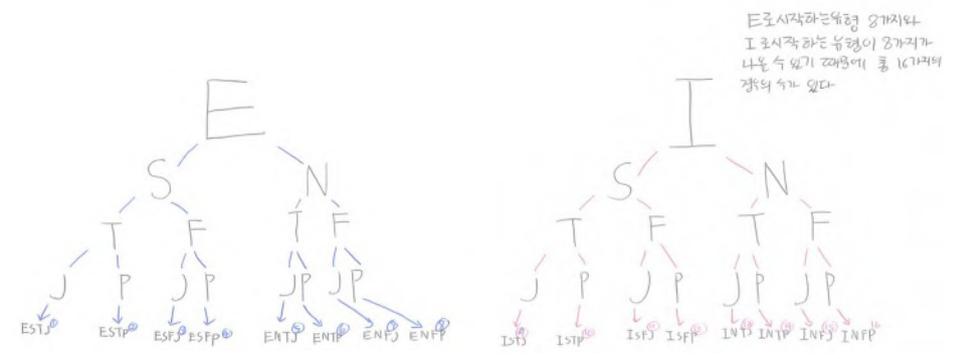
		T		F	
		J	P	J	P
E	S	ESTJ	ESTP	ESFJ	ESFP
	N	ENTJ	ENTP	ENFJ	ENFP
I	S	ISTJ	ISTP	ISFJ	ISFP
	N	INTJ	INTP	INFJ	INFP

따라서 나올 수 있는 모든 경우의 수는 16이다.

### ☑ 채점 기준

문항	평가 항목	배점	채점 기준
1	수학적 표현의 이해 (의사소통)	2	2 사건 간의 관계를 정확히 이해하여 표, 순서쌍, 나뭇가지 모양 그림 등을 이용하여 나타냄
			1 사건 간의 관계를 이해하여 표, 순서쌍, 나뭇가지 모양 그림 등으로 나타냈으나 오류가 있음
			0 전혀 나타내지 못함
	경우의 수 구하기	1	1 12 0 그 외의 오답
2	수학적 표현의 이해 (의사소통)	2	2 사건 간의 관계를 정확히 이해하여 표, 순서쌍, 나뭇가지 모양 그림 등을 이용하여 나타냄
			1 사건 간의 관계를 이해하여 표, 순서쌍, 나뭇가지 모양 그림 등으로 나타냈으나 오류가 있음
			0 전혀 나타내지 못함
	경우의 수 구하기	1	1 16 0 그 외의 오답

☞ 학생 답안 및 채점 사례

문항	내용																			
1	답안	 <p>양송이</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>일반             <ul style="list-style-type: none"> <li>치즈(1)</li> <li>아이스(2)</li> </ul> </li> <li>치즈             <ul style="list-style-type: none"> <li>치즈(3)</li> <li>아이스(4)</li> </ul> </li> <li>생선             <ul style="list-style-type: none"> <li>치즈(5)</li> <li>아이스(6)</li> </ul> </li> </ul> <p>양송이로 하는것에서 6개 옥수수에서 하는것에서 6개 이므로 총 12개의 경우수가 있다</p> <p>옥수수</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>일반             <ul style="list-style-type: none"> <li>치즈(7)</li> <li>아이스(8)</li> </ul> </li> <li>치즈             <ul style="list-style-type: none"> <li>치즈(9)</li> <li>아이스(10)</li> </ul> </li> <li>생선             <ul style="list-style-type: none"> <li>치즈(11)</li> <li>아이스(12)</li> </ul> </li> </ul>																		
	채점	<table border="1"> <thead> <tr> <th>평가 항목</th> <th>배점</th> <th>채점 기준</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>수학적 표현의 이해 (의사소통)</td> <td>2</td> <td>사건의 관계를 정확히 이해하여 표, 순서쌍, 나뭇가지 모양 그림 등을 이용하여 나타냄</td> </tr> <tr> <td></td> <td>1</td> <td>사건의 관계를 이해하여 표, 순서쌍, 나뭇가지 모양 그림 등으로 나타냈으나 오류가 있음</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0</td> <td>전혀 나타내지 못함</td> </tr> <tr> <td>경우의 수 구하기</td> <td>1</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0</td> <td>그 외의 오답</td> </tr> </tbody> </table>	평가 항목	배점	채점 기준	수학적 표현의 이해 (의사소통)	2	사건의 관계를 정확히 이해하여 표, 순서쌍, 나뭇가지 모양 그림 등을 이용하여 나타냄		1	사건의 관계를 이해하여 표, 순서쌍, 나뭇가지 모양 그림 등으로 나타냈으나 오류가 있음		0	전혀 나타내지 못함	경우의 수 구하기	1	12		0	그 외의 오답
평가 항목	배점	채점 기준																		
수학적 표현의 이해 (의사소통)	2	사건의 관계를 정확히 이해하여 표, 순서쌍, 나뭇가지 모양 그림 등을 이용하여 나타냄																		
	1	사건의 관계를 이해하여 표, 순서쌍, 나뭇가지 모양 그림 등으로 나타냈으나 오류가 있음																		
	0	전혀 나타내지 못함																		
경우의 수 구하기	1	12																		
	0	그 외의 오답																		
2	답안	 <p>E</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>S             <ul style="list-style-type: none"> <li>T                     <ul style="list-style-type: none"> <li>J → ESTJ</li> <li>P → ESTP</li> </ul> </li> <li>F                     <ul style="list-style-type: none"> <li>J → ESFJ</li> <li>P → ESFP</li> </ul> </li> </ul> </li> <li>N             <ul style="list-style-type: none"> <li>T                     <ul style="list-style-type: none"> <li>J → ENTJ</li> <li>P → ENTP</li> </ul> </li> <li>F                     <ul style="list-style-type: none"> <li>J → ENFJ</li> <li>P → ENFP</li> </ul> </li> </ul> </li> </ul> <p>I</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>S             <ul style="list-style-type: none"> <li>T                     <ul style="list-style-type: none"> <li>J → ISTJ</li> <li>P → ISTP</li> </ul> </li> <li>F                     <ul style="list-style-type: none"> <li>J → ISFJ</li> <li>P → ISFP</li> </ul> </li> </ul> </li> <li>N             <ul style="list-style-type: none"> <li>T                     <ul style="list-style-type: none"> <li>J → INTJ</li> <li>P → INTP</li> </ul> </li> <li>F                     <ul style="list-style-type: none"> <li>J → INFJ</li> <li>P → INFP</li> </ul> </li> </ul> </li> </ul> <p>E로 시작하는 유형 8가지와 I로 시작하는 유형이 공개격이 나올 수 있기 때문에 총 16개의 경우 수가 있다</p>																		
	채점	<table border="1"> <thead> <tr> <th>평가 항목</th> <th>배점</th> <th>채점 기준</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>수학적 표현의 이해 (의사소통)</td> <td>2</td> <td>사건의 관계를 정확히 이해하여 표, 순서쌍, 나뭇가지 모양 그림 등을 이용하여 나타냄</td> </tr> <tr> <td></td> <td>1</td> <td>사건의 관계를 이해하여 표, 순서쌍, 나뭇가지 모양 그림 등으로 나타냈으나 오류가 있음</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0</td> <td>전혀 나타내지 못함</td> </tr> <tr> <td>경우의 수 구하기</td> <td>1</td> <td>16</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0</td> <td>그 외의 오답</td> </tr> </tbody> </table>	평가 항목	배점	채점 기준	수학적 표현의 이해 (의사소통)	2	사건의 관계를 정확히 이해하여 표, 순서쌍, 나뭇가지 모양 그림 등을 이용하여 나타냄		1	사건의 관계를 이해하여 표, 순서쌍, 나뭇가지 모양 그림 등으로 나타냈으나 오류가 있음		0	전혀 나타내지 못함	경우의 수 구하기	1	16		0	그 외의 오답
평가 항목	배점	채점 기준																		
수학적 표현의 이해 (의사소통)	2	사건의 관계를 정확히 이해하여 표, 순서쌍, 나뭇가지 모양 그림 등을 이용하여 나타냄																		
	1	사건의 관계를 이해하여 표, 순서쌍, 나뭇가지 모양 그림 등으로 나타냈으나 오류가 있음																		
	0	전혀 나타내지 못함																		
경우의 수 구하기	1	16																		
	0	그 외의 오답																		
지도 방안	<p>두 문제 모두 사건의 관계를 정확히 이해하여 나뭇가지 모양 그림으로 잘 나타내었고 경우의 수 역시 정확히 구하였으나 나뭇가지 모양 그림으로만 각 경우를 나타내었다. 이때 나뭇가지 모양 그림 외에 순서쌍이나 표를 이용해서도 각 경우를 나타내도록 피드백할 수 있다.</p>																			

**문항번호 2** 수행평가 서술형 / 지필평가 서술형

교육과정 성취기준	[9수05-04] 경우의 수를 구할 수 있다.
출제의도	주어진 사건들의 관계를 이해하고, 두 사건이 일어나는 경우의 수를 더하거나 곱하여 경우의 수를 구할 수 있는지를 평가하고자 한다.
수업과의 연계	2차시에서 경우의 수를 구할 수 있는 여러 가지 상황을 제시하고, 같은 방법으로 해결할 수 있는 문제들의 공통점을 알아본 후 이에 대한 풀이법을 정리하며, 3차시에서는 2차시에서 정리한 방법들을 이용하여 여러 가지 경우의 수 문제를 해결한다. 따라서 학생들이 주어진 사건을 분석하고 경우의 수를 구하는 전략을 탐색하여 경우의 수를 구할 수 있는지 평가하고 피드백할 수 있도록 평가 문항을 설계하였다.

**📖 관련 수업 자료**

- 2차시 -

[탐구] 주어진 문제들을 해결하고, 유사한 방법으로 해결한 문제들끼리 모은 후 공통점과 차이점을 말해 보자.

번호	문제	경우의 수 구하기						
1	사탕 4가지와 젤리 3가지가 있다. 사탕 또는 젤리 중에서 하나를 선택하는 경우의 수를 구하시오.							
2	어느 햄버거 가게에서는 다음과 같이 햄버거를 판매하고 있다. 이 중에서 햄버거를 1개 주문할 때, 주문할 수 있는 햄버거의 종류는 모두 몇 가지인지 구하시오. <table border="1" style="margin: 10px auto; text-align: center;"> <tr> <td>소고기 햄버거</td> <td>닭고기 햄버거</td> <td>해산물 햄버거</td> </tr> <tr> <td>한우 버거, 치즈 버거</td> <td>치킨 버거</td> <td>통새우 버거, 피쉬버거</td> </tr> </table>	소고기 햄버거	닭고기 햄버거	해산물 햄버거	한우 버거, 치즈 버거	치킨 버거	통새우 버거, 피쉬버거	
소고기 햄버거	닭고기 햄버거	해산물 햄버거						
한우 버거, 치즈 버거	치킨 버거	통새우 버거, 피쉬버거						
3	사탕 4가지와 젤리 3가지가 있다. 사탕 1가지와 젤리 1가지를 동시에 선택하는 경우의 수를 구하시오.							
4	진수는 새로운 스케이트보드를 조립하기 위해 판과 바퀴를 구입하려고 한다. 진수가 찾아가 스케이트보드 가게에는 3가지 종류의 판과 2가지 종류의 바퀴가 있다고 한다. 판과 바퀴를 각각 한 종류씩 선택하여 스케이트보드를 조립할 때, 진수가 스케이트보드를 조립하는 경우의 수를 구하시오.							
5	수미는 친구에게 줄 생일 선물을 포장하려고 한다. 5종류의 포장지와 4종류의 끈을 각각 한 가지씩 사용하여 포장하는 경우의 수를 구하시오.							
6	민수는 반팔 셔츠 3벌, 긴팔 셔츠 2벌 중에서 외출할 때 입을 옷을 고르려고 한다. 반팔 셔츠 또는 긴팔 셔츠 중에서 하나를 선택하는 경우의 수를 구하시오.							
7	윤서네 집에서 서점까지 가는 길은 2가지이고, 서점에서 도서관까지 가는 길은 3가지이다. 윤서가 집에서 출발하여 서점을 거쳐 도서관까지 가는 경우의 수를 구하시오. (단, 한 번 지나간 곳은 다시 지나가지 않는다.) 							
8	각 면에 1부터 20까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 정이십면체 주사위를 한 번 던질 때, 뒷면에 적힌 수가 5의 배수 또는 7의 배수가 나오는 경우의 수를 구하시오.							

- 3차시 -

[준비학습] 지난 시간 탐구했던 문제들을 다시 한번 살펴보고, 경우의 수를 구하는 문제를 만든 후 친구와 서로 바꾸어 풀어보자.

(1) 두 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A 또는 사건 B가 일어나는 경우

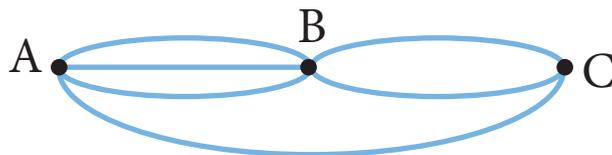
나 (문제 만들기)	친구 (풀고 설명하기)

(2) 사건 A와 사건 B가 동시에 일어나는 경우

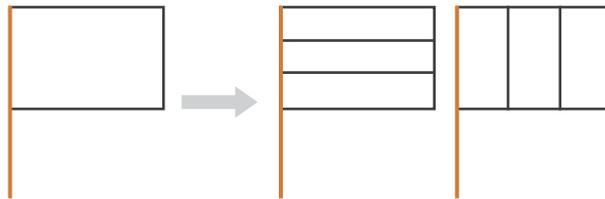
나 (문제 만들기)	친구 (풀고 설명하기)

[활동] 주어진 문제들을 해결하고, 사건을 어떻게 분석하여 해결했는지 모둠에서 서로 이야기해 보자.

(1) 오른쪽 그림과 같이 A 지점에서 B 지점으로 가는 도로가 3가지, B 지점에서 C 지점으로 가는 도로가 2가지, A 지점에서 C 지점으로 바로 가는 도로가 1가지 있다. A 지점에서 C 지점으로 가는 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 지점을 두 번 이상 지나지 않는다.)



- (2) 다음 그림과 같이 직사각형을 가로 또는 세로로 3등분하고 빨간색, 파란색, 흰색을 한 번씩 사용하여 삼색기를 만들려고 한다. 삼색기를 만드는 모든 경우의 수를 구하시오.

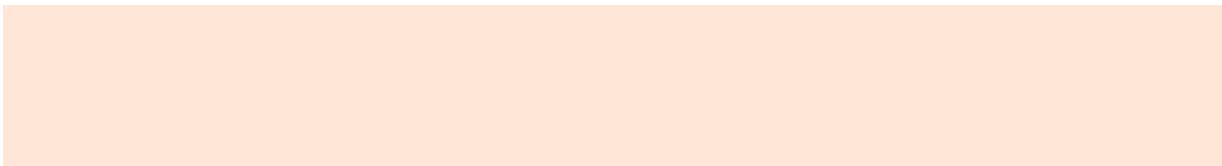
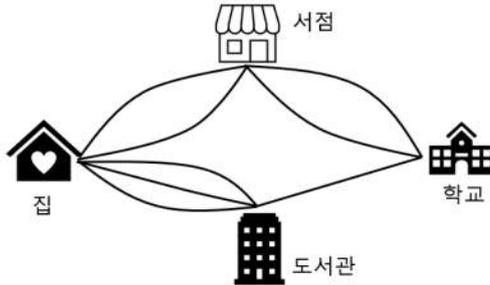


- (3) 서로 다른 두 개의 주사위 A, B를 동시에 던져서 나오는 눈의 수를 각각  $a, b$ 라고 할 때,  $a + b$ 의 값이 짝수인 경우의 수를 구하시오.

- (4) 1부터 4까지의 자연수가 각각 적힌 4장의 카드가 있다. 이 카드들 2장 또는 3장 또는 4장을 사용하여 만들 수 있는 자연수의 개수를 모두 구하시오.

📌 평가 문항

1. 다음 그림과 같이 집, 서점, 학교, 도서관을 연결하는 길이 있을 때, 두 사건의 경우의 수를 더하거나 곱하는 방법을 이용하여 집에서 학교로 가는 경우의 수를 구하고, 풀이과정과 답을 쓰시오. (단, 같은 장소는 두 번 이상 지나지 않는다.) (4점)



📌 예시 답안

- 집에서 학교로 가는 사건은 서점을 거쳐 가는 사건과 도서관을 거쳐 가는 사건으로 나눌 수 있다.  
 이때, 집에서 서점을 거쳐 집으로 가는 경우의 수는  $2 \times 2 = 4$ 이고, 집에서 도서관을 거쳐 학교로 가는 경우의 수는  $3 \times 1 = 3$  이므로 집에서 학교로 가는 경우의 수는 7이다.

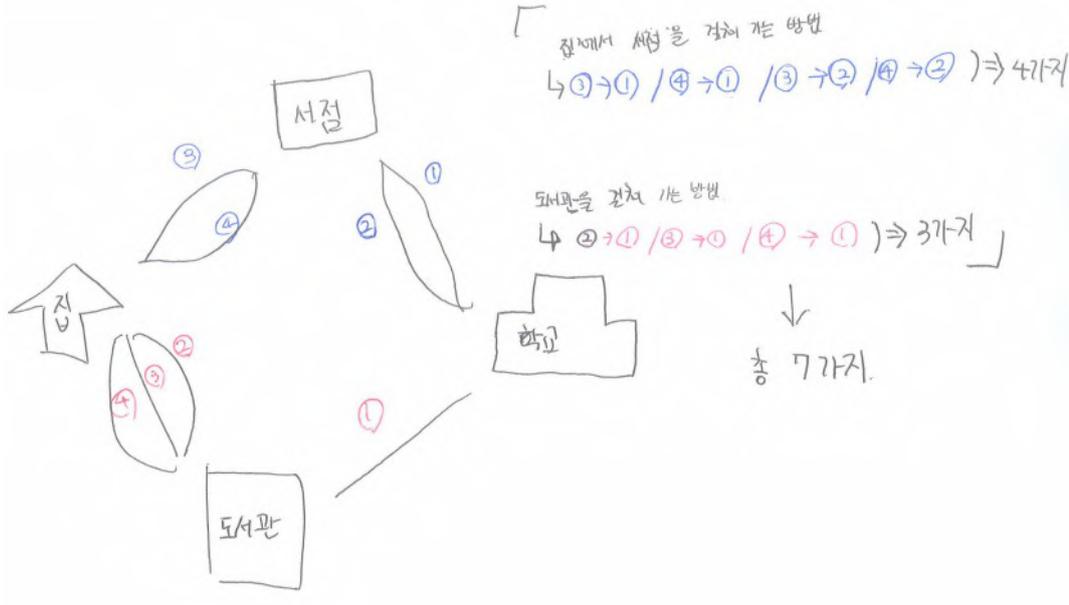
📌 채점 기준

문항	평가 항목	배점	채점 기준
1	문제 이해 및 전략 탐색 (문제해결)	1	사건을 '집에서 서점을 거쳐 학교로 가는 사건'과 '집에서 도서관을 거쳐 학교로 가는 사건'으로 나눔
		0	사건을 제대로 나누지 않음
	경우의 수 구하기	2	나누어진 각 사건에 대해 경우의 수를 곱셈을 정확히 사용함
		1	나누어진 각 사건에 대해 경우의 수를 곱셈을 사용하였으나 오류가 있음
			나누어진 각 사건에 대해 경우의 수를 구하였으나 곱셈을 이용하지 못함
	0	나누어진 각 사건에 대해 경우의 수를 전혀 구하지 못함	
	답 구하기	1	7
0		그 외의 오답	

📌 채점 시 유의사항

- 위의 채점기준표에서는 '경우의 수 구하기' 부분에서 '나누어진 각 사건에 대해 경우의 수를 구하였으나 곱셈을 이용하지 못하는 경우' 1점을 부여하도록 하였으나 교사에 따라 채점기준표를 수정하여 2점을 부여하는 것도 가능하다.

☞ 학생 답안 및 채점 사례

문항	내용																					
<p>1</p>	<p>답안</p>  <p>집에서 서점을 거쳐 가는 방법  <math>\hookrightarrow (3 \rightarrow 1) / (4 \rightarrow 1) / (3 \rightarrow 2) / (4 \rightarrow 2) \Rightarrow 4가지</math></p> <p>도서관을 거쳐 가는 방법  <math>\hookrightarrow (2 \rightarrow 1) / (3 \rightarrow 1) / (4 \rightarrow 1) \Rightarrow 3가지</math></p> <p>총 7가지.</p>																					
<p>1</p>	<p>채점</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>평가 항목</th> <th>배점</th> <th>채점 기준</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="2">문제해결을 위한 전략 탐색하기</td> <td>1</td> <td>사건을 '집에서 서점을 거쳐 학교로 가는 사건'과 '집에서 도서관을 거쳐 학교로 가는 사건'으로 나눔</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>사건을 제대로 나누지 않음</td> </tr> <tr> <td rowspan="3">경우의 수 구하기</td> <td>2</td> <td>나누어진 각 사건에 대해 경우의 수를 곱셈을 정확히 사용함</td> </tr> <tr> <td rowspan="2">1</td> <td>나누어진 각 사건에 대해 경우의 수를 곱셈을 사용하였으나 오류가 있음</td> </tr> <tr> <td>나누어진 각 사건에 대해 경우의 수를 구하였으나 곱셈을 이용하지 못함</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>나누어진 각 사건에 대해 경우의 수를 전혀 구하지 못함</td> </tr> <tr> <td rowspan="2">답 구하기</td> <td>1</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>그 외의 오답</td> </tr> </tbody> </table>	평가 항목	배점	채점 기준	문제해결을 위한 전략 탐색하기	1	사건을 '집에서 서점을 거쳐 학교로 가는 사건'과 '집에서 도서관을 거쳐 학교로 가는 사건'으로 나눔	0	사건을 제대로 나누지 않음	경우의 수 구하기	2	나누어진 각 사건에 대해 경우의 수를 곱셈을 정확히 사용함	1	나누어진 각 사건에 대해 경우의 수를 곱셈을 사용하였으나 오류가 있음	나누어진 각 사건에 대해 경우의 수를 구하였으나 곱셈을 이용하지 못함	0	나누어진 각 사건에 대해 경우의 수를 전혀 구하지 못함	답 구하기	1	7	0	그 외의 오답
평가 항목	배점	채점 기준																				
문제해결을 위한 전략 탐색하기	1	사건을 '집에서 서점을 거쳐 학교로 가는 사건'과 '집에서 도서관을 거쳐 학교로 가는 사건'으로 나눔																				
	0	사건을 제대로 나누지 않음																				
경우의 수 구하기	2	나누어진 각 사건에 대해 경우의 수를 곱셈을 정확히 사용함																				
	1	나누어진 각 사건에 대해 경우의 수를 곱셈을 사용하였으나 오류가 있음																				
		나누어진 각 사건에 대해 경우의 수를 구하였으나 곱셈을 이용하지 못함																				
0	나누어진 각 사건에 대해 경우의 수를 전혀 구하지 못함																					
답 구하기	1	7																				
	0	그 외의 오답																				
<p>지도 방안</p>	<p>사건을 '집에서 서점을 거쳐 학교로 가는 사건'과 '집에서 도서관을 거쳐 학교로 가는 사건'으로 잘 나누었으나 나눈 사건들이 일어나는 경우의 수를 구할 때 수업 시간에 학습한 '사건 A와 사건 B가 동시에 일어나는 경우의 수를 구하는 법'을 이용하지 않고 일일이 세서 경우의 수를 구하였다. 이때 일일이 세지 않고, 더하거나 곱하여 경우의 수를 구할 수는 없는지 생각해 보도록 피드백할 수 있다.</p>																					

---

# 수업과 연계한 수학과 서·논술형 평가 실천하기

---

---

# >> 고등학교

## CONTENTS

---

- 01. 수학  
유리함수
  - 02. 미적분  
매개변수로 나타낸 함수의 미분법,  
접선의 방정식
  - 03. 기하  
이차곡선
  - 04. 수학과제탐구  
과제 탐구 실행 및 평가
-

# 수업과 연계한 수학과 서·논술형 평가 실천하기



01

고등학교

수학

유리함수



# 01 수학 유리함수

## 1. 수업과 평가 개요

<p>교육과정 성취기준</p>	<p>[10수학04-04] 유리함수 <math>y = \frac{ax+b}{cx+d}</math> 의 그래프를 그릴 수 있고, 그 그래프의 성질을 이해한다.</p>	<p>평가요소</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 유리함수 <math>y = \frac{k}{x}</math> 의 그래프 그리기</li> <li>- 유리함수 <math>y = \frac{k}{x-p} + q</math> 의 그래프 그리기</li> <li>- 함수 <math>y = \frac{ax+b}{cx+d}</math> 에서 상수 <math>a, b, c, d</math> 조건에 따른 함수 찾기</li> <li>- 유리함수 <math>y = \frac{ax+b}{cx+d}</math> 의 그래프 그리기</li> </ul>
<p>단원 선정 의도</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 중학교 1학년에서 배운 반비례에 대한 개념을 정의역, 점근선의 정의와 연계하여 유리함수 <math>y = \frac{k}{x}</math> 으로 확장하고 그 그래프를 그릴 수 있도록 한다.</li> <li>- 1학년 1학기에서 배운 도형의 이동 중 평행이동의 개념을 활용하여 유리함수 <math>y = \frac{ax+b}{cx+d}</math> 의 그래프를 그려보고, 그 성질을 알게 한다.</li> <li>- 유리함수와 관련된 다양한 문제를 풀어보고, 문제를 만들어 봄으로써 고차원적 사고력을 향상하도록 한다.</li> </ul>	
<p>교과역량</p>	<p><input checked="" type="checkbox"/> 문제해결    <input checked="" type="checkbox"/> 추론    <input checked="" type="checkbox"/> 창의융합    <input checked="" type="checkbox"/> 의사소통    <input checked="" type="checkbox"/> 정보처리    <input checked="" type="checkbox"/> 태도 및 실천</p>	
<p>핵심질문</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 사실적 질문                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- 반비례와 유리함수의 차이점은 무엇인가?</li> <li>- 유리함수 <math>y = \frac{k}{x}</math> 에서 <math>k</math> 값에 따른 그래프의 성질은 무엇인가?</li> </ul> </li> <li>◎ 개념적 질문                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- 유리함수 <math>y = \frac{k}{x}</math> 와 <math>y = \frac{k}{x-p} + q</math> 그래프의 공통점과 차이점은 무엇인가?</li> </ul> </li> </ul>	<p>연관 사고력</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 이해하기                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- 추론하기</li> <li>- 비교하기</li> <li>- 설명하기</li> </ul> </li> <li>◎ 분석하기                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- 구별하기</li> </ul> </li> <li>◎ 평가하기                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- 비판하기</li> </ul> </li> <li>◎ 창안하기                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- 생성하기</li> <li>- 산출하기</li> </ul> </li> </ul>

<p>핵심질문</p>	<p>◎ 고차원적 사고 질문(토의/토론 질문)</p> <p>- 함수 <math>y = \frac{ax+b}{cx+d}</math> 에서 상수 <math>a, b, c, d</math> 의 조건에 따른 함수를 구할 수 있는가?</p> <p>- 유리함수 <math>y = \frac{ax+b}{cx+d}</math> 에서 상수 <math>a, b, c, d</math> 중에서 어느 하나의 값의 변화에 따른 그래프의 성질 및 불변의 성질을 찾을 수 있는가?</p>	<p>연관 사고력</p>	<p>◎ 이해하기</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 추론하기</li> <li>- 비교하기</li> <li>- 설명하기</li> </ul> <p>◎ 분석하기</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 구별하기</li> </ul> <p>◎ 평가하기</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 비판하기</li> </ul> <p>◎ 창안하기</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 생성하기</li> <li>- 산출하기</li> </ul>
<p>서·논·술형 평가 연계 수업-평가 진행</p>	<p>◎ 수업</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 1차시: 유리함수 <math>y = \frac{k}{x}</math> 의 정의를 알고, 정의역 구하기</li> <li>- 2차시: 유리함수 <math>y = \frac{k}{x}</math> 의 그래프 그리기, <math>k</math> 의 값에 따른 <math>y = \frac{k}{x}</math> 그래프의 공통점, 차이점 찾기</li> <li>- 3차시: 유리함수 <math>y = \frac{k}{x}</math>, <math>y = \frac{k}{x-p} + q</math> 의 그래프 그리기, 두 그래프의 공통점, 차이점 찾기</li> <li>- 4차시: 함수 <math>y = \frac{ax+b}{cx+d}</math> 에 대하여 상수 <math>a, b, c, d</math> 조건에 따른 함수 찾기</li> <li>- 5차시: 공학적 도구를 사용하여 유리함수 <math>y = \frac{ax+b}{cx+d}</math> 의 상수 <math>a, b, c, d</math> 중에서 어느 하나의 값의 변화에 따른 그래프 성질 찾기</li> <li>- 6차시: 유리함수 <math>y = \frac{ax+b}{cx+d}</math> 의 그래프를 그리고 점근선 찾기</li> </ul> <p>◎ 과정중심평가</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 활동지에 주어진 함수의 그래프 그리기, 문제풀이에 개별 피드백 실시</li> <li>- 학생들이 문제를 풀고 학급을 대상으로 설명한 경우 관찰내용 기록</li> <li>- 정의적 영역 평가 및 성취기준, 성취 수준을 제시함으로써 학생 스스로 평가할 수 있도록 학습지 구성</li> </ul> <p>◎ 수행평가 서술형 문항 제작</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 그래프를 보고 유리함수의 식 찾기</li> <li>- 함수 <math>y = \frac{ax+b}{cx+d}</math> 가 다항함수, 다항함수가 아닌 유리함수가 되도록 하는 상수 <math>a, b, c, d</math> 의 조건 구하기</li> </ul>		

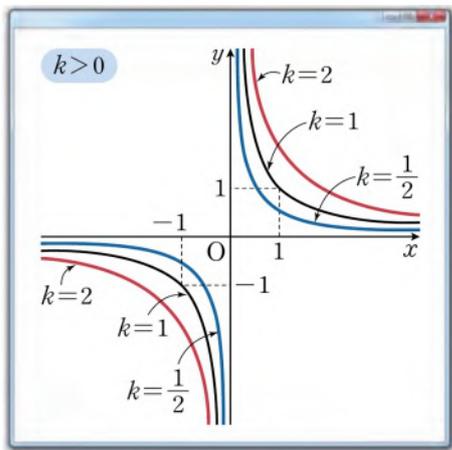
## 2. 서·논술형 평가와 연계한 수업

차시	교수·학습 활동	평가 내용 및 방법	문항 번호
1	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 유리함수의 정의</li> <li>- 유리함수의 정의역 구하기</li> <li>- 유리함수 <math>y = \frac{k}{x}</math> 의 그래프 그리기</li> </ul>		
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 유리함수 <math>y = \frac{k}{x}</math> 의 그래프에서 <math>k</math>의 값에 따른 공통점과 차이점 찾고 활동 내용 정리하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 모둠 활동을 통해 공통점과 차이점을 찾고 발표하기</li> </ul>	형성평가 <span style="background-color: #f4a460; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">1</span>
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 유리함수 <math>y = \frac{k}{x}, y = \frac{k}{x-p} + q</math> 의 그래프에서 공통점과 차이점을 찾고 활동 내용 정리하기</li> <li>- 유리함수의 점근선의 정의</li> <li>- 유리함수 <math>y = \frac{k}{x-p} + q</math> 그래프 그리기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 모둠 활동을 통해 공통점과 차이점을 찾고 발표하기</li> </ul>	형성평가 <span style="background-color: #f4a460; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">2</span>
4	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 함수 <math>y = \frac{ax+b}{cx+d}</math> 에서 아래 조건에 따른 함수 찾기</li> <li>(1) <math>ad - bc = 0, c \neq 0</math></li> <li>(2) <math>ad - bc = 0, c = 0, d \neq 0</math></li> <li>(3) <math>ad - bc \neq 0, c = 0</math></li> <li>(4) <math>ad - bc \neq 0, c \neq 0</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 모둠 활동을 통해 조건에 맞는 함수 찾기</li> </ul>	형성평가 <span style="background-color: #f4a460; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">3</span>
5	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 유리함수 <math>y = \frac{ax+b}{cx+d}</math> (<math>ad - bc \neq 0, c \neq 0</math>)에서 상수 <math>a, b, c, d</math> 중 하나의 상수가 변할 때, 유리함수가 어떻게 변하는지 공학적 도구를 사용하여 찾아보고 활동 내용 정리하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 모둠 활동을 통해 공학적 도구를 사용하여 상수 변화에 따른 유리함수 그래프의 성질 찾기</li> </ul>	형성평가 <span style="background-color: #f4a460; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">4</span>
6	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 유리함수 <math>y = \frac{ax+b}{cx+d}</math> (<math>ad - bc \neq 0, c \neq 0</math>)를 <math>y = \frac{k}{x-p} + q</math> (<math>k \neq 0</math>) 꼴로 변형하여 함수의 그래프를 그리고 점근선 찾기</li> <li>- 다항함수가 아닌 유리함수의 그래프를 보고 식 찾기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 유리함수의 식을 변형하여 그래프 그리기</li> <li>- 함수의 그래프를 보고 함수의 식 완성하기</li> </ul>	형성평가 <span style="background-color: #f4a460; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">5</span> 수행평가 <span style="background-color: #f4a460; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">1</span>
7	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 함수 <math>y = \frac{ax+b}{cx+d}</math> 가 다항함수, 다항함수가 아닌 유리함수가 되도록 하는 상수 <math>a, b, c, d</math> 의 조건 구하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 문제해결을 위한 정확한 조건을 찾고 문제해결하기</li> </ul>	수행평가 <span style="background-color: #f4a460; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">2</span>

문항번호 1      형성평가 서술형

문항 (질문, 발문) 의도	유리함수 $y = \frac{k}{x}$ 그래프의 성질을 말할 수 있다.
수업과의 연계	1차시 수업 시간에 유리함수 $y = \frac{k}{x}$ 의 정의와 정의역, 그래프 그리기를 배웠다. 유리함수 $y = \frac{k}{x}$ 의 성질을 학생들이 직접 찾아보는 활동을 통하여 수학적 용어의 사용, 의견 말하기, 모둠별 내용 기록 등 수학적 의사소통을 실현해 본다.

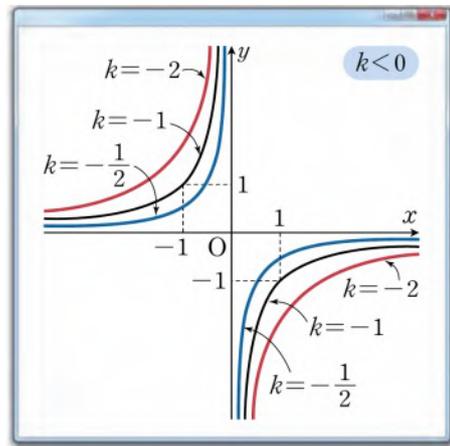
1. 다음 유리함수  $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프를 보고  $k$ 값에 따른 공통점과 차이점을 찾으시오.



- \*공통점**
- 반비례 그래프이다.
  - 제 1, 3사분면을 지난다.
  - 원점에 대하여 대칭이다.
  - $y = \pm x$  에 대칭이다.
  - 정의역과 치역은 0이 아닌 실수 전체의 집합이다.
  - $x$ 축,  $y$ 축에 닿지 않는다.

- \*차이점**
- $k$ 의 절댓값이 커질수록 원점에서 멀어진다.
  - 같은  $x$ 값에 따라  $y$ 값이 다르다.

2. 다음 유리함수  $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프를 보고  $k$ 값에 따른 공통점과 차이점을 찾으시오.



- \*공통점**
- 반비례 그래프이다.
  - 제 2, 4사분면을 지난다.
  - 원점에 대하여 대칭이다.
  - $y = \pm x$  에 대칭이다.
  - 정의역과 치역은 0이 아닌 실수 전체의 집합이다.
  - $x$ 축,  $y$ 축에 닿지 않는다.

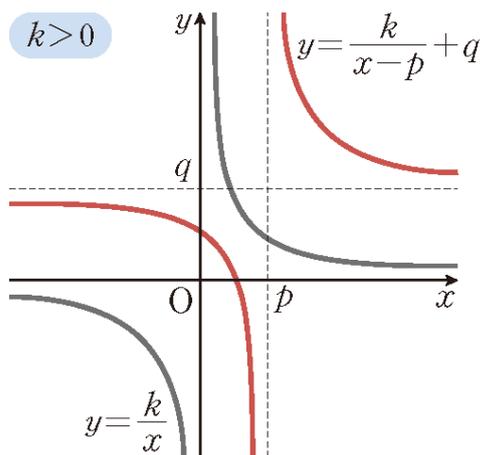
- \*차이점**
- $k$ 의 절댓값이 커질수록 원점에서 멀어진다.
  - 같은  $x$ 값에 따라  $y$ 값이 다르다.



문항번호 2      형성평가 서술형

문항 (질문, 발문) 의도	유리함수 $y = \frac{k}{x-p} + q (k \neq 0)$ 의 그래프를 그리고 그 성질을 설명할 때 유리함수 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 의 그래프를 활용한다.
수업과의 연계	유리함수 $y = \frac{k}{x-p} + q (k \neq 0)$ 의 그래프와 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 의 그래프 사이의 공통점과 차이점을 학생들이 직접 찾아 보는 활동을 통하여 유리함수 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 의 그래프를 $x$ 축의 방향으로 $p$ 만큼, $y$ 축의 방향으로 $q$ 만큼 평행이동하였음을 모둠에서 추론하도록 한다. 추론하는 과정에서 수학적 용어의 사용, 의견 말하기, 모둠별 내용 기록을 통하여 수학적 의사소통을 실현해 본다.

1. 다음 두 유리함수의 그래프를 보고 공통점과 차이점을 찾으시오.



- \*공통점
- (이동하면 겹쳐지는) 같은 모양의 곡선이다.
  - 각각의 그래프는 점근선의 교점에 대해 대칭이다.
  - 점근선과 만나지 않는다.
  - 일대일 대응이다.

- \*차이점
- 점근선이 다르다.
  - 대칭점이 다르다.
  - 정의역과 치역이 다르다.
  - 지나는 사분면이 다르다.
  - $x$ 절편,  $y$ 절편이 다르다.

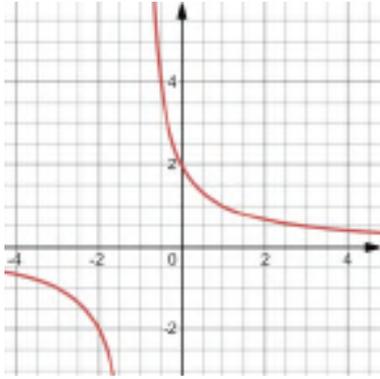
유리함수  $y = \frac{k}{x-p} + q (k \neq 0)$ 의 그래프

- ① 유리함수  $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 [  $p$  ]만큼,  $y$ 축의 방향으로 [  $q$  ]만큼 평행이동한 것이다.
- ② 정의역 =  $\{x \mid x \neq p \text{인 실수}\}$   
치역 =  $\{y \mid y \neq q \text{인 실수}\}$
- ③ 점 (  $p$  ,  $q$  )에 대하여 대칭이다.
- ④ 점근선은  $x = p, y = q$ 이다.

2. 다음 함수의 그래프를 그리고, 점근선을 구하시오.

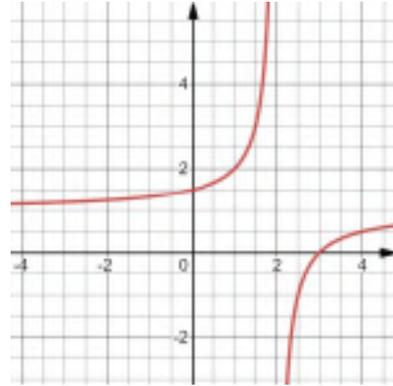
(1)  $y = \frac{2}{x+1}$

점근선  $x = -1, y = 0$



(2)  $y = -\frac{1}{x-2} + 1$

점근선  $x = 2, y = 1$



수학 문제 풀이 Portfolio		날짜	(확인란)
1학년 ( )반 ( )번	이름 ( )	.	
<p>1. 다음 유리함수 그래프를 보고 <math>y = \frac{k}{x}</math>, <math>y = \frac{k}{x-p} + q</math> 그래프의 공통점과 차이점을 찾으시오.</p> <p><math>k &gt; 0</math></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;">*공통점</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;">*차이점</div>	<p>3. 다음 함수의 그래프를 그리고, 점근선의 방정식을 구하시오.</p> <p>(1) <math>y = \frac{2}{x+1}</math></p> <p>(2) <math>y = -\frac{1}{x-2} + 1</math></p>		
<p>2. 빈칸을 채우시오.</p> <p>■ 유리함수 <math>y = \frac{k}{x-p} + q</math> (<math>k \neq 0</math>)의 그래프</p> <p>① 유리함수 <math>y = \frac{k}{x}</math>의 그래프를 <math>x</math>축의 방향으로 [ ]만큼, <math>y</math>축의 방향으로 [ ]만큼 평행이동한 것이다.</p> <p>② 정의역 = { } 치역 = { }</p> <p>③ 점 ( , )에 대하여 대칭이다.</p> <p>④ 점근선의 방정식은</p>			

문항번호 3      형성평가 서술형

문항 (질문, 발문) 의도	함수 $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 가 다항함수가 아닌 유리함수가 되기 위한 상수 $a, b, c, d$ 의 조건을 찾아본다.
수업과의 연계	모둠별 토의과정을 통해 계산과정을 공유하고, 수학적 의사소통을 통해 문제해결 능력, 정보처리 능력 등이 향상될 수 있다.

1. 함수  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 에 대하여 다음의 조건에 따라 어떠한 함수가 되는지 설명하시오.

(1)  $ad - bc = 0, c \neq 0$

$$y = \frac{ax+b}{cx+d} = \frac{\frac{a}{c}(cx+d) - \frac{ad}{c} + b}{cx+d}$$

$$= \frac{\frac{ad+bc}{c}}{cx+d} + \frac{a}{c}$$

이때,  $ad - bc = 0$ 이므로  $y = \frac{a}{c} \therefore$  상수함수

(2)  $ad - bc = 0, c = 0, d \neq 0$

$c = 0$ 이므로  $y = \frac{ax+b}{d}$ 이다.

이때,  $ad = 0, d \neq 0$ 이므로  $a = 0$ 이다.

$y = \frac{b}{d} \therefore$  상수함수

(3)  $ad - bc \neq 0, c = 0$

$c = 0$ 이므로  $y = \frac{ax+b}{d}$ 이다.

$y = \frac{a}{d}x + \frac{b}{d} \therefore$  일차함수

(4)  $ad - bc \neq 0, c \neq 0$

$$y = \frac{ax+b}{cx+d} = \frac{\frac{a}{c}(cx+d) - \frac{ad}{c} + b}{cx+d}$$

$$= \frac{\frac{ad+bc}{c}}{cx+d} + \frac{a}{c}$$

$\therefore$  다항함수가 아닌 유리함수

수학 문제 풀이 Portfolio		날짜	(확인란)
1학년 ( )반 ( )번 이름 ( )			
1. 유리함수 $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 에 대하여 다음의 조건에 따라 어떠한 함수가 되는지 설명하시오.  (1) $ad - bc = 0, c \neq 0$         (2) $ad - bc = 0, c = 0, d \neq 0$	(3) $ad - bc \neq 0, c = 0$         (4) $ad - bc \neq 0, c \neq 0$		



2.  $a, b, c, d$  값의 범위를 괄호 안에 분류하여 쓰고, 그래프가 존재하는 영역을 점근선을 기준으로 나타내시오.

(1) 유리함수  $y = \frac{ax+2}{x-2}$

$$= \frac{a(x-2)+2a+2}{x-2} = \frac{2a+2}{x-2} + a$$

$2a+2$ 의 부호에 따라 그래프가 존재하는 영역이 결정된다.

$a(<-1)$  점근선  $x=2, y=a$ 을 기준으로

제 2, 4사분면에 그래프가 존재한다.

$a(a=-1)$   $y=-1$ 이므로 제 3, 4사분면에 그래프가 존재한다.

$a(a>-1)$  점근선  $x=2, y=a$ 을 기준으로

제 1, 3사분면에 그래프가 존재한다.

점근선은  $x=2, y=a$ 이다.

$$x\text{절편} = -\frac{2}{a} \quad (a \neq 0) \quad y\text{절편} = -1$$

(2) 유리함수  $y = \frac{x+b}{x-2}$

$$= \frac{x-2+2+b}{x-2} = \frac{b+2}{x-2} + 1$$

$b+2$ 의 부호에 따라 그래프가 존재하는 영역이 결정된다.

$b(<-2)$  점근선  $x=2, y=1$ 을 기준으로

제 2, 4사분면에 그래프가 존재한다.

$b(=-2)$   $y=1$ 이므로 제 1, 2사분면에 그래프가 존재한다.

$b(>-2)$  점근선  $x=2, y=1$ 을 기준으로

제 1, 3사분면에 그래프가 존재한다.

점근선은  $x=2, y=1$ 이다.

$$x\text{절편} = -b \quad y\text{절편} = -\frac{b}{2}$$

(3) 유리함수  $y = \frac{x+2}{cx-2}$

$$c(=0) \quad y = -\frac{1}{2}x - 1 \text{이므로 제 2, 3, 4사분면에}$$

그래프가 존재한다.

$$y = \frac{\frac{x}{c} + \frac{2}{c}}{x - \frac{2}{c}} = \frac{\frac{1}{c}\left(x - \frac{2}{c}\right) + \frac{2}{c^2} + \frac{2}{c}}{x - \frac{2}{c}}$$

$$= \frac{\frac{2}{c^2} + \frac{2}{c}}{x - \frac{2}{c}} + \frac{1}{c}$$

$c \neq 0$ 일 때,  $c+1$ 의 부호에 따라 그래프가 존재하는 영역이 결정된다.

$c(<-1)$  점근선  $x = \frac{2}{c}, y = \frac{1}{c}$ 을 기준으로

제 2, 4사분면에 그래프가 존재한다.

$c(=-1)$   $y = -1$ 이므로 제 3, 4사분면에 그래프가 존재한다.

$(-1 < c < 0, c > 0)$  점근선  $x = \frac{2}{c}, y = \frac{1}{c}$ 을 기준으로

제 1, 3사분면에 그래프가 존재한다.

점근선은  $x = \frac{2}{c}, y = \frac{1}{c}$ 이다.

$$x\text{절편} = -2 \quad y\text{절편} = -1$$

(4) 유리함수  $y = \frac{x+2}{x+d}$

$$= \frac{x+d-d+2}{x+d} = \frac{-d+2}{x+d} + 1$$

$-d+2$ 의 부호에 따라 그래프가 존재하는 영역이 결정된다.

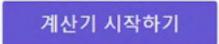
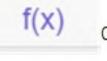
$b(>2)$  점근선  $x = -d, y = 1$ 을 기준으로 제 2, 4사분면에 그래프가 존재한다.

$b(=2)$   $y = 1$ 이므로 제 1, 2사분면에 그래프가 존재한다.

$b(<2)$  점근선  $x = -d, y = 1$ 을 기준으로 제 1, 3사분면에 그래프가 존재한다.

점근선은  $x = -d, y = 1$ 이다.

$$x\text{절편} = -2 \quad y\text{절편} = \frac{2}{d} \quad (d \neq 0)$$

수학 문제 풀이 Portfolio		날짜	(확인란)
1학년 ( )반 ( )번 이름 ( )		.	
<p>1. 유리함수 <math>y = \frac{ax+b}{cx+d}</math> (<math>ad-bc \neq 0, c \neq 0</math>)의 그래프가 상수 <math>a, b, c, d</math> 중에서 어느 하나의 값이 변함에 따라 어떻게 변하는지 GeoGebra를 활용하여 찾아보자. 또한 변하지 않는 성질에 대해서도 말해보자.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">* GeoGebra에서 유리함수 그리기 *</p> <p>① Chrome으로 접속 후 검색창에 GeoGebra (한글로 지오지브라 입력)를 입력 후 클릭(프로그램을 실행시키기만 하면 됩니다.)</p> <p>②  , 클릭</p> <p>③  기호 옆에 입력창</p> <div style="border: 1px solid gray; padding: 2px; display: inline-block; margin: 5px;">  입력... 이 뜹니다.         </div> <p>④  에서 <math>a, x, y</math> 입력</p> <div style="border: 1px solid gray; padding: 2px; display: inline-block; margin: 5px;">  에서 { } 입력         </div> <p> 에서 숫자, ÷를 입력</p> <p>⑤ 입력창에 <math>y = (ax + 2) \div (x - 2)</math> 입력 후 엔터키  클릭</p> <p>⑥ <math>a</math>값의  를 클릭하여 그래프가 움직이는 모양을 관찰하여 기록한다.</p> </div>	<p>2. <math>a, b, c, d</math> 값의 범위를 괄호 안에 분류하여 쓰고, 그래프가 존재하는 영역을 점근선을 기준으로 나타내시오.</p> <p>(1) 유리함수 <math>y = \frac{ax+2}{x-2} =</math></p> <p><math>a</math>( )</p> <p><math>a</math>( )</p> <p><math>a</math>( )</p> <p>점근선은 _____ 이다.</p> <p><math>x</math>절편= _____ <math>y</math>절편= _____</p> <p>(2) 유리함수 <math>y = \frac{x+b}{x-2} =</math></p> <p><math>b</math>( )</p> <p><math>b</math>( )</p> <p><math>b</math>( )</p> <p>점근선은 _____ 이다.</p> <p><math>x</math>절편= _____ <math>y</math>절편= _____</p>		

	<b>수학 문제 풀이 Portfolio</b>	<b>날짜</b>	<b>(확인란)</b>
	1학년 ( )반 ( )번 이름 ( )	.	

<p>(3) 유리함수 <math>y = \frac{x+2}{cx-2} =</math></p> <p><math>c( )</math></p> <p><math>c( )</math></p> <p><math>c( )</math></p> <p><math>c( )</math></p> <p>점근선은 <math>x =</math> 이다.</p> <p><math>x</math>절편= <math>y</math>절편=</p> <p>(4) 유리함수 <math>y = \frac{x+2}{x+d} =</math></p> <p><math>d( )</math></p> <p><math>d( )</math></p> <p><math>d( )</math></p> <p>점근선은 <math>x =</math> 이다.</p> <p><math>x</math>절편= <math>y</math>절편=</p>	<p style="text-align: center;"><b>※ 정의적 영역 평가기준</b></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>탁월</th> <th>숙달</th> <th>기본</th> <th>초보</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;"><b>자기 조절</b></td> <td>목표나 과제를 완수하기 위해 스스로 체계적인 계획을 세우고 빠뜨리는 경우가 없으므로 옮길</td> <td>목표나 과제를 완수하기 위해 계획대로 실천함</td> <td>목표나 과제를 완수하기 위해 계획을 세우고 대체로 행동을 옮김</td> <td>목표나 과제를 완수하기 위한 계획을 세우거나 계획을 세우더라도 행동을 옮기는 경우가 많지 않음</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><b>자기 표현</b></td> <td>스스로 기회를 만들어 자신의 생각을 표현함</td> <td>기회가 주어지면 자신의 생각을 표현함</td> <td>기회가 주어지면 자신의 생각을 최소한으로 표현함</td> <td>기회가 주어져도 자신의 생각을 표현하지 않음.</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><b>참여 태도</b></td> <td>문제해결을 위해 친구들과 적극적으로 수학적 의사소통에 참여하고 문제를 해결함.</td> <td>친구들과 수학적 의사소통이 없더라도 문제를 해결함.</td> <td>친구들과 의사소통이 없어도 문제를 해결함.</td> <td>문제해결하는데 참여하지 않음</td> </tr> </tbody> </table>		탁월	숙달	기본	초보	<b>자기 조절</b>	목표나 과제를 완수하기 위해 스스로 체계적인 계획을 세우고 빠뜨리는 경우가 없으므로 옮길	목표나 과제를 완수하기 위해 계획대로 실천함	목표나 과제를 완수하기 위해 계획을 세우고 대체로 행동을 옮김	목표나 과제를 완수하기 위한 계획을 세우거나 계획을 세우더라도 행동을 옮기는 경우가 많지 않음	<b>자기 표현</b>	스스로 기회를 만들어 자신의 생각을 표현함	기회가 주어지면 자신의 생각을 표현함	기회가 주어지면 자신의 생각을 최소한으로 표현함	기회가 주어져도 자신의 생각을 표현하지 않음.	<b>참여 태도</b>	문제해결을 위해 친구들과 적극적으로 수학적 의사소통에 참여하고 문제를 해결함.	친구들과 수학적 의사소통이 없더라도 문제를 해결함.	친구들과 의사소통이 없어도 문제를 해결함.	문제해결하는데 참여하지 않음
	탁월	숙달	기본	초보																	
<b>자기 조절</b>	목표나 과제를 완수하기 위해 스스로 체계적인 계획을 세우고 빠뜨리는 경우가 없으므로 옮길	목표나 과제를 완수하기 위해 계획대로 실천함	목표나 과제를 완수하기 위해 계획을 세우고 대체로 행동을 옮김	목표나 과제를 완수하기 위한 계획을 세우거나 계획을 세우더라도 행동을 옮기는 경우가 많지 않음																	
<b>자기 표현</b>	스스로 기회를 만들어 자신의 생각을 표현함	기회가 주어지면 자신의 생각을 표현함	기회가 주어지면 자신의 생각을 최소한으로 표현함	기회가 주어져도 자신의 생각을 표현하지 않음.																	
<b>참여 태도</b>	문제해결을 위해 친구들과 적극적으로 수학적 의사소통에 참여하고 문제를 해결함.	친구들과 수학적 의사소통이 없더라도 문제를 해결함.	친구들과 의사소통이 없어도 문제를 해결함.	문제해결하는데 참여하지 않음																	

문항번호 5      형성평가 서술형

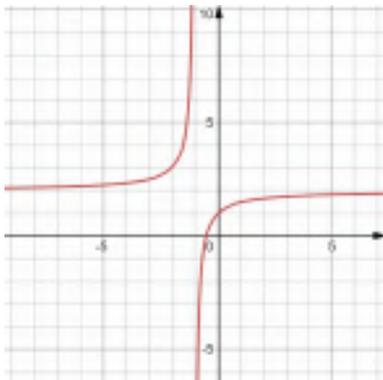
문항 (질문, 발문) 의도	유리함수 $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ( $ad - bc \neq 0, c \neq 0$ )의 그래프를 그리기 위하여 $y = \frac{k}{x-p} + q$ 의 꼴로 변형하는 이유를 알고 정확히 그래프를 그린다.
수업과의 연계	유리함수 $y = \frac{ax+b}{cx+d} = \frac{k}{x-p} + q$ 으로 변형하여 점근선은 $x=p, y=q$ 임을 찾는다. 3차시 수업을 통해 유리함수 $y = \frac{k}{x-p} + q$ 의 그래프는 $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프를 $x$ 축으로 $p$ 만큼, $y$ 축으로 $q$ 만큼 평행이동하여 그릴 수 있음을 배웠으므로 유리함수 $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 의 그래프를 그릴 수 있다.

1. 다음 함수의 그래프를 그리고, 점근선을 구하시오.

(1)  $y = \frac{2x+1}{x+1}$

$y = \frac{2(x+1)-1}{x+1} = \frac{-1}{x+1} + 2$ 이므로

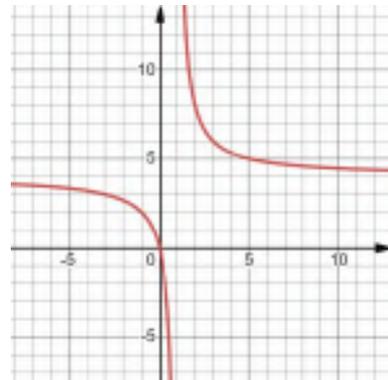
점근선은  $x = -1, y = 2$ 이다.



(2)  $y = \frac{4x}{x-1}$

$y = \frac{4(x-1)+4}{x-1} = \frac{4}{x-1} + 4$ 이므로

점근선은  $x = 1, y = 4$ 이다.



	수학 문제 풀이 Portfolio	날짜	(확인란)
	1학년 ( )반 ( )번 이름 ( )	.	

1. 다음 함수의 그래프를 그리고, 점근선을 구하시오.

(1)  $y = \frac{2x+1}{x+1}$

(2)  $y = \frac{4x}{x-1}$

### 3. 수업과 연계한 서·논술형 평가

문항번호 1      수행평가 서술형

문항 (질문, 발문) 의도	유리함수의 정의를 정확히 알고 실생활 속 문제 상황과 연결하여 유리함수의 식을 만든다. 유리함수의 그래프에 제시된 조건을 활용하여 유리함수 $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 의 식을 찾는다.
수업과의 연계	1차시 수업을 통해 유리함수의 정의를 학습하였으므로 실생활 속 유리함수의 예를 찾아보고 유리함수의 식을 완성하도록 한다. 6차시 수업을 통하여 유리함수 $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 의 그래프를 $y = \frac{k}{x-p} + q$ 로 변형하여 그릴 수 있다. 유리함수의 그래프에 주어진 조건을 찾아 각각의 정보를 활용하여 유리함수의 식을 완성해 보는 평가 문항이다.

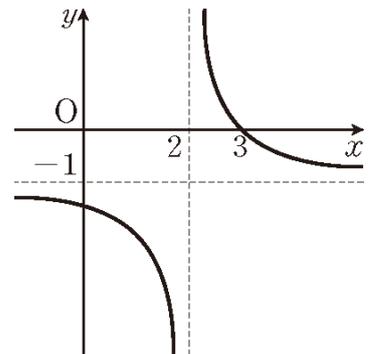
평가 문항

1. 다음 물음에 답하시오. [총 10점]

(1) 유리함수의 정의를 쓰시오. [2점]

(2) 실생활 속에서 다항함수가 아닌 유리함수의 예를 찾아 설명하고 식으로 나타내시오. [3점]

(3) 오른쪽 그림과 같은 유리함수의 그래프가 나타내는 함수의 식을 구하시오. [5점]



**예시 답안**

(1) 함수  $y=f(x)$  에서  $f(x)$ 가  $x$ 에 대한 유리식일 때, 이 함수를 유리함수라 한다.

(2) 50g의 물에  $x$ g의 소금을 넣었을 때 소금물의 농도를  $y\%$ 라 하자.

이때의 다항함수가 아닌 유리함수의 식은  $y = \frac{100x}{x+50}$ 이다.

(3) 점근선을 활용하여 유리함수의 식을 구할 때는  $y = \frac{k}{x-p} + q$ 를 활용하자.

주어진 그래프에서 점근선은  $x=2$ 와  $y=-1$ 이다.

따라서 유리함수의 식은  $y = \frac{k}{x-2} - 1 (k \neq 0)$ 이다.

함수  $y = \frac{k}{x-2} - 1$ 의 그래프가 점  $(3, 0)$ 을 지나므로  $0 = \frac{k}{3-2} - 1$ 이고,  $k=1$ 이다.

따라서 구하고자 하는 유리함수의 식은  $y = \frac{1}{x-2} - 1$ 이다.

**채점 기준**

문항 번호	평가 항목	배점	채점 기준
(1)	유리함수의 정의	2	유리함수의 정의를 옳게 쓴 경우
		1	유리함수를 분수함수라고 정의한 경우 함수 $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 의 형식으로 유리함수를 정의한 경우
		0	유리함수의 정의를 쓰지 못한 경우
(2)	유리함수의 예를 찾고 식으로 표현하기	3	유리함수의 예를 설명하고 식으로 올바르게 작성한 경우
		1	유리함수의 예를 설명했으나 식으로 표현하지 못한 경우 유리함수의 식은 세웠으나 실생활 예로 설명하지 못한 경우
		0	유리함수의 예를 설명하지 못하고 식으로 작성하지 못한 경우
(3)	유리함수의 식 구하기	5	주어진 그래프에서 점근선 $x=2, y=-1$ 을 이용하여 $y = \frac{k}{x-2} - 1$ 을 쓰고, 지나는 점 $(3, 0)$ 을 대입하여 $k=1$ 임을 구한 후, 유리함수의 식 $y = \frac{1}{x-2} - 1$ 을 찾은 경우
		3	주어진 그래프에서 점근선 $x=2, y=-1$ 을 이용하여 $y = \frac{k}{x-2} - 1$ 을 작성한 경우
		1	유리함수의 식만 $y = \frac{1}{x-2} - 1$ 을 찾은 경우
		0	유리함수의 식을 구하지 못한 경우

☞ 학생 답안 사례

1. 다음 물음에 답하시오. [총10점]

(1) 유리함수의 정의를 쓰시오. [2점]

함수  $y=f(x)$  에서  $f(x)$ 가  $x$ 에 대한  
 유리식일때 이 함수를 유리함수라한다

○○야, 유리함수의 정의를 정확하게  
 알고 있구나. 훌륭하다^^

(2) 실생활 속에서 다항함수가 아닌 유리함수의

예를 찾아 설명하고 식으로 나타내시오. [3점]

<소금물의 농도>

를 100g에 소금  $x$ g을 녹인 소금물의 농도를  
 $y\%$ 라고 할 때

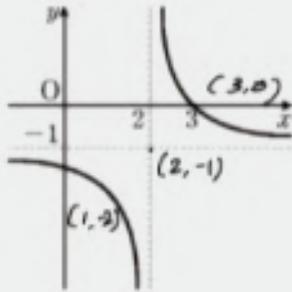
$$y = \frac{100x}{100+x} = \frac{-10000}{100+2} + 100$$

□□야, 소금물의 농도를 활용하여 유리함수의 식

$y = \frac{100x}{100+x}$ 을 찾은 것 훌륭하단다.

그런데 문자  $x$ 를 숫자 2로 착각했는지  $\frac{-10000}{100+2} + 100$ 으로 정리를 했구나.  
 문자와 숫자를 구별하여 기록하자구나

(3) 아래 그림과 같은 유리함수의 그래프가 나타내는 함수의 식을 구하시오. [5점]



$$\text{정리선 } \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$$

$$\rightarrow y = \frac{b}{ax-2} - 1$$

(3, 0)을 지점으로 대입

$$\rightarrow 0 = \frac{b}{3a-2} - 1$$

$$1 = \frac{b}{3a-2}$$

$$3a-2 = b$$

$$3a-b=2$$

(2, -1)에 대해 대입이므로 (1, -2)도 지남

$$\rightarrow -2 = \frac{b}{a-2} - 1$$

$$-1 = \frac{b}{a-2}$$

$$-a+2 = b$$

$$2 = a+b$$

연립하면

$$\begin{array}{r} 3a-b=2 \\ + a+b=2 \\ \hline 4a=4 \\ a=1 \\ b=1 \end{array}$$

△△야, 유리함수의 그래프를 보고 점근선  $x=2, y=-1$ 와

그래프가 지나는 점  $(3, 0)$ 을 정확히 찾았구나. 훌륭하다.

그런데 유리함수의 식을  $y = \frac{k}{x-2} - 1$ 로 놓고 지나는 점

$(3, 0)$ 을 대입하면  $k=1$ 을 계산할 수 있으므로 구하는 유리함수의 식은  $y = \frac{1}{x-2} - 1$ 으로 구했을 거야.

△△이가 유리함수의 식을  $y = \frac{b}{ax-2} - 1$ 으로 놓았구나.

이렇게 놓은 이유가 궁금하구나. 식을  $y = \frac{b}{ax-2} - 1$ 으로 놓음으로써 구해야 하는 문자가 2개가 되었고, 점  $(3, 0)$ 와

또 다른 지나는 점이 필요했을 거야.

밑줄 친 부분은 지나는 또 다른 점을 찾는 과정이지?

$(3, 0)$ 이  $(2, -1)$ 에 대해 대칭된 점이  $(1, -2)$ 이라는 설명이 있었으면

정확한 풀이가 되었을 것이라 생각한다.

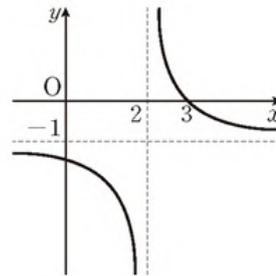
	수학 문제 풀이 Portfolio	날짜	(확인란)
	1학년 ( )반 ( )번 이름 ( )	.	

1. 다음 물음에 답하시오. [총10점]

(1) 유리함수의 정의를 쓰시오. [2점]

(2) 실생활 속에서 다항함수가 아닌 유리함수의 예를 찾아 설명하고 식으로 나타내시오. [3점]

(3) 아래 그림과 같은 유리함수의 그래프가 나타내는 함수의 식을 구하시오. [5점]



**문항번호 2** 수행평가 서술형

평가 문항 의도	함수 $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 가 다항함수, 다항함수가 아닌 유리함수가 되도록 하는 상수 $a, b, c, d$ 의 조건을 구해본다.
수업과의 연계	4차시에서 배운 유리함수가 되는 조건, 5차시에서 배운 유리함수 $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 에서 상수 $a, b, c, d$ 중에서 어느 하나가 변할 때 유리함수 그래프의 변화와 연계한 문항이다.

**☑ 평가 문항**

1. 함수  $y = \frac{x-1}{ax+1}$  (단,  $a$ 는 상수)에 대하여 다음 물음에 답하시오. [총 14점]

(1) 주어진 함수가 직선이 되게 하는  $a$ 값을 구하시오. [2점]

(2) 주어진 함수의  $x$ 절편과  $y$ 절편을 구하시오. [4점]

(3) 주어진 함수가 다항함수가 아닌 유리함수일 때, 점근선을 구하시오. [3점]

(4) 주어진 함수의 그래프가 모든 사분면을 지나도록 하는  $a$ 값의 범위를 구하시오. [5점]

**예시 답안**

(1)  $a=0$ 이면  $y=x-1$ 이므로 일차함수이므로 그래프는 직선이 된다.

$a=-1$ 이면  $y=-1$ 이므로 직선이 된다.

(2)  $a=-1$ 일 때,  $x$ 절편은 존재하지 않고,  $y$ 절편은  $-1$ 이다.

$a \neq -1$ 일 때,  $x$ 절편은  $y=0$ 이므로  $1$ 이고,  $y$ 절편은  $x=0$ 이므로  $-1$ 이다.

(3)  $a \neq 0, a \neq -1$ 일 때 함수  $y = \frac{x-1}{ax+1}$ 가 다항함수가 아닌 유리함수가 된다.

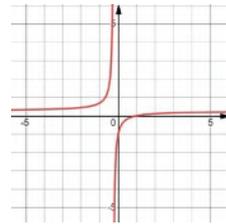
$$y = \frac{x-1}{ax+1} = \frac{\frac{1}{a}x - \frac{1}{a}}{x + \frac{1}{a}} = \frac{\frac{1}{a}\left(x + \frac{1}{a}\right) - \frac{1}{a} - \frac{1}{a^2}}{x + \frac{1}{a}} = \frac{-\frac{1}{a} - \frac{1}{a^2}}{x + \frac{1}{a}} + \frac{1}{a}$$

점근선은  $x = -\frac{1}{a}, y = \frac{1}{a}$ 이다.

(4) ① (1)에 의해  $a=0, a=-1$ 일 경우, 일차함수이므로 모든 사분면을 지날 수 없다.

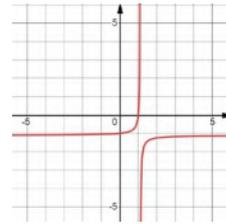
②  $a > 0$ 일 때,  $-\frac{1}{a} - \frac{1}{a^2} < 0$ 이므로 점근선은  $x = -\frac{1}{a}, y = \frac{1}{a}$ 이고,

$x$ 절편은  $1, y$ 절편은  $-1$ 이므로 모든 사분면에 그래프가 존재한다.



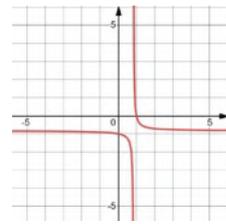
③  $-1 < a < 0$ 일 때,  $-\frac{1}{a} - \frac{1}{a^2} < 0$ 이므로 점근선은  $x = -\frac{1}{a}, y = \frac{1}{a}$ 이고,

$x$ 절편은  $1, y$ 절편은  $-1$ 이므로 제 1, 3, 4사분면에 그래프가 존재한다.



④  $a < -1$ 일 때,  $-\frac{1}{a} - \frac{1}{a^2} > 0$ 이므로 점근선은  $x = -\frac{1}{a}, y = \frac{1}{a}$ 이고,

$x$ 절편은  $1, y$ 절편은  $-1$ 이므로 제 1, 3, 4사분면에 그래프가 존재한다.



따라서 ①, ②, ③, ④에 의하여  $a > 0$ 일 때 함수의 그래프는 모든 사분면을 지나간다.

## ☑ 채점 기준

문항 번호	평가 항목	배점	채점 기준
(1)	직선의 그래프가 되는 조건	2	$a=0, a=-1$ 일 때 함수식을 구한 경우
		1	$a=0$ 와 $a=-1$ 둘 중의 하나의 경우에만 함수식을 구한 경우
		0	$a$ 값을 못 구한 경우
(2)	$x$ 절편, $y$ 절편 구하기	4	$a=-1$ 일 때, $x$ 절편이 존재하지 않고, $y$ 절편을 정확히 구한 경우 $a \neq 1$ 일 때, $x$ 절편, $y$ 절편을 정확히 구한 경우
		3	$a \neq 1$ 일 때, $x$ 절편, $y$ 절편을 정확히 구한 경우
		2	$a$ 의 조건을 언급하지 않고 $x$ 절편, $y$ 절편을 정확히 구한 경우
		1	$x$ 절편, $y$ 절편 둘 중 하나만 구한 경우
		0	$x$ 절편, $y$ 절편 둘 다 구하지 못한 경우
(3)	유리함수일 때, 점근선 구하기	3	조건 $a \neq 0, a \neq 1$ 을 쓰고, 함수식을 정리하여 점근선 $x = -\frac{1}{a}, y = \frac{1}{a}$ 을 정확히 구한 경우
		2	조건 $a \neq 0, a \neq 1$ 중 하나만 쓰고, 함수식을 정리하여 점근선 $x = -\frac{1}{a}, y = \frac{1}{a}$ 을 정확히 구한 경우
		1	함수식을 정리하여 점근선 $x = -\frac{1}{a}, y = \frac{1}{a}$ 을 구한 경우
		0	점근선을 구하지 못한 경우
(4)	유리함수의 그래프	5	$a=0, a=-1$ 일 때, 직선의 그래프이므로 모든 사분면을 지나갈 수 없음을 언급하고 $a < -1, -1 < a < 0, a > 0$ 일 때, 그래프 존재하는 영역을 정확히 찾은 경우
		4	$a < -1, -1 < a < 0, a > 0$ 일 때, 그래프 존재하는 영역을 정확히 찾은 경우
		3	$a < -1, -1 < a < 0, a > 0$ 중 2개의 조건에 대하여 그래프가 존재하는 영역을 찾은 경우
		2	$a < -1, -1 < a < 0, a > 0$ 중 1개의 조건에 대하여 그래프가 존재하는 영역을 찾은 경우
		1	풀이 없이 답만 기록한 경우
		0	그래프가 존재하는 영역을 찾지 못한 경우

☞ 학생 답안 사례

2. 함수  $y = \frac{x-1}{ax+1}$  (단,  $a$ 는 상수)에 대하여 다음 물음에 답하시오. [총10점]  
 (1) 주어진 함수가 직선이 되게 하는  $a$ 값을 구하시오. [2점]

$$y = \frac{x-1}{a(x-1)+1-a}$$

$$1-a=0$$

$$a=1$$

☆☆야,  $a=0$ 일 때,  $y=x-1$ 일차함수이므로 그래프는 직선이 된단다.

$a=1$ 일 때,  $y = \frac{x-1}{x+1}$ 이므로 다항함수가 아닌 유리함수이므로 직선이 아니란다. 다시 풀어보자.

(2) 주어진 함수의  $x$ 절편과  $y$ 절편을 구하시오.

[2점]

$$y = \frac{x-1}{ax+1}$$

$x$ 절편 = 1  
 $y$ 절편 = -1

☆☆야,  $a=-1$ 일 때,  $y=-1$ 이므로  $x$ 절편은 없고,  $y$ 절편은  $-1$ 이란다.

(3) 주어진 함수가 유리함수일 때, 점근선을 구하시오. [3점]

$$y = \frac{x-1}{a(x+\frac{1}{a})}$$

$$= \frac{x+\frac{1}{a}-\frac{1}{a}}{x+\frac{1}{a}}$$

$$= \frac{\frac{1}{a}(x+\frac{1}{a}) - \frac{1}{a}}{x+\frac{1}{a}} = \frac{\frac{1}{a}(x+\frac{1}{a})}{x+\frac{1}{a}} - \frac{\frac{1}{a}}{x+\frac{1}{a}}$$

$$= 1 - \frac{\frac{1}{a}}{x+\frac{1}{a}}$$

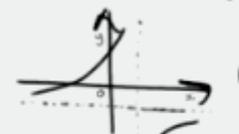
$\therefore$  점근선의 방정식  
 $x = -\frac{1}{a}$   
 $y = \frac{1}{a}$

유리함수의 식을 정리하여 점근선을 구할 때 분모의  $x$ 의 계수인  $a$ 의 조건이 없구나. (1), (2)을 통해  $a \neq 0, a \neq -1$ 임을 제시해야 한단다.

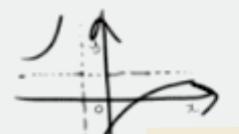
(4) 주어진 함수가 모든 사분면을 지나도록 하는  $a$ 값의 범위를 구하시오.

$$y = \frac{-\frac{1}{a}(\frac{1}{a}+1)}{x+\frac{1}{a}} + \frac{1}{a}$$

①  $a < 1$      $-\frac{1}{a}(\frac{1}{a}+1) < 1$



②  $a > 1$      $-\frac{1}{a}(\frac{1}{a}+1) < 0 < 1$



그래프의 개형은  $-\frac{1}{a} - \frac{1}{a^2}$ 의 부호에 따라 결정이 난단다. 그리고 (1), (2)에 의해  $a=0, a=-1$ 일 때 직선이 되므로  $a \neq 0, a \neq -1$ 의 조건을 기본으로 제시하여 그래프의 개형을 그려보아야 한단다.

- ①  $a < -1, -\frac{1}{a} - \frac{1}{a^2} > 0$
- ②  $-1 < a < 0, -\frac{1}{a} - \frac{1}{a^2} < 0$
- ③  $a > 0, -\frac{1}{a} - \frac{1}{a^2} < 0$ 으로  $a$ 의 범위를 나누고 그래프를 그려보자.

	수학 문제 풀이 Portfolio	날짜	(확인란)
	1학년 ( )반 ( )번 이름 ( )	.	

<p>1. 함수 <math>y = \frac{x-1}{ax+1}</math> (단, <math>a</math>는 상수)에 대하여 다음 물음에 답하시오. [총 14점]</p> <p>(1) 주어진 함수가 직선이 되게 하는 <math>a</math>값을 구하시오. [2점]</p> <p>(2) 주어진 함수의 <math>x</math>절편과 <math>y</math>절편을 구하시오. [4점]</p>	<p>(3) 주어진 함수가 다항함수가 아닌 유리함수일 때, 점근선을 구하시오. [3점]</p> <p>(4) 주어진 함수의 그래프가 모든 사분면을 지나도록 하는 <math>a</math>값의 범위를 구하시오. [5점]</p>
---	--

# 수업과 연계한 수학과 서·논술형 평가 실천하기



02

고등학교

미적분

매개변수로 나타낸 함수의 미분법,  
접선의 방정식



# 02

## 미적분 매개변수로 나타낸 함수의 미분법, 접선의 방정식

### 1. 수업과 평가 개요

<p>교육과정 성취기준</p>	<p>[12미적02-08] 매개변수로 나타낸 함수를 미분할 수 있다. [12미적02-11] 접선의 방정식을 구할 수 있다.</p>	<p>평가요소</p>	<p>- 매개변수로 나타낸 함수의 미분법 - 접선의 방정식</p>
<p>단원 선정 의도</p>	<p>학생들이 매개변수로 나타낸 함수의 미분법을 이용하여 접선의 방정식을 구하는 것에는 익숙하지만 매개변수로 나타낸 함수가 곡선을 표현하는 새로운 방법이라는 점을 이해하지 못하는 경우가 많다. 매개변수로 나타낸 함수의 개념을 형성하고 매개변수로 나타낸 함수의 미분법에 대한 깊이 있는 이해를 위하여 사이클로이드 곡선을 매개변수로 나타내어 보고 컴퓨터 프로그램을 이용하여 접선을 그려 본다.</p>		
<p>교과역량</p>	<p><input checked="" type="checkbox"/> 문제해결    <input checked="" type="checkbox"/> 추론    <input type="checkbox"/> 창의융합    <input type="checkbox"/> 의사소통    <input checked="" type="checkbox"/> 정보처리    <input type="checkbox"/> 태도 및 실천</p>		
<p>핵심질문</p>	<p>◎ <b>사실적 질문</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 삼각함수의 정의는 무엇인가?</li> <li>- 곡선 위의 주어진 점에서의 접선의 방정식을 구하는 방법은 무엇인가?</li> </ul> <p>◎ <b>개념적 질문</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>y=f(x)</math>의 꼴로 나타내기 어려운 곡선은 어떻게 나타낼 수 있는가?</li> <li>- 매개변수로 나타낸 함수의 미분법에서 <math>\frac{dy}{dx}</math>는 <math>x</math>에 대한 식으로 나타나는가?</li> </ul> <p>◎ <b>고차원적 사고 질문(토의/토론 질문)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 좌표평면 위의 곡선을 매개변수를 이용하여 함수로 나타내려면 어떻게 해야 하는가?</li> <li>- 매개변수로 나타낸 함수의 미분법을 이용하지 않고 다른 방법으로 미분할 수는 없는가?</li> </ul>	<p>연관 사고력</p>	<p>◎ <b>이해하기</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 추론하기</li> <li>- 비교하기</li> </ul> <p>◎ <b>평가하기</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 점검하기</li> </ul>

서·논술형 평가 연계 수업-평가 진행	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 수업                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 1차시: 사이클로이드를 매개변수로 나타낸 함수로 표현하기 사이클로이드의 성질에 대하여 조사하고 발표하기</li> <li>- 2차시: 매개변수로 나타낸 함수에서 <math>x</math>와 <math>y</math>의 관계식을 구한 후 미분하는 방법과 매개변수로 나타낸 함수의 미분법을 비교하고 각각의 장단점 찾아내기</li> <li>- 3차시: 지오지브라를 이용하여 매개변수로 나타낸 곡선과 그 접선 그리기 매개변수로 나타낸 함수의 미분법으로 구한 결과와 비교하기</li> </ul> </li> <li>◎ 수행평가                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 컴퓨터 기하 프로그램을 이용하여 사이클로이드 곡선에서 스스로 수학적 사실을 발견하고 명제로 표현하기</li> </ul> </li> <li>◎ 지필평가                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 매개변수로 나타낸 함수의 미분법으로 접선의 방정식을 구하고 사이클로이드 곡선의 접선과 원의 관계를 주어진 단계에 따라 논리적으로 서술하기</li> </ul> </li> </ul>
-------------------------------	--

## 2. 서·논술형 평가와 연계한 수업

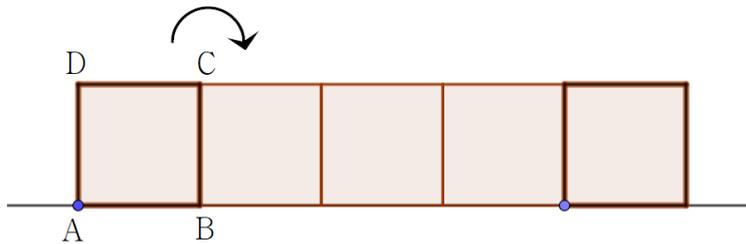
차시	교수·학습 활동	평가 내용 및 방법	문항 번호
1	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 정다각형이 직선 위를 굴러갈 때, 한 꼭짓점이 그리는 도형 나타내기</li> <li>- 원이 직선 위를 굴러갈 때, 원 위의 한 점이 그리는 도형 나타내기</li> <li>- 사이클로이드를 매개변수로 나타낸 함수로 표현할 때, <math>\theta</math>의 값에 따른 점의 좌표 구하기</li> <li>- 사이클로이드의 성질에 대하여 조사하고 발표하기</li> <li>- 원이 원 위를 굴러갈 때, 원 위의 한 점이 그리는 도형 만들어 보기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 사이클로이드를 매개변수로 나타낸 함수로 표현하는 과정에서 증명 완성하기</li> </ul>	형성평가 <span style="background-color: #f4a460; border-radius: 10px; padding: 2px 10px; font-weight: bold;">1</span>
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 매개변수로 나타낸 함수의 미분법을 이용하여 접선의 기울기 구하기</li> <li>- 매개변수로 나타낸 함수에서 <math>x</math>와 <math>y</math>의 관계식을 구한 다음 미분하기</li> <li>- 두 가지 방법으로 구한 결과를 비교하고 각각의 장단점 찾아 발표하기</li> </ul>		
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 지오지브라로 곡선 그리기</li> <li>- 지오지브라로 한 점에서 접선 그리기</li> <li>- 매개변수로 나타낸 함수의 미분법을 이용하여 접선의 방정식 찾기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 지오지브라로 찾은 접선의 방정식과 매개변수로 나타낸 함수의 미분법으로 구한 접선의 방정식 비교하기</li> </ul>	형성평가 <span style="background-color: #f4a460; border-radius: 10px; padding: 2px 10px; font-weight: bold;">2</span>

문항번호 1    형성평가 서술형

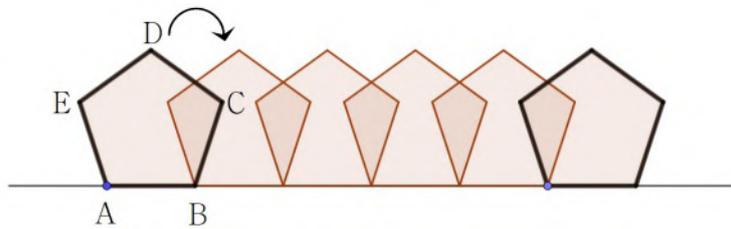
문항(질문, 발문) 의도	증명을 완성하는 과정에서 매개변수로 나타낸 함수가 곡선을 표현하는 방법 중 한 가지임을 이해할 수 있다.
수업과의 연계	직선 위로 원이 굴러갈 때, 원 위의 한 점이 그리는 도형을 예상해 본 다음 매개변수로 나타낸 함수로 표현하는 활동에서 증명을 완성해 나가며 곡선을 나타내는 새로운 방법을 이해한다.

☑ 관련 수업 자료

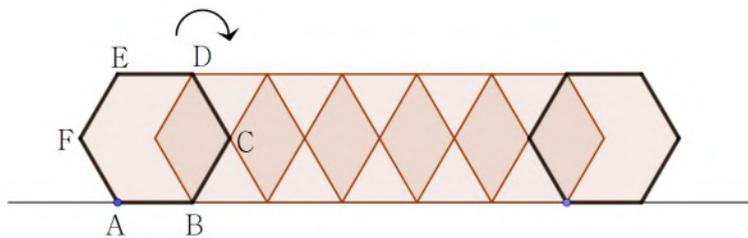
1-1. 정사각형 ABCD가 직선 위를 미끄러지지 않고 한 바퀴 굴러갈 때, 컴퍼스를 이용하여 꼭짓점 A가 그리는 도형을 나타내시오.



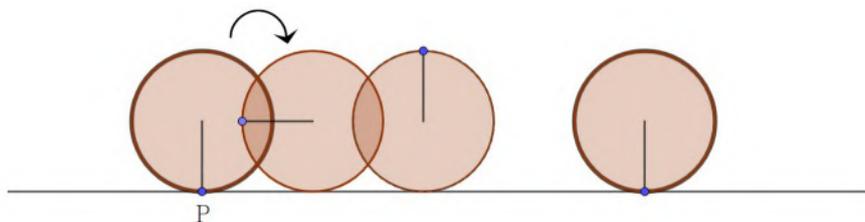
1-2. 정오각형 ABCDE가 직선 위를 미끄러지지 않고 한 바퀴 굴러갈 때, 컴퍼스를 이용하여 꼭짓점 A가 그리는 도형을 나타내시오.



1-3. 정육각형 ABCDEF가 직선 위를 미끄러지지 않고 한 바퀴 굴러갈 때, 컴퍼스를 이용하여 꼭짓점 A가 그리는 도형을 나타내시오.



1-4. 원 C가 직선 위를 미끄러지지 않고 한 바퀴 굴러갈 때, 원 위의 한 점 P가 그리는 도형을 나타내시오.



2. 위의 1-4와 같이 직선 위로 원이 굴러갈 때, 원 위의 한 점이 그리는 곡선을 사이클로이드(Cycloid)라고 한다. 반지름의 길이가  $r$ 인 원이 회전한 각  $\theta (0 \leq \theta \leq 2\pi)$  를 이용하여 원 위의 한 점  $P(x, y)$ 가 그리는 도형을 다음과 같이 매개변수로 나타낸 함수로 표현할 수 있다.

$$x = r(\theta - \sin\theta), y = r(1 - \cos\theta)$$

$\theta$ 의 값에 따라 대응하는 점의 좌표를 아래 표에 완성하시오.

$\theta$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$2\pi$
$(x, y)$			$(\pi r, 2r)$		

3. 동일한 끝 점을 갖는 비탈면에서 하나는 직선 위에 다른 하나는 사이클로이드 위에 공을 놓고 굴리면 어느 것이 먼저 도착할까? 사이클로이드에 관한 다음 영상을 시청한 후 사이클로이드의 성질에 대하여 알게 된 사실을 써 보자. 이 밖에도 사이클로이드가 어떤 성질을 가지고 있는지 조사하고 발표해 보자.



영상을 보고 알게 된 사실	
추가로 조사한 사이클로이드의 성질	

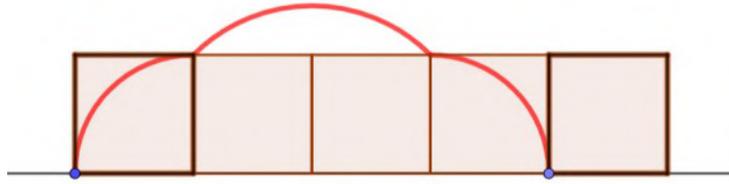
출처: <https://terms.naver.com/entry.naver?cid=51638&docId=2441864&categoryId=51638>

4. 사이클로이드는 직선 위로 원이 굴러갈 때, 원 위의 한 점이 그리는 곡선이다. 만약 큰 원 안에서 작은 원이 굴러갈 때 작은 원 위의 한 점이 그리는 도형은 어떻게 될까? 또 큰 원 밖에서 작은 원이 굴러갈 때 작은 원 위의 한 점이 그리는 도형은 어떻게 될까? 아래 사이트에 접속하여 수행한 결과를 패들릿에 제출해 보자.

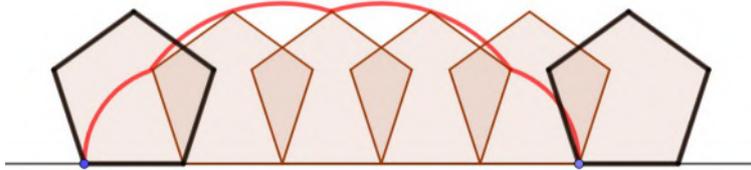
원 안에서 원이 굴러갈 때	원 밖에서 원이 굴러갈 때
<a href="https://javalab.org/hypocycloid">https://javalab.org/hypocycloid</a>	<a href="https://javalab.org/epicycloid">https://javalab.org/epicycloid</a>

예시 답안

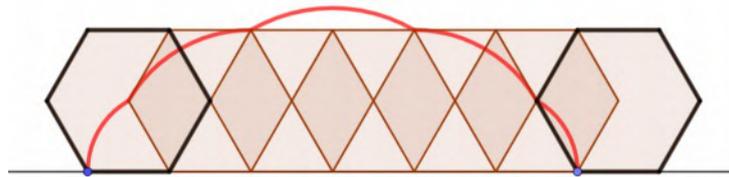
1-1.



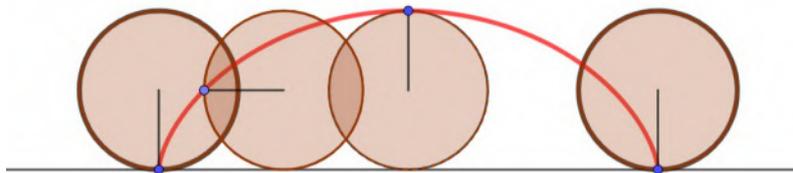
1-2.



1-3.



1-4.



2.

$\theta$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$2\pi$
$(x, y)$	(0, 0)	$\left(\left(\frac{\pi}{2}-1\right)r, r\right)$	$(\pi r, 2r)$	$\left(\left(\frac{3}{2}\pi+1\right)r, r\right)$	$(2\pi r, 0)$

3.

영상을 보고 알게 된 사실	동일한 끝 점을 갖는 비탈면에서 한 공은 직선 위에, 다른 한 공은 사이클로이드 위에 각각 놓고 굴리면 사이클로이드를 따라 내려오는 공이 더 빨리 도착한다.
추가로 조사한 사이클로이드의 성질	사이클로이드 곡선 위의 어느 점 위에서 공을 두어도 바닥에 도착할 때까지 걸리는 시간은 똑같다.

4.

**사이클로이드**  
수행 결과 제출

원 안에서 원이 굴러갈 때 ⋮      원 밖에서 원이 굴러갈 때 ⋮      섹션 추가

기어비 = 5 : 3

기어비 = 5 : 2

기어비 = 4 : 1

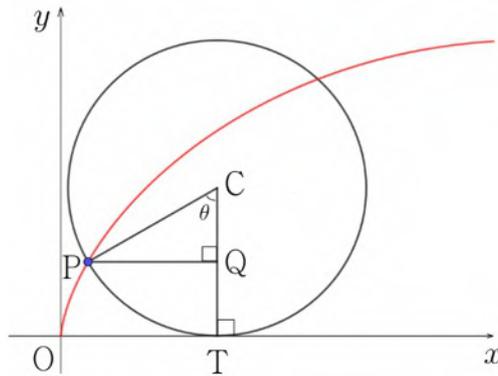
기어비 = 25 : 18

+                      +

**평가 문항**

다음은 사이클로이드를 매개변수로 나타낸 함수로 표현하는 과정이다. 아래 과정의 마지막 부분을 완성하시오.

그림과 같이 중심이 점 C이고 반지름의 길이가 r인 원이 x축 위를 굴러간다고 할 때, 원 위의 한 점 P가 원점 O에서 출발하여  $\theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ )만큼 회전한 점을 (x, y)라 하고, 점 C에서 x축에 내린 수선의 발을 T점 P에서  $\overline{CT}$ 에 내린 수선의 발을 Q라 하자.



원이 굴러간 거리  $\overline{OT}$ 는 호  $\widehat{PT}$ 의 길이와 같으므로  $\overline{OT} = \widehat{PT} = r\theta$ 이다.

이제 점 P의 x좌표와 y좌표를 각각  $\theta$ 의 함수로 나타내어 보자.

**예시 답안**

직각삼각형 CPQ에서  $\overline{PQ} = r \sin \theta$ ,  $\overline{CQ} = r \cos \theta$ 이므로  
 $x = \overline{OT} - \overline{PQ} = r\theta - r \sin \theta = r(\theta - \sin \theta)$   
 $y = \overline{CT} - \overline{CQ} = r - r \cos \theta = r(1 - \cos \theta)$   
 따라서 사이클로이드를 매개변수로 나타낸 함수로 표현하면 다음과 같다.  
 $x = r(\theta - \sin \theta), y = r(1 - \cos \theta)$

**피드백 예시**

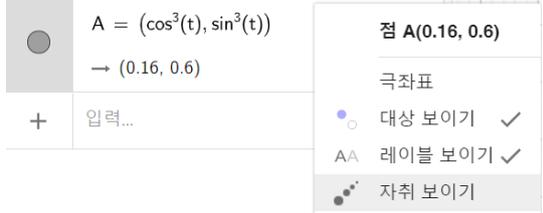
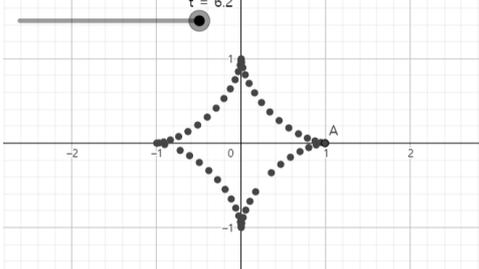
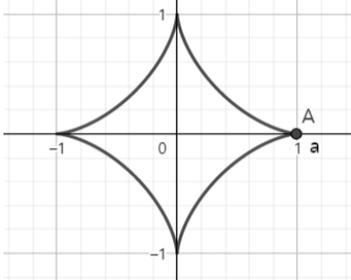
직각삼각형 CPQ에서  $\overline{PQ}$ 와  $\overline{CQ}$ 를  $\theta$ 에 관한 식으로 나타내어 보도록 한다. 또 x좌표는  $\overline{OT}$ 와  $\overline{PQ}$ 를 이용하여, y좌표는  $\overline{CT}$ 와  $\overline{CQ}$ 를 이용하여 표현할 수 있음을 알게 한다.

문항번호 2 형성평가 서술형

문항(질문, 발문) 의도	매개변수로 나타낸 함수의 미분법을 이용하여 구한 접선의 방정식과 지오지브라를 이용하여 찾은 결과를 비교하고 그래프로 확인하는 과정을 통해 매개변수로 나타낸 함수의 미분법이 좌표평면 위에서 어떻게 적용되는지 알 수 있다.
수업과의 연계	두 가지 방법으로 접선의 방정식을 구하고 그 결과를 비교할 수 있는지 사이클로이드 곡선을 통해 확인한다.

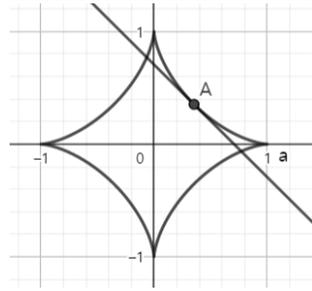
📌 관련 수업 자료

1. 지오지브라 클래식 웹 버전(<https://www.geogebra.org/classic>)을 이용하여 매개변수로 나타낸 곡선과 그 접선을 그릴 수 있다. 다음 과정에 따라 매개변수  $t$ 로 나타낸 곡선  $x = \cos^3 t, y = \sin^3 t (0 \leq t \leq 2\pi)$ 에 대하여 곡선과  $t = \frac{\pi}{4}$ 에 대응하는 점에서의 접선을 그려 보자.

<p><b>1. 슬라이더 만들기</b></p> <p>도구상자에서 슬라이더  도구를 선택한 후 기하창을 클릭한다. 대화상자가 나타나면 이름에 매개변수 <math>t</math>, 최소값에 0, 최대값에 <math>2\pi</math>를 입력한다.</p>	 <p>슬라이더 이름: <math>t = 1</math></p> <p>수 <input checked="" type="radio"/> 각 <input type="radio"/> 정수 <input type="radio"/></p> <p>구간: 슬라이더 (선택), 애니메이션 (선택)</p> <p>최소값: 0, 최대값: <math>2\pi</math>, 증가: (빈칸)</p> <p>취소 확인</p>
<p><b>2. 점 나타내기</b></p> <p>대수셀에 <math>(\cos(t)^3, \sin(t)^3)</math>을 입력하고 엔터키 [Enter]를 누르면 점 A가 나타난다. 점 A위에서 마우스 오른쪽 버튼을 클릭하여 자취보이기를 선택한다.</p>	 <p><math>A = (\cos^3(t), \sin^3(t))</math> → (0.16, 0.6)</p> <p>점 A(0.16, 0.6)</p> <p>극좌표</p> <p>대상 보이기 <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>AA 레이블 보이기 <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>자취 보이기 <input type="checkbox"/></p>
<p><b>3. 점이 그리는 도형 관찰하기</b></p> <p>슬라이더를 움직여 <math>t</math>의 값이 변할 때 점이 어떤 위치에 있는지 알아보고, 곡선의 모양을 예상해 본다.</p>	 <p><math>t = 6.2</math></p> <p>점들이 모여서 곡선의 모양을 이루고 있다.</p>
<p><b>4. 곡선 그리기</b></p> <p>대수셀에 '곡선(<math>\cos(t)^3, \sin(t)^3, t, 0, 2\pi</math>)'를 입력하고 엔터키 [Enter]를 누르면 매개변수로 나타낸 곡선이 그려진다.</p>	 <p>완성된 곡선과 점 A(1, 0)가 표시되어 있다.</p>

5. 접선 그리기

대수셀에 't=pi/4'를 입력하고 엔터키 [Enter]를 눌러  $t = \frac{\pi}{4}$ 에 대응하는 점을 나타낸 다음 '접선(A, a)'를 입력하면 점 A에서의 접선의 방정식  $y = -x + 0.71$ 을 구할 수 있다.



2. 위의 곡선  $x = \cos^3 t, y = \sin^3 t (0 \leq t \leq 2\pi)$ 에 대하여  $t = \frac{\pi}{4}$ 에 대응하는 점에서의 접선의 방정식을 매개변수로 나타낸 함수의 미분법을 이용하여 구하고 1의 결과와 비교하시오.

예시 답안

2.  $t = \frac{\pi}{4}$ 에 대응하는 점의 좌표는  $(\cos^3(\frac{\pi}{4}), \sin^3(\frac{\pi}{4}))$ , 즉  $(\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$ 이다.

$$\frac{dx}{dt} = -3\sin t \cos^2 t, \frac{dy}{dt} = 3\sin^2 t \cos t$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{3\sin^2 t \cos t}{-3\sin t \cos^2 t} = -\frac{\sin t}{\cos t} = -\tan t$$

$t = \frac{\pi}{4}$ 에 대응하는 점에서의 접선의 기울기는  $-\tan \frac{\pi}{4} = -1$ 이다.

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$y - \frac{\sqrt{2}}{4} = -1 \times \left(x - \frac{\sqrt{2}}{4}\right), \text{ 즉 } y = -x + \frac{\sqrt{2}}{2} \text{이다.}$$

$\sqrt{2} = 1.414\dots$  이므로  $\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.71$ 이다. 따라서 지오지브라를 이용하여 찾은 접선의 방정식  $y = -x + 0.71$ 과 매개변수로 나타낸 함수의

미분법을 이용하여 구한 접선의 방정식  $y = -x + \frac{\sqrt{2}}{2}$ 가 같다는 것을 알 수 있다.

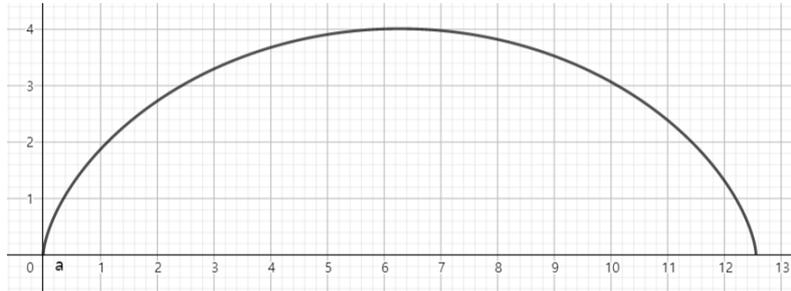
평가 문항

지오지브라를 이용하여 매개변수  $t$ 로 나타낸 곡선  $x = 2(t - \sin t), y = 2(1 - \cos t) (0 \leq t \leq 2\pi)$ 에 대하여 곡선과  $t = \frac{\pi}{2}$ 에 대응하는

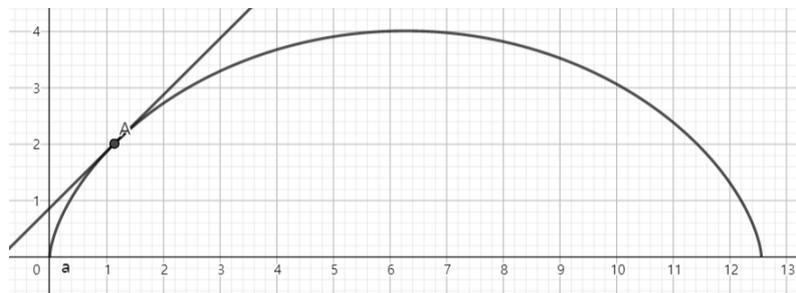
점에서의 접선을 그리고 접선의 방정식을 찾으시오. 또 매개변수로 나타낸 함수의 미분법을 이용하여 위의 곡선에 대한  $t = \frac{\pi}{2}$ 에 대응하는 점에서의 접선의 방정식을 구하고 이를 지오지브라를 이용하여 찾은 접선의 방정식과 비교하시오.

**예시 답안**

지오지브라를 이용하여 그린 곡선은 아래와 같다.



지오지브라를 이용하여 그린 접선은 아래와 같고 접선의 방정식은  $y = x + 0.86$  이다.



이제 매개변수로 나타낸 함수의 미분법을 이용하여 접선의 방정식을 구해 보자.

$t = \frac{\pi}{2}$  에 대응하는 점의 좌표는  $(\pi - 2\sin \frac{\pi}{2}, 2 - 2\cos \frac{\pi}{2})$ , 즉  $(\pi - 2, 2)$ 이다.

$$\frac{dx}{dt} = 2(1 - \cos t), \quad \frac{dy}{dt} = 2\sin t$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{2\sin t}{2(1 - \cos t)} = \frac{\sin t}{1 - \cos t}$$

$$t = \frac{\pi}{2} \text{ 에 대응하는 점에서의 접선의 기울기는 } \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{1 - \cos \frac{\pi}{2}} = 1 \text{ 이다.}$$

따라서 구하는 접선의 방정식은  $y - 2 = 1 \times (x - (\pi - 2))$ , 즉  $y = x - \pi + 4$ 이다.

$\pi$ 를 소수 셋째 자리에서 반올림하여 나타내면 3.14이므로 지오지브라를 이용하여 찾은 접선의 방정식  $y = x + 0.86$  과 매개변수로 나타낸 함수의 미분법을 이용하여 구한 접선의 방정식  $y = x - \pi + 4$  이 같다는 것을 알 수 있다.

**피드백 예시**

- 위의 매개변수로 나타낸 곡선은 반지름의 길이가 2인 원이 회전하여 만들어지는 사이클로이드임을 상기시킨다. 접선의 방정식을 구하기 위해서는 기울기와 한 점의 좌표가 필요한데 기울기는 매개변수로 나타낸 함수의 미분법을 이용하여 구할 수 있고 한 점의 좌표는

$t = \frac{\pi}{2}$  를 대입하여 대응하는 점의 좌표를 찾아야 함을 알게 한다.

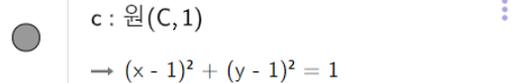
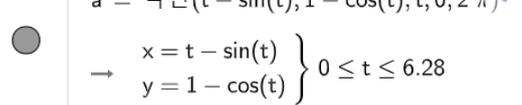
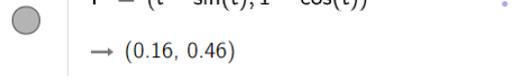
### 3. 수업과 연계한 서·논술형 평가

문항번호 1 수행평가 서술형

평가 문항 의도	컴퓨터 기하 프로그램을 이용하여 학생들 스스로 명제를 만들어 내고 증명해 보는 경험을 통해 매개변수로 나타낸 함수의 미분법의 필요성을 인식하고 수학적 추론 능력을 기를 수 있도록 한다.
수업과의 연계	1차시 수업에서는 사이클로이드를 매개변수로 나타낸 함수로 표현하는 과정을, 3차시 수업에서는 매개변수로 나타낸 함수의 미분법을 이용하여 접선의 방정식을 구하는 법을 학습하였다. 이 내용을 바탕으로 수행평가에서의 서술형 문항을 해결할 수 있다.

📌 평가 문항

지오지브라를 이용하면 사이클로이드 곡선과 그 접선을 그릴 수 있다. 다음 과정에 따라 반지름의 길이가 1인 원이  $x$ 축 위를 굴러갈 때, 원과 사이클로이드 곡선 및 그 접선을 그려 보고 물음에 답하시오.

<p><b>1. 슬라이더 만들기</b></p> <p>도구상자에서 슬라이더  도구를 선택한 후 기하창을 클릭한다. 대화상자가 나타나면 이름에 매개변수 <math>t</math>, 최솟값에 0, 최댓값에 <math>2\pi</math>를 입력한다.</p>	
<p><b>2. 원의 중심 나타내기</b></p> <p>대수셀에 'C=(t, 1)'을 입력하고 엔터키 [Enter]를 누르면 원의 중심 C가 나타난다.</p>	
<p><b>3. 원 그리기</b></p> <p>대수셀에 '원(C, 1)'을 입력하고 엔터키 [Enter]를 누르면 중심이 점 C이고 반지름의 길이가 1인 원이 그려진다.</p>	
<p><b>4. 수선의 발 나타내기</b></p> <p>대수셀에 'T=(t, 0)'을 입력하고 엔터키 [Enter]를 누르면 점 C에서 <math>x</math>축에 내린 수선의 발 T가 나타난다.</p>	
<p><b>5. 곡선 그리기</b></p> <p>대수셀에 '곡선(t-sin(t), 1-cos(t), t, 0, 2pi)'을 입력하고 엔터키 [Enter]를 누르면 사이클로이드 곡선이 그려진다.</p>	
<p><b>6. 곡선 위의 점 나타내기</b></p> <p>대수셀에 'P=(t-sin(t), 1-cos(t))'을 입력하고 엔터키 [Enter]를 누르면 곡선 위의 점 P가 나타난다.</p>	
<p><b>7. 접선 그리기</b></p> <p>대수셀에 '접선(P, a)'을 입력하고 엔터키 [Enter]를 누르면 곡선 위의 점 P에서의 접선이 그려진다.</p>	

(1) 슬라이더를 움직여  $t$ 의 값을 변화시켜 보자.  $t$ 의 값이 변함에 따라 점 P, 점 C, 점 T의 좌표나 원의 방정식, 접선의 방정식도 함께 변하는 것을 확인할 수 있다.  $t$ 의 값이 변하더라도 변하지 않는 수학적 사실이 있는지 찾아보고 자신이 발견한 내용을 아래 단어를 이용하여 완성된 문장으로 서술해 보자.

접선, 기울기, 교점, 수직, 대칭

(2) 위에서 각자 서술한 내용에 대하여 참임을 증명해 보자.

**예시 답안**

(1) [예시1] 점 T를 점 C에 대하여 대칭이동한 점을 S라 할 때, 직선 PS의 기울기와 점 P에서의 접선의 기울기는 서로 같다.  
(단,  $t=0, \pi, 2\pi$  일 때는 제외)

[예시2] 점 P에서의 접선과 직선 PT는 서로 수직이다.(단,  $t=0, \pi, 2\pi$  일 때는 제외)

(2) [예시1] 점 S의 좌표는  $(t, 2)$ 이므로 직선 PS의 기울기는  $\frac{2 - (1 - \cos t)}{t - (t - \sin t)} = \frac{1 + \cos t}{\sin t}$

$\frac{dx}{dt} = 1 - \cos t, \frac{dy}{dt} = \sin t$  이므로 점 P에서의 접선의 기울기는

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\sin t}{1 - \cos t} = \frac{\sin t(1 + \cos t)}{(1 - \cos t)(1 + \cos t)} = \frac{\sin t(1 + \cos t)}{\sin^2 t} = \frac{1 + \cos t}{\sin t}$$

따라서 직선 PS의 기울기와 점 P에서의 접선의 기울기는 서로 같다. (단,  $t=0, \pi, 2\pi$  일 때는 제외)

[예시2] 직선 PT의 기울기를  $m$ 이라 하면  $m = \frac{0 - (1 - \cos t)}{t - (t - \sin t)} = \frac{\cos t - 1}{\sin t}$

점 P에서의 접선의 기울기를  $m'$ 이라 하면  $\frac{dx}{dt} = 1 - \cos t, \frac{dy}{dt} = \sin t$  이므로

$$m' = \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\sin t}{1 - \cos t}$$

$m \times m' = \frac{\cos t - 1}{\sin t} \times \frac{\sin t}{1 - \cos t} = -1$  이므로 직선 PT와 점 P에서의 접선은 서로 수직이다. (단,  $t=0, \pi, 2\pi$  일 때는 제외)

**채점 기준**

문항 번호	평가 항목	배점	채점 기준
(1)	명제 만들기	2점	수학적 표현을 적절히 사용하여 명제를 명확히 진술한 경우
		1점	명제의 내용은 올바르나 수학적 표현이 다소 미흡한 경우
		0점	답을 하지 못한 경우나 그 외의 경우
(2)	증명하기	3점	명제에 대한 증명이 논리적으로 타당한 경우
		2점	명제에 대한 증명 과정에 논리적 오류가 일부 발생한 경우
		1점	명제에 대한 증명이 일부분 진행되었으나 완결되지 못한 경우
		0점	답을 하지 못한 경우나 그 외의 경우

📌 **채점 시 유의사항**

- 위의 예시에 없는 명제라도 참인 명제는 모두 정답으로 인정하도록 한다.

📌 **피드백 예시**

- 새로운 수학적 사실을 찾아내기 위해서는 여러 번 시행착오를 겪을 수 있다는 점을 알리고 학생들이 포기하지 않도록 독려한다. 제시된 단어를 힌트로 삼아 새로운 점을 표시하거나 점과 점을 이어 직선을 그려 보면서  $t$ 의 값이 변화더라도 일정한 성질을 나타내는 부분이 있는지 관찰할 수 있도록 한다.

📌 **학생 답안 사례**

(1) 점 P를 지나고 그 점을 지나지 않는 접선에 수직인 직선과 원의 교점의 y좌표는 항상 0으로 일정함

(2) 점 P에서의 접선의 기울기 =  $\frac{\frac{dy}{dx}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\sin t}{1-\cos t}$

수직인 직선의 기울기  $\rightarrow \frac{\cos t - 1}{\sin t}$

점 P를 지나고 그 점을 지나지 않는 접선에 수직인 직선의 방정식

$\rightarrow y - (1 - \cos t) = \frac{\cos t - 1}{\sin t} (x - (t - \sin t))$

$y - (1 - \cos t) = \frac{\cos t - 1}{\sin t} (x - t) + \cos t - 1$

$y = \frac{\cos t - 1}{\sin t} (x - t)$

원의 방정식  $(x-t)^2 + (y-1)^2 = 1$  에 위의 식을 대입하면

$(x-t)^2 + \left( \frac{\cos t - 1}{\sin t} (x-t) - 1 \right)^2 = 1$

OO아,  $t$ 의 값이 변화더라도 변하지 않는 수학적 성질을 잘 찾았구나.

다만 교점이 2개라는 점을 고려하여 표현을 조금만 수정한다면 완벽한 명제가 될 것 같아~

OO이가 직선의 방정식과 원의 방정식까지는 정확하게 찾았는데 두 식을 연립하는 과정이 너무 복잡해서 포기한 것 같구나.

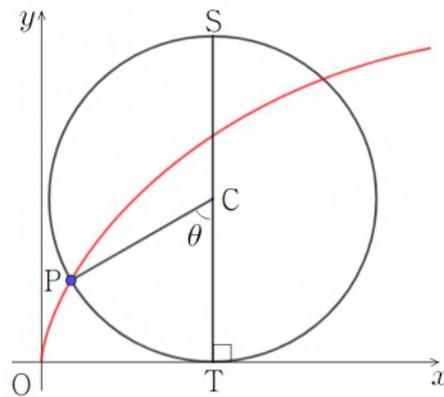
두 식에서 반드시  $y$ 를 소거할 필요는 없단다. 직선의 방정식에서  $x-t$ 를 찾아 원의 방정식에 대입하면 좀 더 손쉽게 교점의  $y$ 좌표를 찾을 수 있을 거야.

## 문항번호 2 지필평가 서술형

평가 문항 의도	매개변수로 나타낸 함수의 미분법을 이용하여 접선의 방정식을 구하고 사이클로이드 곡선의 접선과 원의 관계를 주어진 단계에 따라 논리적으로 서술할 수 있는지 평가하고자 한다.
수업과의 연계	1차시 수업에서는 사이클로이드를 매개변수로 나타낸 함수로 표현하는 과정을, 3차시 수업에서는 매개변수로 나타낸 함수의 미분법을 이용하여 접선의 방정식을 구하는 법을 학습하였다. 이 내용을 바탕으로 지필평가에서의 서술형 문항을 해결할 수 있다.

### 📌 평가 문항

사이클로이드(Cycloid)는 직선 위로 원이 굴러갈 때, 원 위의 한 점 P가 그리는 곡선이다.



그림과 같이 중심이 점 C이고 반지름의 길이가 1인 원이  $x$ 축 위를 굴러간다고 할 때, 원 위의 한 점 P가 원점 O에서 출발하여  $\theta$  ( $0 < \theta < \pi$ )만큼 회전한 점을  $(x, y)$ 라 하고, 점 C에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을 T, 점 T를 점 C에 대하여 대칭이동한 점을 S라 하자. 이때, 점 P  $(x, y)$ 는

$$x = \theta - \sin\theta, y = 1 - \cos\theta$$

와 같이 매개변수로 나타낼 수 있다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 매개변수로 나타낸 함수의 미분법을 이용하여  $\frac{dy}{dx}$ 를 구하시오.

(2) 점 P에서의 접선의 방정식을 구하시오.

(3) 점 P에서의 접선은 점 S를 지남을 보이시오.

**예시 답안**

$$(1) \frac{dx}{d\theta} = 1 - \cos\theta, \frac{dy}{d\theta} = \sin\theta$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}} = \frac{\sin\theta}{1 - \cos\theta}$$

(2) 점 P에서의 접선의 기울기는  $\frac{\sin\theta}{1 - \cos\theta}$ 이므로 구하는 접선의 방정식은

$$y - (1 - \cos\theta) = \frac{\sin\theta}{1 - \cos\theta} (x - (\theta - \sin\theta))$$

$$y = \frac{\sin\theta}{1 - \cos\theta} (x - \theta) + \frac{\sin^2\theta}{1 - \cos\theta} + 1 - \cos\theta$$

$$y = \frac{\sin\theta}{1 - \cos\theta} (x - \theta) + \frac{1 - \cos^2\theta}{1 - \cos\theta} + 1 - \cos\theta$$

$$y = \frac{\sin\theta}{1 - \cos\theta} (x - \theta) + \frac{(1 - \cos\theta)(1 + \cos\theta)}{1 - \cos\theta} + 1 - \cos\theta$$

$$y = \frac{\sin\theta}{1 - \cos\theta} (x - \theta) + 2$$

(3) 점 S는 점 T를 점 C에 대하여 대칭이동한 점이므로  $(\theta, 2)$ 이고, 이 점은 (2)에서 구한 접선의 방정식을 만족시키므로 점 P에서의 접선은 점 S를 지난다.

**채점 기준**

문항 번호	평가 항목	배점	채점 기준
(1)	$\frac{dy}{dx}$ 구하기	3점	$\frac{dx}{d\theta}, \frac{dy}{d\theta}, \frac{dy}{dx}$ 를 모두 정확하게 구한 경우
		2점	$\frac{dx}{d\theta}, \frac{dy}{d\theta}$ 는 옳게 구하고 $\frac{dy}{dx}$ 는 구하지 못한 경우
		1점	$\frac{dx}{d\theta}, \frac{dy}{d\theta}$ 중 한 가지만 옳게 구한 경우
		0점	답을 하지 못한 경우나 그 외의 경우
(2)	접선의 방정식 구하기	3점	접선의 방정식을 찾아 올바르게 정리한 경우
		2점	접선의 방정식을 찾았으나 정리하는 과정에서 오류가 발생한 경우
		1점	접선의 기울기만 옳게 구한 경우
		0점	답을 하지 못한 경우나 그 외의 경우
(3)	접선이 점 S를 지남을 보이기	2점	점 S의 좌표를 옳게 구하고, 이 점이 (2)에서 구한 접선의 방정식을 만족시키는지 확인한 경우
		1점	점 S의 좌표만 옳게 구한 경우
		0점	답을 하지 못한 경우나 그 외의 경우

### ㉮ 재점 시 유의사항

$$\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta} = \frac{\sin\theta(1+\cos\theta)}{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)} = \frac{\sin\theta(1+\cos\theta)}{\sin^2\theta} = \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} \text{ 임을 이용하여}$$

(1)에서  $\frac{dy}{dx}$ 를  $\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}$ 로, (2)에서 구하는 접선의 방정식을  $y = \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}(x-\theta) + 2$ 로 답하는 것도 가능하다.



# 수업과 연계한 수학과 서·논술형 평가 실천하기



03

고등학교

기하

이차곡선



# 03 기하 이차곡선

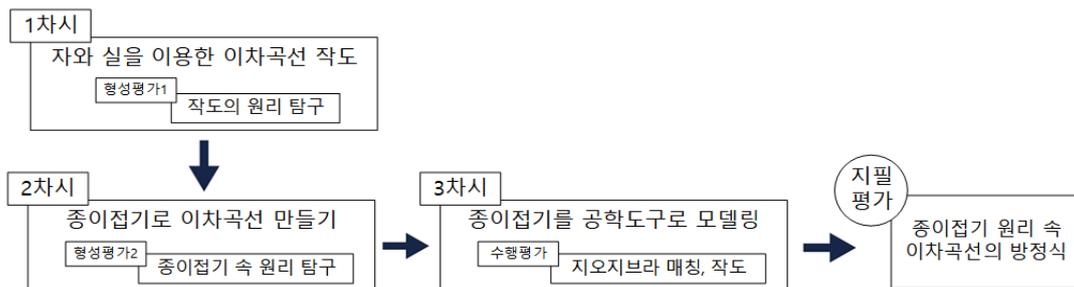
## 1. 수업과 평가 개요

<p>교육과정 성취기준</p>	<p>[12기하01-01] 포물선의 뜻을 알고, 포물선의 방정식을 구할 수 있다. [12기하01-02] 타원의 뜻을 알고, 타원의 방정식을 구할 수 있다. [12기하01-03] 쌍곡선의 뜻을 알고, 쌍곡선의 방정식을 구할 수 있다.</p>	<p>평가요소</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 이차곡선의 정의</li> <li>- 이차곡선 만들기</li> <li>- 이차곡선의 방정식</li> </ul>
<p>단원 선정 의도</p>	<p>교과서에서의 이차곡선은 대수적 관점에 초점이 맞추어져 서술되어 있다. 이에 기하적인 관점에서의 접근 또한 함께 강조 될 때 이차곡선의 개념이 전이 가능한 수준까지 올라갈 수 있다. 이차곡선의 정의에 입각하여 직접 만들어 보고, 그 속에서 개념과 원리를 발견하는 수업과 평가를 하고자 한다.</p>		
<p>교육과정 성취기준</p>	<p><input checked="" type="checkbox"/> 문제해결    <input checked="" type="checkbox"/> 추론    <input checked="" type="checkbox"/> 창의융합    <input type="checkbox"/> 의사소통    <input checked="" type="checkbox"/> 정보처리    <input type="checkbox"/> 태도 및 실천</p>		
<p>핵심질문</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 사실적·개념적 질문                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 각 이차곡선의 정의는 무엇인가?</li> <li>- 초점, 준선, 꼭짓점, 장축, 단축의 뜻은 무엇인가?</li> </ul> </li> <li>◎ 사고를 위한 비계 질문(토의/토론 질문)                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 원뿔곡선과 이차곡선의 차이는 무엇인가?</li> <li>- 움직임 속에서 변하지 않는 것은 무엇인가?</li> <li>- 곡선 위의 점이 될 수 있는 조건은 무엇인가?</li> </ul> </li> </ul>	<p>연관 사고력</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 이해하기                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 해석하기, 추론하기</li> </ul> </li> <li>◎ 적용하기                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 실행하기</li> </ul> </li> <li>◎ 분석하기                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 구별하기</li> </ul> </li> <li>◎ 평가하기                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 점검하기</li> </ul> </li> </ul>
<p>사·논술형 평가 연계 수업-평가 진행</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 수업                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 1차시: 포물선, 타원, 쌍곡선의 뜻 확인하기 자과 실을 이용하여 포물선, 타원, 쌍곡선 작도하기 이차곡선의 작도 원리 분석, 탐구하기</li> <li>- 2차시: 원뿔곡선 탐색하기 종이접기를 통하여 이차곡선 만들기 종이접기 속 이차곡선의 원리 분석, 탐구하기</li> <li>- 3차시: 2차시(종이접기를 이용한 이차곡선 만들기) 활동을 소프트웨어 상으로 구현하기 이차곡선의 방정식 구하기</li> </ul> </li> <li>◎ 수행평가 및 지필평가                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 종이접기를 이용한 만들기 활동 속의 이차곡선의 뜻과 원리를 찾아 이를 공학도구로 모델링하고, 같은 상황에서 도형의 방정식 구하기</li> </ul> </li> </ul>		

## 2. 서·논술형 평가와 연계한 수업

차시	교수·학습 활동	평가 내용 및 방법	문항 번호
1	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 포물선, 타원, 쌍곡선의 뜻 확인하기                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 앞서 배운 이차곡선의 정의를 질문을 통해 상기</li> <li>- 거리를 표현하는 도구로 작도 가능함을 인지</li> </ul> </li> <li>◎ 자와 실을 이용하여 작도하기                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 교사의 방법 안내와 함께 학생 작도 실행</li> </ul> </li> <li>◎ 작도 원리 분석, 탐구하기                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 선 작도, 후 원리 분석</li> <li>- 움직임 속에 일정한 것은 무엇인지 탐구</li> </ul> </li> </ul>	- 작도 과정에서 핵심 내용, 아이디어를 간단한 질문지로 구성	형성평가 1
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 원뿔곡선 탐색하기                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 3차원 공간에서 나타나는 이차곡선 소개</li> <li>- 원뿔곡선과 이차곡선의 차이를 질문을 통해 학습</li> </ul> </li> <li>◎ 종이접기를 통하여 이차곡선 만들기                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 교사의 방법 안내와 함께 학생 실행</li> </ul> </li> <li>◎ 종이접기 속 이차곡선의 원리 분석, 탐구하기                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 선 만들기 활동, 후 원리 분석</li> <li>- 움직임 속에 일정한 것은 무엇인지 탐구</li> </ul> </li> </ul>	- 종이접기를 통한 이차곡선 만들기의 핵심 원리를 질문지로 구성	형성평가 2
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 종이접기를 이용한 이차곡선 만들기 과정 확인하기                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 앞서 배운 종이접기 활동, 원리 상기</li> </ul> </li> <li>◎ 종이접기 활동을 지오지브라로 옮겨 구현하기                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 종이접기와 대응하는 상황을 위해 좌표평면없는 빈 기하창에서 우선 자취로 곡선 구현</li> </ul> </li> <li>◎ 이차곡선의 방정식 구하기                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 좌표평면 있는 기하창에서 자취로 곡선을 구현, 방정식을 구하고 방정식으로 그린 도형과 일치하는지 확인</li> </ul> </li> </ul>		수행평가

### ㉠ 주요 수업 활동 및 평가의 흐름

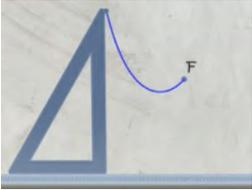
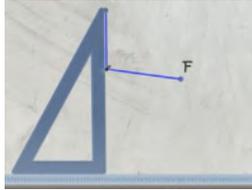
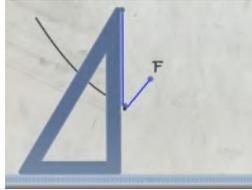
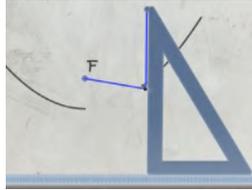


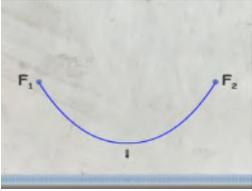
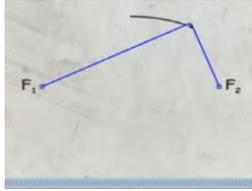
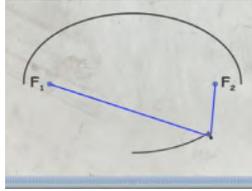
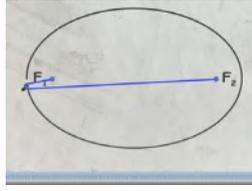
문항번호 1      형성평가 서술형

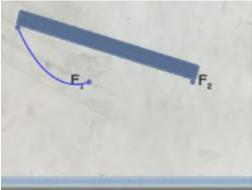
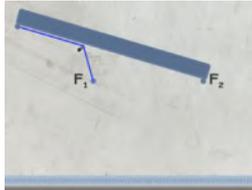
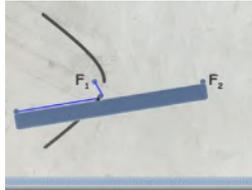
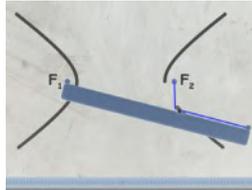
문항(질문, 발문)의 의도	움직임 속에서 변하지 않는 일정한 것을 찾아 이차곡선의 정의를 연결하여 생각할 수 있도록 돕고자 한다.
수업과의 연계	수업의 작도 과정에서 원리를 제대로 파악했는지 확인 및 점검한다.

☑ 자와 실을 이용한 이차곡선 작도 활동 예시

- 2인 1조 조별 활동
  - 1인이 각자 하기에는 조작이 불편
- 우드락에 백지 붙이고, 압정과 테이프로 고정하면 편리
- 우드락이 부족할 시 하나 완성하고 백지 갈아 붙이고, 다시 그림
- 작도 후 원리 분석

포물선의 작도			
			
실을 자 끝과 종이에 고정	펜을 자에 붙여 당겨 그림	자를 아래 가장 자리에 맞춰 움 직이며 그림	자를 뒤집어 반대쪽도 그림

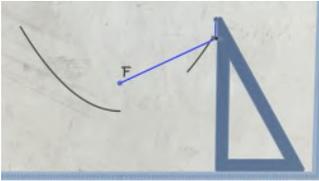
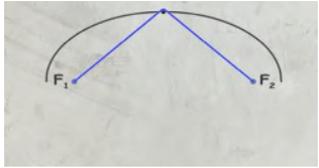
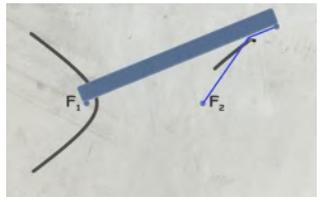
타원의 작도			
			
실을 두 점에 고정	펜을 당겨 그림	펜의 방향을 바꿈	아랫 부분 그림

쌍곡선의 작도			
			
회전해야 하는 자 끝( $F_2$ )에 테이 프를 붙이고 압정으로 고정	펜을 자에 붙여 당겨 그림	자를 움직여 아랫부분 그림	회전 중심을 옮겨 오른쪽 부분 그림

☑ 문항1 및 예시답안

[자와 실을 이용한 이차곡선의 작도]

아래는 자와 실을 이용하여 이차곡선을 작도하는 과정이다.  
 활동 과정을 떠올리며 각 질문에 답하시오.

상황	질문
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 무엇이 일정한가? (자와 실의 길이, 자의 길이 - 실의 길이)</li> <li>2. 자 20 cm, 실 14 cm 라면 무엇을 알 수 있나? (준선의 위치: 바닥으로부터 <math>20 - 14 = 6</math> cm 위)</li> </ol>
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 무엇이 일정한가? (실의 길이)</li> <li>2. 실 20 cm 라면 무엇을 알 수 있나? (장축의 길이 20 cm)</li> </ol>
	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 무엇이 일정한가? (자와 실의 길이, 자의 길이 - 실의 길이)</li> <li>2. 자 20 cm, 실 14 cm 라면 무엇을 알 수 있나? (꼭짓점 사이의 거리: <math>20 - 14 = 6</math> cm)</li> </ol>
<p>• 자의 길이, 실의 길이가 일정한 상황에서 각각 포물선과 쌍곡선이 그려지는 차이는?              (포물선에서의 자는 점과 직선 사이의 거리를 재며, 쌍곡선에서의 자는 점과 점 사이를 재고 있음)</p>	

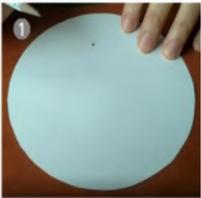
문항번호 2    형성평가 서술형

문항(질문, 발문) 의도	주어진 점과 종이접기 과정에서 나타난 선이 갖는 의미를 이차곡선의 정의와 연결하여 생각할 수 있도록 돕고자 한다.
수업과의 연계	수업의 종이접기로 이차곡선 만드는 과정에서 원리를 제대로 파악했는지 확인 및 점검한다.

☑ 종이접기로 이차곡선 만들기 활동 예시

1. 미리 준비한 종이를 나누어주고 개인별 활동
2. 종이는 포물선용은 A4용지 그대로, 타원용은 원형으로 잘라서, 쌍곡선용은 A4용지에 원을 그려서 제공하면 활동 시간 절약
3. 접혀 만들어진 자국에 붉은 펜으로 이차곡선 그리기
4. 이차곡선 만든 후 원리 분석

포물선 만들기		
		
내부에 점을 찍음	왼쪽 가장자리가 내부점을 지나도록 접음	움직이며 접어 나감

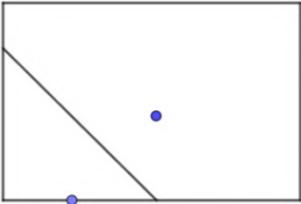
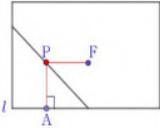
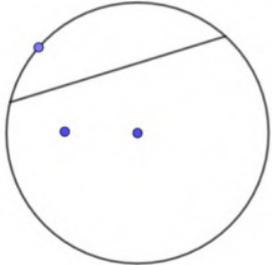
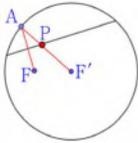
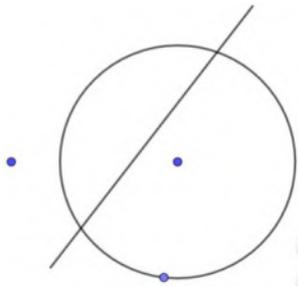
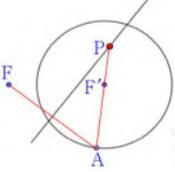
타원 만들기		
		
원의 내부에 점을 찍음	원의 둘레가 내부점을 지나도록 접음	움직이며 접어 나감

쌍곡선 만들기		
		
원의 외부에 점을 찍는 대신 펜으로 구멍을 뚫음(: 접을 때 확인 용이)	뚫은 구멍으로 원의 둘레가 지나도록 접음	움직이며 접어 나감

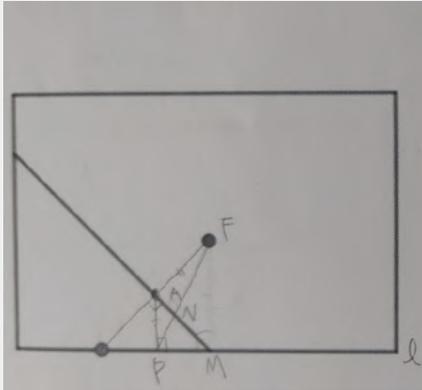
※ 포물선, 쌍곡선 만들기 이미지 출처: 고등학교 기하 교과서 (미래엔) 64쪽

문항2 및 예시답안

[종이접기 속 이차곡선]

	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ 초점을 F, 준선 l로 표시하시오.</li> <li>▶ (접힌) 선 위에 어느 점이 포물선 위의 점인지 찾아 표시하고 이유를 설명하시오.</li> </ul>  <p>선 l 위의 점 A에서 수선을 그어 만나는 점 P가 포물선 위의 점이다. <math>\triangle PAF</math>는 이등변삼각형이므로 <math>\overline{PA} = \overline{PF}</math>이기 때문이다.</p>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ 두 초점을 F, F'으로 표시하시오.</li> <li>▶ (접힌) 선 위에 어느 점이 타원 위의 점인지 찾아 표시하고 이유를 설명하시오.</li> </ul>  <p><math>\overline{AF'}</math>과 접힌 선이 만나는 점 P가 타원 위의 점이다.  <math>\triangle PAF</math>는 이등변삼각형이므로 <math>\overline{PA} = \overline{PF}</math>이고 <math>\overline{PF} + \overline{PF'} = \overline{PA} + \overline{PF'} =</math> 반지름(일정)이기 때문이다.</p>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ 두 초점을 F, F'으로 표시하시오.</li> <li>▶ (접힌) 선 위에 어느 점이 쌍곡선 위의 점인지 찾아 표시하고 이유를 설명하시오.</li> </ul>  <p><math>\overline{AF'}</math>의 연장선과 접힌 선이 만나는 점 P가 쌍곡선 위의 점이다.  <math>\triangle PAF</math>는 이등변삼각형이므로 <math>\overline{PA} = \overline{PF}</math>이고 <math>\overline{PF} - \overline{PF'} = \overline{PA} - \overline{PF'} =</math> 반지름(일정)이기 때문이다.</p>

🗣️ 학생 답안 및 피드백 예시

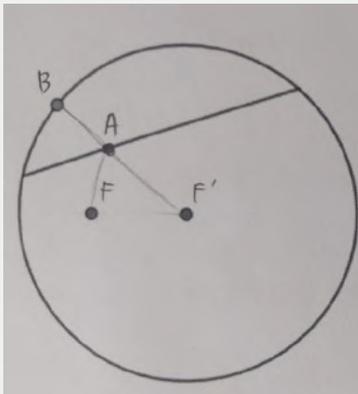


▷ 초점을 F, 준선 l로 표시하시오.  
 ▷ (접힌) 선 위에 어느 점이 포물선 위의 점인지 찾아 표시하고 이유를 설명하시오.  
 포물선 위의 점 : A

$$FA = AP \text{ 로 인정}$$

$$\triangle APN = \triangle A'FN \text{ 이므로.}$$

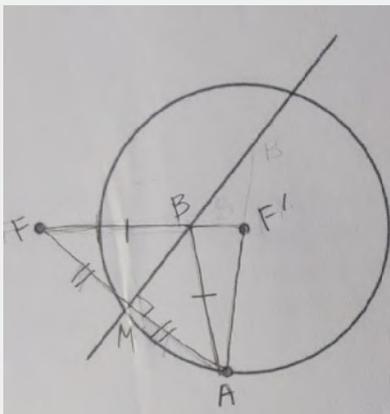
OO야, 답안에 포물선의 정의를 잘 알고 있는 게 보이네. 준선과 초점을 설정하고, 준선과의 거리도 수직으로 잘 나타내었구나. 그런데 선분 FA의 길이와 선분 AP의 길이가 같아 보이지는 않은데 이유가 뭘까?



▷ 두 초점을 F, F'으로 표시하시오.  
 ▷ (접힌) 선 위에 어느 점이 타원 위의 점인지 찾아 표시하고 이유를 설명하시오.

타원은 그 위의 점과 2점을 연결했을 때  
 길이의 합이 같아야 하고, 이 타원은 그 길이의 합이  
 반지름이다. F'B는 반지름이고 FA와 AB의 길이는  
 서로 같으므로 FA+FA도 같다, 따라서 A는  
 타원 위의 점이다.

OO야, 타원의 정의를 정확하게 알고 있고 중이접기 속 원리를 잘 찾았구나. 다만 FA와 AB의 길이가 왜 같은지 근거를 써 준다면 좀 더 완벽한 답안이 되지 않았을까 생각이 드네~



▷ 두 초점을 F, F'으로 표시하시오.  
 ▷ (접힌) 선 위에 어느 점이 쌍곡선 위의 점인지 찾아 표시하고 이유를 설명하시오.

$\triangle FMB \cong \triangle AMB$  (RHS합동)  
 $BF = AB$   
 $FF' - BF = FB(AB)$   
 거리 차이가 일정한 쌍곡선이다.

OO이가 쌍곡선의 정의를 연결시키려 아까 진지하게 고민하던 모습이 보기 좋았다. 발전에 고민은 필수인 것! 핵심은 차가 일정한 것을 찾는 것인데, 점 A가 원 위를 정처없이 움직여도 변하지 않는 것은 무엇일까?

### 3. 수업과 연계한 서·논술형 평가

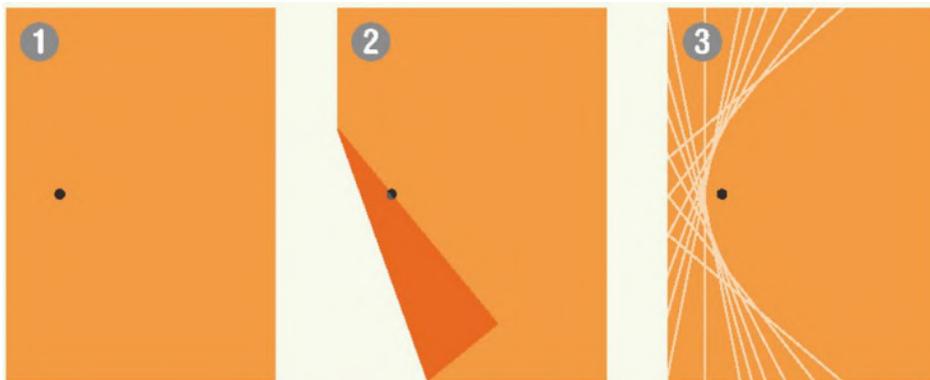
**문항번호 1** 수행평가 서술형

평가 문항 의도	종이접기 활동을 공학 도구를 사용하여 새롭게 수학적으로 모델링하고 그 과정을 설명하는 능력을 측정하고자 한다.
수업과의 연계	종이접기 상황을 지오지브라 환경에서 대응되는 수학적 요소를 찾아 이차곡선을 그리는 3차시 수업의 평가 문항이다. ※ 주의점 지오지브라를 사용하는 본 수행평가에 앞서 학생들은 지오지브라 사용법에 대한 기본 학습이 선행되어야 한다.

**☑ 평가 문항**

다음은 종이접기 활동을 지오지브라로 옮겨 이차곡선을 요리(작도)하는 과정이다. 빈칸에 종이접기에 대응하는 지오지브라의 과정을 적고, 완성작을 그림으로 캡처하여 붙이시오.

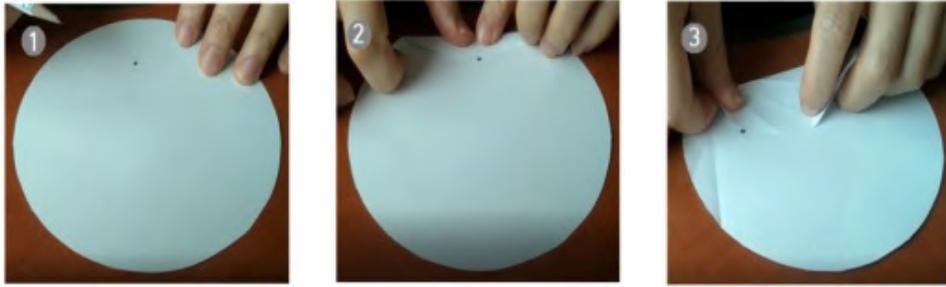
1. 부드러운 맛의 포물선 레시피



추천 재료: 직선 1, 점 4, 선분 1, 수직이등분선 1, 자취보이기, 이동(드래그)

종이접기	지오지브라	완성작
종이 좌측 가장자리		
고정 점		
가장자리 접히며, 고정점을 통과		
움직이며 접어 나감		

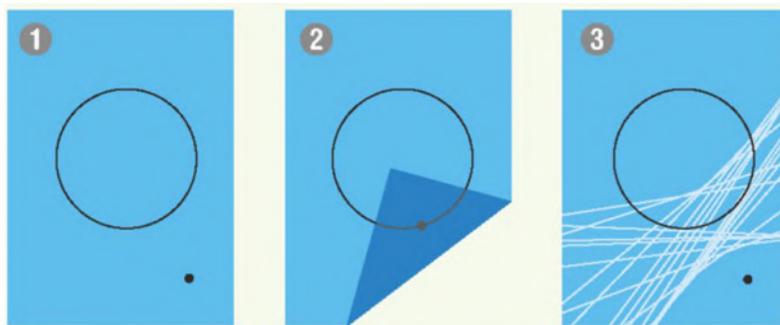
### 2. 통통 튀는 매력적인 맛의 타원 레시피



추천 재료: 원 1, 점 4, 선분 1, 수직이등분선 1, 자취보이기, 이동(드래그)

종이접기	지오지브라	완성작
원형으로 자른 종이		
내부 고정점		
원의 둘레가 접히며, 고정점을 통과		
움직이며 접어 나감		

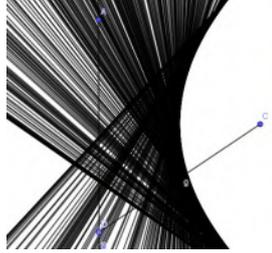
### 3. 1+1의 가성비 쌍곡선 레시피

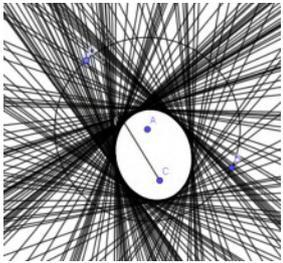


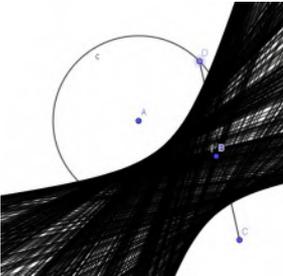
추천 재료: 원 1, 점 4, 선분 1, 수직이등분선 1, 자취보이기, 이동(드래그)

종이접기	지오지브라	완성작
원		
외부 고정점		
접으며 고정점이 원의 둘레를 통과		
움직이며 접어 나감		

**예시 답안**

종이접기	지오지브라	완성작
종이 좌측 가장자리	1. 직선 AB	
고정 점	2. 점 C	
가장자리 접하며, 고정점을 통과	3. 직선 AB 위의 점 D 4. 선분 DC: $f$ 5. $f$ 의 수직이등분선 $g$	
움직이며 접어 나감	6. $g$ 자취보이기 7. 점 D 움직이기	

종이접기	지오지브라	완성작
원형으로 자른 종이	1. 중심(A)이 있고 한 점(B)을 지나는 원 $c$	
내부 고정점	2. 점 C	
원의 둘레가 접하며, 고정점을 통과	3. 원 $c$ 위의 점 D 4. 선분 DC: $f$ 5. $f$ 의 수직이등분선 $g$	
움직이며 접어 나감	6. $g$ 자취보이기 7. 점 D 움직이기	

종이접기	지오지브라	완성작
원	1. 중심(A)이 있고 한 점(B)을 지나는 원 $c$	
외부 고정점	2. 점 C	
접으며 고정점이 원의 둘레를 통과	3. 원 $c$ 위의 점 D 4. 선분 DC: $f$ 5. $f$ 의 수직이등분선 $g$	
움직이며 접어 나감	6. $g$ 자취보이기 7. 점 D 움직이기	

**채점 기준**

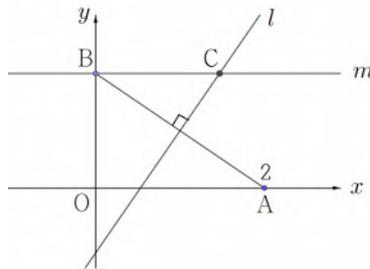
문항 번호	평가 항목	배점	채점 기준
1,2,3	정확성	50%	대응하는 과정의 7개를 정확히 서술한 경우
		30%	대응하는 과정의 6~3개를 정확히 서술한 경우
		10%	대응하는 과정의 2개 이하를 정확히 서술한 경우
	완성도	50%	이차곡선이 정확히 나타난 경우
		30%	여러 구성 요소가 보이거나 이차곡선이 정확히 나타나지 않은 경우
		10%	원과 고정점만 나타낸 경우 또는 미제출의 경우

문항번호 2 지필평가 서술형

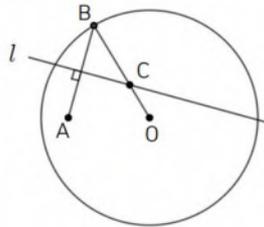
평가 문항 의도	이차곡선의 도형으로서의 기하적 접근과 대수적 접근을 상호 연결하여 이차곡선의 뜻을 알고 방정식을 구할 수 있는지를 평가하고자 한다.
수업과의 연계	2차시 수업의 종이접기 활동이 3차시 수업의 지오지브라 환경으로 전환되어 이차곡선을 그리고, 이것을 다시 연결하여 이 과정으로 만든 이차곡선의 좌표평면 상의 방정식을 구하는 지필평가 문항이다.

📌 평가 문항

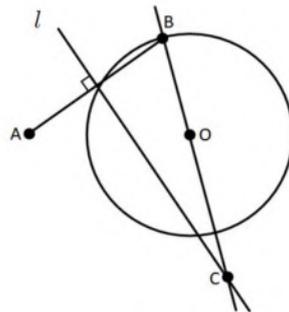
1. 좌표평면 위의 점  $A(2,0)$ 과  $y$ 축 위의 점  $B$ 에 대하여 선분  $AB$ 의 수직이등분선  $l$ 이  $B$ 를 지나며  $x$ 축에 평행한 직선  $m$ 과 만나는 점을  $C$ 라 하자. 점  $B$ 가  $y$ 축 위를 움직일 때, 점  $C$ 가 그려내는 도형의 방정식을 구하시오.



2. 반지름의 길이가 6이고 중심이  $O(0,0)$ 인 원의 내부에 한 점  $A(-4,0)$ 이 있다. 원 위의 점  $B$ 에 대하여 선분  $AB$ 의 수직이등분선  $l$ 이 직선  $BO$ 와 만나는 점을  $C$ 라 하자. 점  $B$ 가 원 위를 움직일 때, 점  $C$ 가 그려내는 도형의 방정식을 구하시오.



3. 반지름의 길이가 4이고 중심이  $O(0,0)$ 인 원의 외부에 한 점  $A(-6,0)$ 이 있다. 원 위의 점  $B$ 에 대하여 선분  $AB$ 의 수직이등분선  $l$ 이 직선  $BO$ 와 만나는 점을  $C$ 라 하자. 점  $B$ 가 원 위를 움직일 때, 점  $C$ 가 그려내는 도형의 방정식을 구하시오.



## 예시 답안

1. 직선  $l$ 은 선분  $AB$ 의 수직이등분선이므로 삼각형  $CBA$ 는 이등변삼각형이며  $\overline{AC} = \overline{BC}$ 이다.

또한 직선  $m$ 과  $y$ 축은 수직이므로  $\overline{BC}$ 는 점  $C$ 와  $y$ 축 사이의 거리이다.

따라서  $\overline{AC} = \overline{BC}$ 는 점  $C$ 와 점  $A$ 사이의 거리와 점  $C$ 와  $y$ 축 사이의 거리가 항상 같음을 의미한다.

그러므로 점  $C$ 는 점  $A(2, 0)$ 을 초점으로 하고  $y$ 축을 준선으로 하는 포물선 위의 점이다.

초점이  $(1, 0)$ 이고 준선이  $x = -1$ 인 포물선의 방정식은

$$y^2 = 4x$$

이고 구하는 포물선은 이를  $x$ 축 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

따라서 구하는 포물선의 방정식은

$$y^2 = 4(x - 1)$$

2. 점  $B$ 가 원 위를 움직일 때 선분  $BO$ 는 반지름이고  $\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{AC} + \overline{CO} = \overline{BO} = 6$$

따라서 점  $C$ 는 두 점  $A, O$ 를 초점으로 하고, 두 초점으로부터 떨어진 거리의 합이 6인 타원 위의 점이다.

장축의 길이는 6이고, 두 초점 간 거리는 4이므로 단축의 길이는

$$2\sqrt{3^2 - 2^2} = 2\sqrt{5}$$

두 초점의 위치가  $A(-4, 0), O(0, 0)$ 이므로 구하는 타원은 중심이 원점인 타원

$$\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{\sqrt{5}^2} = 1, \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$$

을  $x$ 축 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

따라서 구하는 타원의 방정식은

$$\frac{(x+2)^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$$

3. 점  $B$ 가 원 위를 움직일 때 선분  $BO$ 는 반지름이고  $\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{AC} - \overline{CO} = \overline{BO} = 4$$

따라서 점  $C$ 는 두 점  $A, O$ 를 초점으로 하고, 두 초점으로부터 떨어진 거리의 차가 4인 쌍곡선 위의 점이다.

주축의 길이는 4, 두 초점 간 거리가 6이고, 중심이  $(0, 0)$ 인 쌍곡선의 방정식은

$$\frac{x^2}{2^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

이라 할 때

$$b^2 = 3^2 - 2^2 = 5$$

이므로

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$$

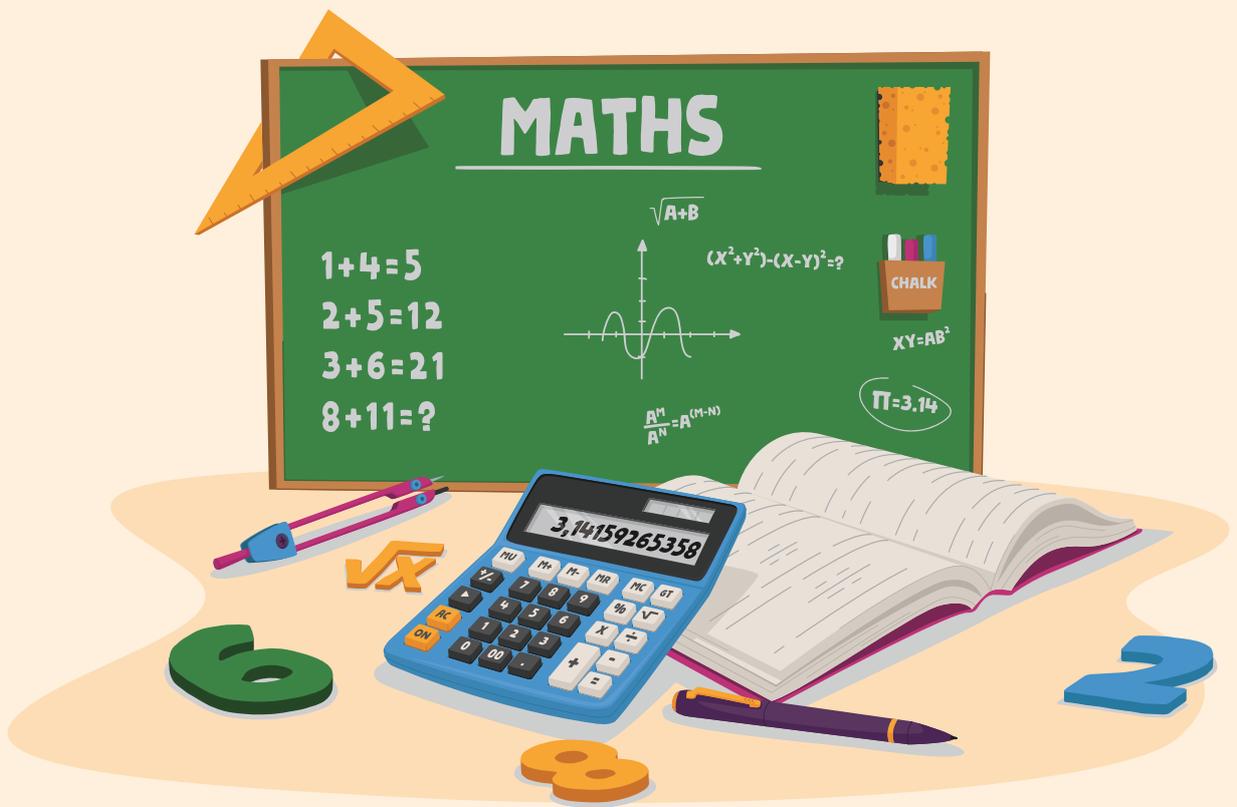
두 초점의 위치가  $A(-6, 0), O(0, 0)$ 이므로 구하는 쌍곡선은 중심이 원점인 쌍곡선을  $x$ 축 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.

따라서 구하는 쌍곡선의 방정식은

$$\frac{(x+3)^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$$

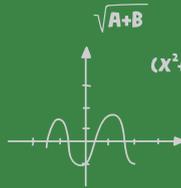
📌 **채점 기준**

문항 번호	평가 항목	반영 비율	채점 기준
1	포물선의 정의	40%	초점을 설정하고 준선을 구한 경우
	$p$ 의 값	30%	초점과 준선 사이의 거리를 이용하여 $y^2 = 4px$ 형태에서 $p$ 의 값을 구한 경우
	평행이동한 포물선의 방정식	30%	평행이동을 이용하여 포물선의 방정식을 구한 경우
2	타원의 정의	40%	초점을 설정하고 일정한 거리의 합을 구한 경우
	단축의 길이	30%	장축의 길이, 초점 간 거리를 이용하여 단축의 길이를 구한 경우
	평행이동한 타원의 방정식	30%	평행이동을 이용하여 타원의 방정식을 구한 경우
3	쌍곡선의 정의	40%	초점을 설정하고 일정한 거리의 차를 구한 경우
	$b$ 의 값	30%	주축의 길이, 초점 간 거리를 이용하여 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 형태에서 $b$ 의 값을 구한 경우
	평행이동한 쌍곡선의 방정식	30%	평행이동을 이용하여 쌍곡선의 방정식을 구한 경우



# MATHS

$$1+4=5$$
$$2+5=12$$
$$3+6=21$$
$$8+11=?$$



$$\sqrt{A+B}$$

$$(X^2+Y^2)-(X-Y)^2=?$$

CHALK

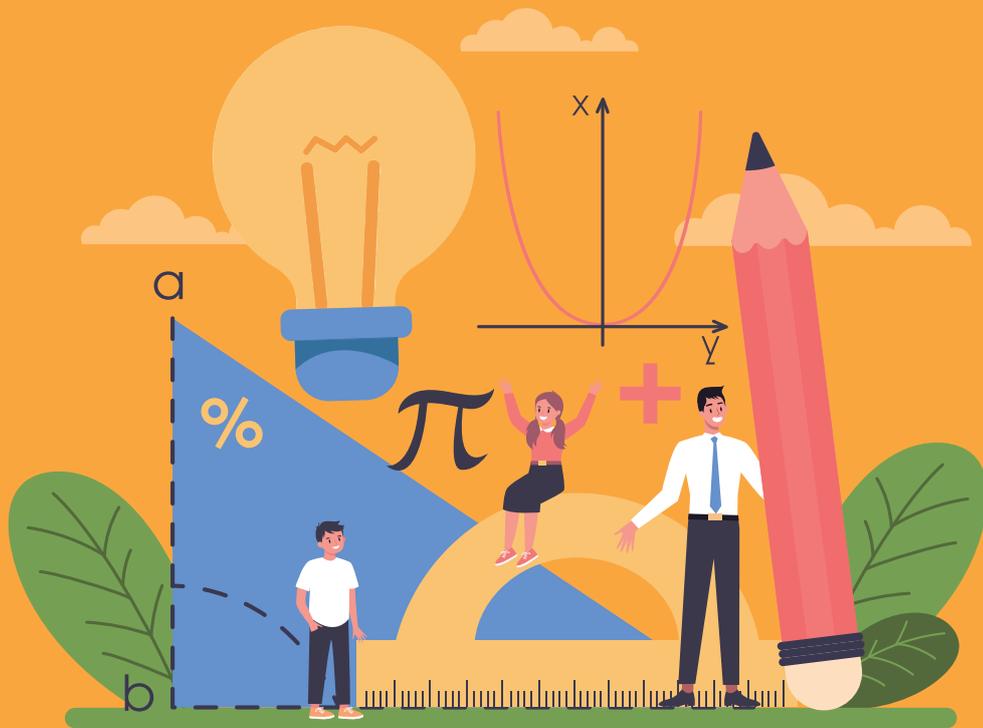
$$XY=AB^2$$

$$\pi=3.14$$

$$\frac{A^M}{A^N}=A^{(M-N)}$$

3,14159265358

# 수업과 연계한 수학과 서·논술형 평가 실천하기



04

고등학교

수학과제탐구

## 과제 탐구 실행 및 평가



# 04

## 수학과제탐구 과제 탐구 실행 및 평가

### 1. 수업과 평가 개요

<p>교육과정 성취기준</p>	<p>[12수과02-01] 수학과 관련된 여러 가지 현상에서 탐구 주제를 선정하고 탐구 문제를 구체화할 수 있다.</p> <p>[12수과02-02] 선행 연구를 검토하고 적절한 탐구 방법을 찾아 탐구 계획을 수립할 수 있다.</p> <p>[12수과02-03] 탐구 계획에 따라 탐구를 수행할 수 있다.</p> <p>[12수과02-04] 탐구 결과를 정리하여 산출물을 만들고 발표할 수 있다.</p> <p>[12수과02-05] 탐구 과정과 결과를 반성 및 평가할 수 있다.</p>	<p>평가요소</p>	<p>◎ 사례탐구 보고서쓰기</p>
<p>단원 선정 의도</p>	<p>학생들이 관심을 가지고 있는 어떤 현상에 대한 데이터를 직접 생성하고, 시각화된 자료를 통해 결과를 도출하여 그 과정을 보고서로 작성하는 프로젝트 활동이다. 국가통계포털, 구글트렌드, 빅카인즈와 같이 검색어를 입력하면 인공지능을 이용해 바로 데이터를 검색할 수 있고, 관련 데이터로 그래프를 그려주는 사이트를 활용하여 우리 주변에 있는 데이터를 어떻게 활용할 수 있는지, 그 결과를 어떻게 해석할 수 있는지에 대해 탐구하도록 한다.</p>		
<p>교과역량</p>	<p><input checked="" type="checkbox"/> 문제해결    <input checked="" type="checkbox"/> 추론    <input checked="" type="checkbox"/> 창의융합    <input checked="" type="checkbox"/> 의사소통    <input checked="" type="checkbox"/> 정보처리    <input checked="" type="checkbox"/> 태도 및 실천</p>		
<p>핵심질문</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 사실적 질문                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 국가통계포털에는 어떤 자료가 정리되어 있는가?</li> <li>- 구글 트렌드와 빅카인즈에서 무엇을 할 수 있는가?</li> </ul> </li> <li>◎ 개념적 질문                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 검색하고자 하는 단어는 무엇인가?</li> <li>- 주로 검색하고자 하는 단어와 관련된 단어는 무엇인가?</li> <li>- 검색한 단어들 사이에 어떤 관계가 있는가?</li> </ul> </li> <li>◎ 고차원적 사고 질문(토의/토론 질문)                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 분석하고자 하는 현상은 무엇인가?</li> <li>- 분석하고자 하는 현상과 관련된 단어는 무엇인가?</li> <li>- 검색 사이트를 활용하여 나타난 결과는 어떻게 해석할 수 있는가?</li> </ul> </li> </ul>	<p>연관 사고력</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 이해하기                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 해석하기, 추론하기</li> <li>- 비교하기</li> </ul> </li> <li>◎ 분석하기                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 구별하기</li> </ul> </li> <li>◎ 평가하기                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 점검하기</li> </ul> </li> </ul>
<p>서·논술형 평가 연계 수업-평가 진행</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◎ 수업                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 1차시: 국가통계포털(KOSIS) 체험하기</li> <li>- 2~3차시: 구글 트렌드와 빅카인즈의 활용법을 알고 직접 검색해보기</li> <li>- 4~5차시 : 사회현상 보고서쓰기</li> </ul> </li> <li>◎ 수행평가                     <ul style="list-style-type: none"> <li>- 검색사이트에 분석하고자 하는 현상과 관련된 단어를 입력하여 정보를 얻고, 그 정보를 해석하여 보고서쓰기</li> </ul> </li> </ul>		

## 2. 서·논술형 평가와 연계한 수업

차시	교수·학습 활동	평가 내용 및 방법	문항 번호
1	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 국가통계포털(KOSIS) 체험하기</li> <li>- 통계로 보는 자화상 확인하기</li> <li>- 해석남녀 이해하기</li> </ul>		
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 구글 트렌드 활용법 안내하기</li> <li>- 빅카인즈 활용법 안내하기</li> <li>- 구글 트렌드에 검색하고 싶은 단어와 비교할 단어를 넣어 생성된 그래프 해석하기</li> <li>- 빅카인즈에 검색하고 싶은 단어와 비교할 단어를 넣어 생성된 그래프와 워드 클라우드 해석하기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 구글트렌드와 빅카인즈에 단어를 입력하여 나타난 결과를 ppt 슬라이드에 붙이고 결과 해석하기</li> </ul>	1
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 분석하고자 하는 현상과 관련된 단어 찾기</li> <li>- 위의 단어와 관련된 단어 찾아 검색사이트에 입력하고 나타난 그래프 구하기</li> <li>- 그래프의 결과 해석하기</li> <li>- 보고서 양식에 따라 보고서쓰기</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 분석하고자 하는 현상과 관련된 단어를 검색사이트에 입력하여 나타난 그래프 해석하여 보고서 쓰기</li> </ul>	2

1차시 활동지

## 국가통계포털(KOSIS) 활용하기

◆ 국가통계포털(KOSIS) 사이트 접속해서 둘러보기

- 국가통계포털사이트 주소 <http://kosis.kr/index/index.jsp>
- 전체적으로 사이트를 둘러본 뒤 통계체험 선택코스 3군데 정하기

①

②

③

◆ [카드뉴스] 가장 인상적인 기사를 찾고 그 이유 정리하기

◆ [통계로 보는 자화상] 나의 인포그래픽 통계결과를 보면서 한 줄 소감쓰기

◆ [해석남녀] 둘러보고 빈칸 채우기

	남	여
기대수명		
시간당 임금		
배우자 조건		
결혼에 대한 태도		

◆ [인구로 보는 대한민국] 통계자료, 통계기사 꼼꼼히 살펴보고 2050년의 대한민국 또는 내 모습 예측하기

①

②

③

문항번호 1 수행평가 서술형

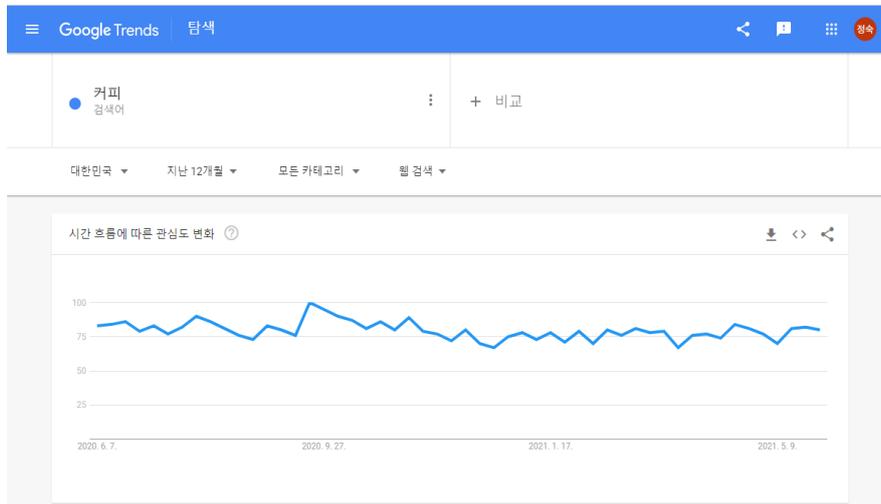
평가 문항 의도	검색하고자 하는 단어를 선택하여, 자신의 탐구주제를 구체화하고 결과를 분석할 수 있도록 절차 및 과정을 설명하려고 하였음
수업과의 연계	탐구문제를 선정하고 탐구 문제를 구체화하기 위한 전단계이며, 검색사이트의 활용법을 익히기 위한 과정이다.

📌 평가 문항

1) 구글 트렌드 활용하기

1 구글 트렌드(<https://trends.google.co.kr/trends/?geo=KR>)에 접속한다.

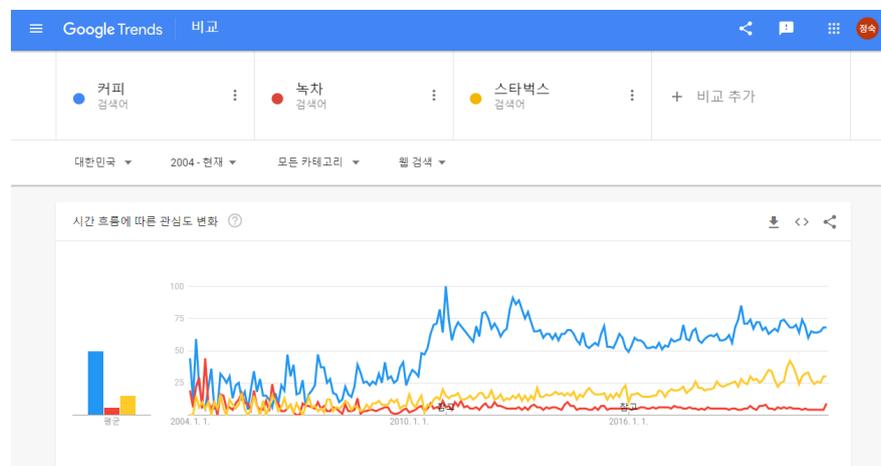
2 검색어에 원하는 단어(예: 커피)를 입력한다.



3 시기를 조정하면 지난 12개월, 지난5년, 2004년부터~ 등을 검색할 수 있다.

4 "+비교"에 원하는 대상을 추가하면 좀 더 다양한 비교가 가능하다.

5 "주요 검색어"와 "비교 검색어"를 통해 얻은 그래프를 <패들렛>의 레이아웃 ppt에 넣고, 결론과 제언을 정리한다.



## 2) 빅카인즈 활용하기

1 빅카인즈(<https://www.bigkinds.or.kr/>)에 접속한다.

2 검색어에 원하는 단어(예: 커피)를 입력한다. 두 개의 단어를 입력할 때는 “.(쉼표)”를 활용한다. 로그인을 하면 기간을 조정할 수 있다.

3 STEP03의 “키워드 트렌드”와 “연관어 분석”의 결과를 <패드렛>의 레이아웃 ppt에 넣는다.



4 검색어에 해당하는 뉴스 기사 분석을 통해 알게 된 점, 예측가능한 점을 <패드렛>의 레이아웃 ppt에 정리해보자.

5 완성한 ppt는 <https://padlet.com/pjsook949/p0001dxgivz6lfuf>에 제출한다.



예시 답안

### 구글 트렌드 ; 비교 대상 단어 선정 및 이유

작성작품

- 비교 대상 단어, 야구, 축구, 농구, 배구
- 구글 트렌드를 통해 전세계 사람들의 어떤 스포츠에 관심이 많은 지 알고 싶다. 구글 트렌드를 활용하면 지역별 관심도 뿐만 아니라 시간에 따른 관심도 변화까지 볼 수 있게하여 지역 사람들의 4개와 스포츠와 관심도 손익을 알 수 있고 시간에 따른 그 변화도 알 수 있게 때문이다.



### 구글 트렌드 ; 비교 결과 정리 및 제언

작성작품

- 지난 5년 전세계의 시간 흐름에 따른 관심도 변화량

어느 시기에나 야구에 대한 관심도가 가장 높았다. 그 다음으로 축구에 대한 관심도가 높았고 야구와 배구가 뒤따랐다. 축구에 대한 관심도는 나머지 3개의 스포츠와 관심도를 평년 것보다 훨씬 큰 것을 보아 5년간 축구에 전세계 사람들의 가장 큰 관심을 끌고 있음을 확인할 수 있다.

- 지역에 따른 관심도

1. 일본-일본은 야구에 대한 관심도 비율이 높은 나라이다. 관심도의 절반이 넘게 야구에 집중 되어있다.
2. 영국-영국은 축구에 대한 관심도 비율이 높은 나라이다. 관심도의 95%가 축구에 집중 되어있다.
3. 미국-미국은 4개의 스포츠와 관심도 비율이 가장 균등한 나라이다.

### 빅카인즈; 비교 대상 단어 선정 및 이유

작성작품

- 비교 대상: 넷플릭스, 왓챠, 디즈니 플러스
- 동영상 스트리밍(OTT) 서비스의 등장으로 다양한 플랫폼에서 영상 프로그램을 시청하는 사람들이 많아졌다. 과거에는 TV로 시청되는 프로그램이 시청 가능한 영상의 전부였지만 현재는 TV 없이 스마트폰으로도 시청이 가능한 영상물을 접할 수 있게 되었다. 우리나라에서는 어떤 스트리밍 서비스가 기사화되었는지 궁금하다.



### 빅카인즈; 비교 결과 정리 및 제언

작성작품

- 어느 기간에서나 넷플릭스가 가장 많이 기사화되었다. 왓챠, 디즈니 플러스 순으로 뒤따랐다.
- 넷플릭스는 글로벌 동영상 스트리밍 시장에서 30% 이상의 점유율을 기록하고 있음 정도로 많은 사용자 보유가 있기에 가장 많이 기사화되고 있는 것으로 보인다. 반면 디즈니 플러스는 아직 한국에서 사용량이 없지만 강력한 지식재산권을 바탕으로 한국에도 서비스를 예정이기에 꾸준히 기사화되고 있는 것으로 보인다.
- 언뜻언뜻 OTT가 가장 크게 나타난다. OTT는 인터넷을 통해 볼 수 있는 TV 서비스를 일컫으며 인터넷망으로 영상 콘텐츠를 제공하는 넷플릭스, 왓챠, 디즈니 플러스 모두에 해당하는 단어이기 때문에 가장 크게 나타난다.

채점 기준

평가 항목	배점	채점 기준
구글 트렌드	40%	단어를 선정하고 단어 선정이유를 제시함
	30%	구글트렌드를 이용하여 그래프를 그림
	30%	그래프 결과를 해석한 결론 및 제언을 제시함
빅카인즈	40%	단어를 선정하고 단어 선정이유를 제시함
	30%	빅카인즈를 이용하여 그래프를 그림
	30%	그래프 결과를 해석한 결론 및 제언을 제시함

문항번호 2 수행평가 서술형

문항(질문, 발문) 의도 분석하고자 하는 현상을 찾을 수 있도록 하고, 사회적 현상과 관련된 단어를 입력하여 데이터를 얻어낼 수 있으며, 그 결과에 자신의 견해를 담을 수 있도록 한다.

평가 문항

1 <https://ko.padlet.com/pjsook949/zx2s8sume8den3g8> 에 들어가서 보고서 양식을 다운 받는다.

2 보고서 작성 순서

1. 분석하고 싶은 사회적 현상을 선택하고 그 이유를 기술한다.  
(예: 미래직업전망, 창업아이디어, 이상기후, 코로나19가 가져온 사회적 변화 등)
2. 분석하고 싶은 현상과 관련된 핵심 개념을 찾아 핵심 개념과 관련된 통계 자료를 정리한다.  
활용자료 : 국가통계포털, 구글트렌드, 빅카인즈 등에서 2가지 이상의 자료 사용
3. 통계 자료의 결과와 함께 자신의 견해를 정리한다.
4. 보고서를 쓰며 배우고 느낀점을 정리한다.
5. 패들렛에 제출한다.

3 보고서 작성 방법

- I. 서론
  - 이 주제를 선택한 이유를 기술한다.
  - 구체적인 연구 문제를 기술한다.
  - 이 주제를 선택하기 위해 선택한 핵심개념은 무엇인지 기술하고, 그 이유를 기술한다.
- II. 본론
  - 핵심개념에 대한 통계 자료를 어떻게 설정해서, 어디서 얻었는지 기술한다.
  - 각각의 그래프와 그림을 넣고 각각의 그래프와 그림이 어떤 의미를 나타내고 있는지 설명한다.
  - 국가통계포털, 구글트렌드, 빅카인즈 등에서 얻을 수 있는 다양한 자료를 활용한다.
- III. 결론
  - 본론에 제시된 자료를 종합하여 연구 문제에 대한 결론을 제시한다.
  - 결론에 대한 자신의 견해를 제시한다.
  - 그 외에 추가로 제안하고 싶은 내용을 제시한다.
- IV. 배운 점 또는 느낀 점
  - 보고서를 작성하면서 배운 점 또는 느낀 점을 기술한다.

## 예시 답안

# 검색데이터를 활용한 유행성 감염병 발생 인원 예측가능성

## I. 서론

유행성 감염병은 매년 주기적으로 발생하는 경향을 가지며, 유행성 감염병이 발생하면 빠른 전염력으로 인해 사람들의 관심이 증폭되고 전염병이 유행할수록 검색 횟수가 증가할 것으로 직관적으로 예측할 수 있다. 검색 엔진을 통해 검색된 데이터 정보는 장기간 동안 축적되어 빅데이터화 되므로 보다 정확하게 유행성 감염병 발생 인원을 예측할 수도 있을 것이라는 생각에서 주제를 선택하게 됐다.

유행성 감염병에 대한 단순 관심은 병명으로 검색될 확률이 높지만, 유행성 감염병 발생 환자는 병명과 증상을 연관하여 검색할 가능성이 높으므로 병명, 병명과 증상 연관 검색의 검색 추이와 실제 유행병 발생 환자수 비교를 통해 검색 데이터를 활용해 유행성 감염병 발생 인원을 예측할 수 있는지 살펴보고자 한다.

## II. 본론

주기적으로 반복되는 홍역, 유행성 이하선염(볼거리)을 중심으로 분석하고자 한다.

### 1. 홍역



<그래프1> Google Trends '홍역' / '홍역 증상' 그래프

위 그래프는 구글 트렌드를 이용하여 '홍역'과 '홍역 증상'을 2018년부터 2021년 6월 16일 현재까지를 기준으로 검색한 것이다. '홍역'보다는 '홍역 증상'이 더 적게 검색되나 검색되는 패턴은 유사하다.

기간: 2018년 ~ 2021년 | 감염병명: 2급, 홍역

통계작성

파일다운로드 </>XML XLS CSV

유형	질병별 통계 - 연도별/월별	감염병 급/명	2급, 홍역	구분	발생수	원자분류	전체
조회기간	2018년 ~ 2021년	시도/시군구	전체, 전체	연령단위	-	감염지역	전체

< 1 >

구분	계	1월	2월	3월	4월	5월	6월	7월	8월	9월	10월	11월	12월
2018	15	2	0	2	0	5	2	0	0	0	0	0	4
2019	194	39	30	25	56	12	7	7	5	0	9	2	2
2020	6	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2021	0	0	0	0	0	0	0	-	-	-	-	-	-

<표2> 홍역 발생 환자수

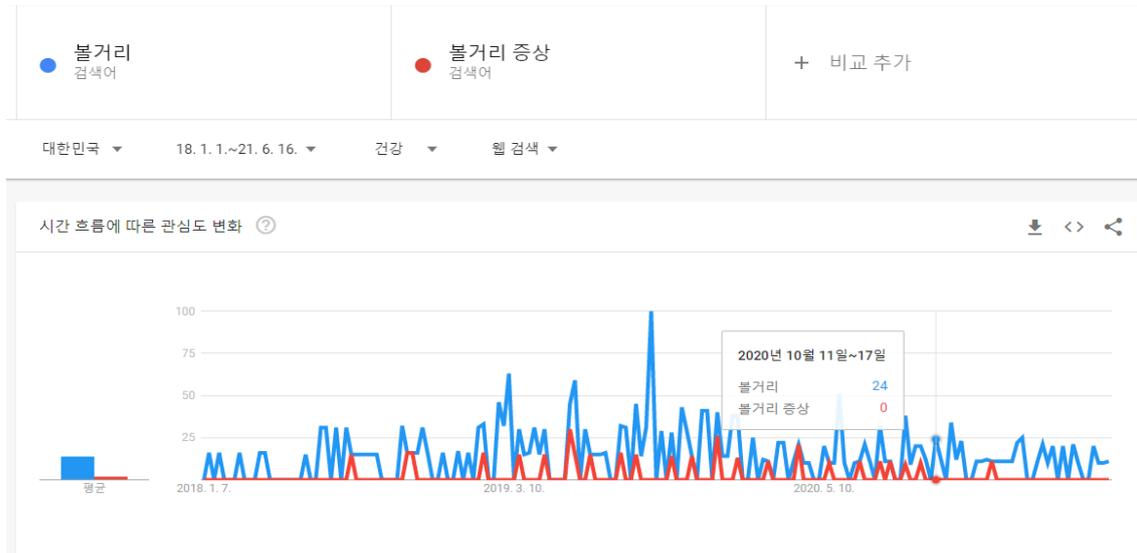
위 표는 2018년부터 2021년 6월 16일 현재까지 홍역이 발생 환자수를 질병관리청 감염병포털에서 얻은 자료이다. 그래프1과 표2를 비교해보면 2019년 1월부터 4월까지 홍역 발생 환자수가 갑자기 증가함에 따라 구글 트렌드에서도 홍역과 연관된 검색이 증가하였음을 알 수 있다. 2019년 7월 이후부터 현재까지 홍역 환자가 발생함에 따라 홍역과 연관된 검색도 낮게 나오고 있음이 보인다. 특히 '홍역 증상' 검색어 추이는 홍역 발생 환자수 추이와 보다 유사함을 알 수 있다. 더 정확한 결과를 도출하고자 '홍역 증상' 외에도 홍역의 주요 증상인 '홍역 발진', '홍역 반점', '홍역 발열'을 구글 트렌드로 동일한 시기에 분석하여 다음과 같은 결과를 얻었다.



<그래프3> Google Trends '홍역' / 홍역 주요 증상 검색어 그래프

위 그래프를 보면 홍역의 주요 증상 검색어 추이도 홍역과 비슷한 패턴으로 분석되나 검색 수치는 낮게 나타난다. 그중 홍역의 주요 증상인 발진과 연관성이 높음을 알 수 있다.

## 2. 유행성 이하선염(볼거리)



<그래프4> Google Trends '볼거리' / '볼거리 증상' 그래프

위 그래프는 구글 트렌드를 이용하여 '볼거리'와 '볼거리 증상'을 2018년부터 2021년 6월 16일 현재까지를 기준으로 검색한 결과이다. '볼거리'보다 '볼거리 증상'이 더 적게 검색되며 대부분의 경우 패턴이 유사하나 '볼거리'가 가장 많이 검색된 2019년 9월 10일에서 21일 사이에 '볼거리 증상'이 거의 검색되지 않은 특징을 보인다.

연도별 월별 연도별/월별 사망

기간: 2018년 ~ 2021년 | 감염병명: 2급, 유행성 이하선염

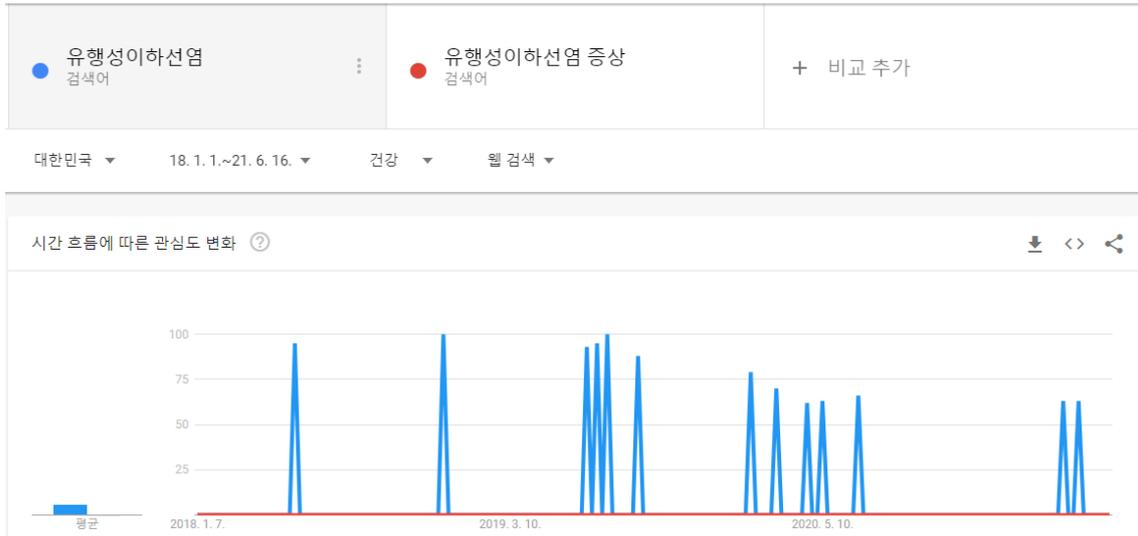
통계작성

파일다운로드: XML, XLS, CSV

유형	질병별 통계 - 연도별/월별	감염병 급/명	2급, 유행성 이하선염	구분	발생수	환자분류	전체						
조회기간	2018년 ~ 2021년	시도/시군구	전체, 전체	연령단위	-	감염지역	전체						
구분	계	1월	2월	3월	4월	5월	6월	7월	8월	9월	10월	11월	12월
2018	19,237	1,027	901	1,429	2,100	2,796	2,510	1,730	1,383	1,243	1,375	1,418	1,325
2019	15,967	1,102	911	1,246	1,565	2,056	1,988	1,590	1,112	1,205	1,125	1,096	971
2020	9,922	863	872	710	765	1,031	1,117	985	836	698	751	696	598
2021	3,865	603	573	797	761	726	405	-	-	-	-	-	-

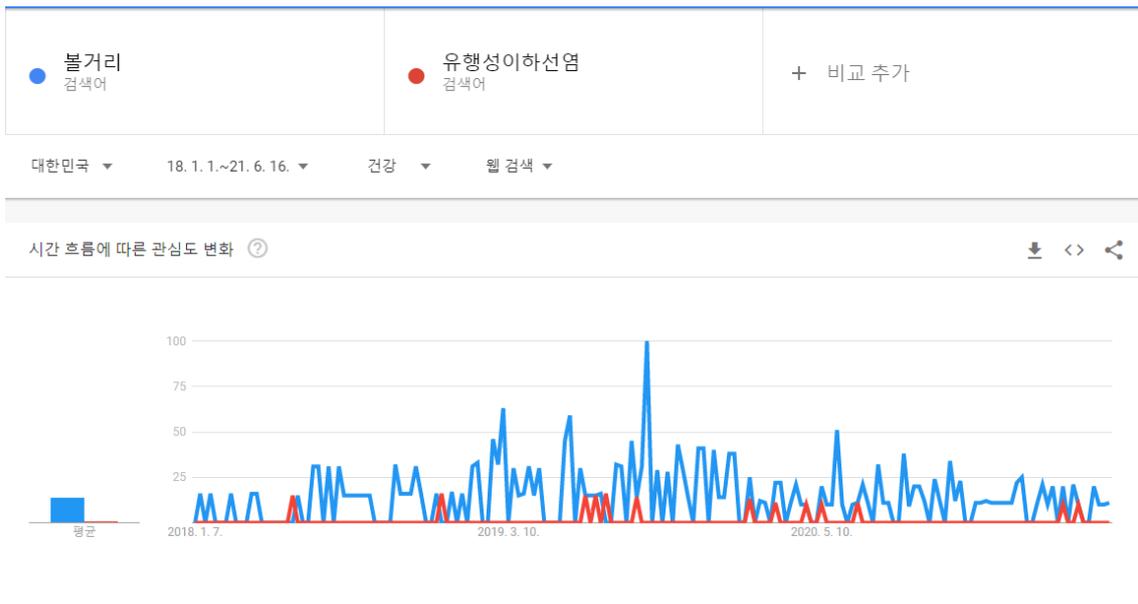
<표5> 유행성 이하선염 발생 환자수

위 표는 2018년부터 2021년 6월 16일 현재까지 홍역이 발생 환자수를 질병관리청 감염병포털에서 얻은 자료이다. 그래프4와 표5를 비교해 보면 전반적으로 발생 환자수와 구글 트렌드의 '볼거리'와 '볼거리 증상' 패턴이 유사하나 '볼거리' 검색이 가장 많이 된 2019년 9월 10일에서 21일 사이 기간은 발생 환자수가 가장 높은 기간이 아니다. 이는 '볼거리'가 병명 외에도 "볼 거리(볼 만한 것)"라는 의미로 검색되었을 가능성이 있으며, 실제로 2019년 9월에는 축제가 많이 몰려 있었다는 점, '볼거리 증상'의 검색 빈도가 현저히 낮은 점을 근거로 추측해 볼 수 있다. 실제로 '유행성 이하선염'으로 검색하면 전체적인 검색수는 낮으나 패턴은 환자수와 유사하다.



<그래프6> Google Trends '유행성이하선염' / '유행성이하선염 증상' 그래프

유행성 이하선염이 별칭인 볼거리보다 일반인들에게 덜 인식된 데 기인한다고 추정할 수 있으며, 아래 그래프와 같이 '볼거리', '유행성 이하선염'으로 검색할 때의 검색 비중 차이를 근거로 추정할 수 있다.



<그래프7> Google Trends '볼거리' / '유행성이하선염' 그래프

### III. 결론

유행성 감염병은 일정 주기로 반복되고 유행하는 기간 다수의 환자가 발생함에 따라 검색어를 통해 발생 환자의 수를 예측할 수 있다. '전염병명', '전염병명+증상', '전염병명+주증상'을 모두 사용하면 예측가능성을 높일 수 있다. 일례로 '홍역', '홍역 증상', '홍역 발진'을 모두 사용하는 경우이다. 특히, 전염병 증상의 구체적인 검색어는 '불거리'의 예처럼 동음이의적 의미를 갖는 전염병명만으로 검색할 경우 발생할 수 있는 오류를 줄여줄 수 있다.

홍역과 유행성 이하선염을 분석한 결과 홍역처럼 일정 기간에만 급격하게 발생하는 경우가 유행성 이하선염처럼 연중 일정하게 발생하는 경우보다 검색 데이터를 활용하여 예측하기가 훨씬 쉬울 것이라고 판단된다.

전염병 발생 인원의 예측가능성을 높이면 적절한 수의 의료진, 병상 수, 의약품 확보 등을 미리 준비 할 수 있어 효과적인 전염병 대응 의료 체계를 갖추는 데에 도움이 되리라 생각한다.

향후 검색데이터를 활용한 전염병 발생 인원 예측시스템을 만들기 위해서는 '전염병명', '전염병명+증상', '전염병+주증상' 등을 변수로 하고 변수의 가중평균을 적용하는 방식을 활용할 수 있다고 생각한다. 다만, 가중평균 계수와 검색어 비중을 어떻게 실제 발생 인원에게 근접하게 변환하는지는 대해서는 과거 데이터를 통해 지속적으로 고민해야 할 문제이다.

### IV. 배운 점 또는 느낀 점

검색데이터는 Google Trends 등을 통해 우리가 가장 손쉽게 구할 수 있는 빅데이터이며, 상황 발생과 상황변화를 빠르게 확인할 수 있는 통계자료로서 가치를 가진다는 것을 알게 되었다. 특히, 주기적으로 갑자기 폭증하는 현상에 대한 예측을 하는 데 있어서 유용하며, 이러한 특성을 활용하면 유행성 감염병 외 다른 분야에도 적용할 수 있다고 생각한다. 다만, '불거리'의 예처럼 검색에 있어서는 다중 의미를 구별하는 것이 어렵기 때문에 다중 의미를 배제시킬 수 있는 요소를 생각해야 한다는 것을 알게 되었다.

### 📌 채점 기준

평가 항목	배점	채점 기준
보고서 형식	40%	서론, 본론, 결론, 배운점 또는 느낀점을 모두 완성하고 적절한 내용을 제시한 경우
	30%	서론, 본론, 결론, 배운점 또는 느낀점 중 3가지를 완성하고 적절한 내용을 제시한 경우
	30%	서론, 본론, 결론, 배운점 또는 느낀점 중 1~2가지를 완성하고 적절한 내용을 제시한 경우
보고서 내용	40%	검색 사이트를 2가지 이상 사용하고, 타당한 결론을 제시한 경우
	30%	검색 사이트를 1가지 제시하고, 타당한 결론을 제시한 경우
	30%	검색 사이트를 1가지 제시한 경우



# 수업과 연계한 서·논·술형 평가 실천하기

## 수학과

### 개발

중앙대부속중학교  
삼정중학교  
서초중학교  
신길중학교  
진관중학교  
양재고등학교  
동국대부속고등학교  
무학여자고등학교  
원목고등학교

정종식  
권영기  
백혜미  
안영석  
강소영  
박정숙  
조상현  
안상진  
이은미

### 검토

난우중학교  
창덕여자중학교  
서울과학고등학교  
구현고등학교  
마포고등학교  
중앙대부속고등학교

나미영  
강은하  
김유정  
김은지  
변효중  
정은선

## 국어과

### 개발

관악중학교  
노일중학교  
신길중학교  
서울고등학교  
대일고등학교  
선유고등학교

구분희  
권주영  
박준영  
류윤하  
민지훈  
최윤희

### 검토

한국교육과정평가원  
개원중학교  
서울사대부설중학교  
용산고등학교

박종임  
정미선  
호민애  
정향심

## 사회과

### 개발

덕산중학교  
배문중학교  
동국대부속여자중학교  
성심여자고등학교  
동국대부속여자고등학교

김원예  
김재영  
윤용민  
김효섭  
박상재

### 검토

대청중학교  
서일중학교  
동북고등학교  
경희여자고등학교

김현경  
양준현  
한경화  
윤상철

## 도덕과

### 개발

수서중학교  
금옥중학교  
전일중학교  
등북고등학교

정서주  
허은영  
안희경  
강방식

### 검토

개원중학교  
내곡중학교  
상계제일중학교  
경희여자고등학교

고윤정  
이혜진  
이미영  
윤상철

## 역사과

### 개발

오산중학교  
원촌중학교  
서울사대부설중학교  
창북중학교  
서울고등학교  
중경고등학교  
서울동산고등학교

이춘산  
김지연  
김중환  
남선진  
남궁원  
하현숙  
선여원

### 검토

명일중학교  
송파중학교  
신상중학교  
진선여자고등학교  
충암고등학교

윤종배  
안미라  
오성찬  
서인원  
김정수

## 과학과

### 개발

영림중학교  
고척중학교  
고척중학교  
서울방송고등학교  
진선여자고등학교  
잠일고등학교  
동국대부속고등학교  
신일고등학교

진경아  
홍명수  
윤미정  
장정은  
최현숙  
박준우  
이보은  
박찬혁

### 검토

개웅중학교  
창덕여자중학교  
동북고등학교  
한성과학고등학교

이은정  
김동건  
강현식  
임현구

## 영어과

### 개발

상도중학교  
성심여자중학교  
영동중학교  
하계중학교  
성신여자고등학교  
서울도시과학고등학교  
석관고등학교  
홍익대부속고등학교

이석영  
신은영  
강은영  
박현주  
이수정  
권혜경  
고영경  
박소영

### 검토

덕성여자중학교  
월곡중학교  
홍익대부속중학교  
경북고등학교  
선사고등학교

김의현  
제연경  
석원경  
김민아  
정한나

---

총괄      고효선    서울특별시교육청 교육정책국장

---

기획      안윤호    서울특별시교육청 중등교육과장  
            오성근    서울특별시교육청 중등교육과 장학관  
            정경혜    서울특별시교육청 중등교육과 장학사

---

발행처    서울특별시교육청 중등교육과

---

주 소      서울특별시 종로구 송월길48(신문로2가)

---

전 화      02) 3999-439

---

발 행      2022. 3.

---

편집·디자인    [사회적기업·장애인기업] 스크프린팅그룹(주) 02-2285-3366  
<http://schoolpt.co.kr>

1. 이 자료집은 서울특별시교육청 홈페이지 > 중등교육과 > 부서업무방에서도 다운로드 받을 수 있습니다.
  2. 이 자료집은 학생 성장을 지원하는 공교육의 질 제고를 위해 활용하고 기타 용도의 무단 복제 및 배포를 금합니다.

# 『수업과 연계한 서·논술형 평가 실천하기』 (2022)



도움영상



자료집 탑재



• 국어 •



다운로드



• 수학 •



다운로드



• 사회 •



다운로드



• 과학 •



다운로드



• 도덕 •



다운로드



• 역사 •



다운로드



• 영어 •



다운로드

# 『수업 시간에 정의적 영역 평가 실천하기』(2021)



도움영상

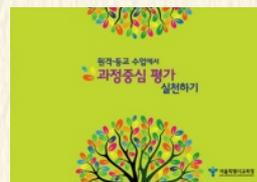


다운로드



자료집 탑재

# 『원격·등교 수업에서 과정중심 평가 실천하기』(2020)



다운로드



자료집 탑재

## 중학교 도움영상



국어



수학



사회



과학



영어

## 고등학교 도움영상



국어



수학



사회



과학



영어

수업과 연계한  
**서·논·술형 평가**  
실천하기