연구자료 ORM 2022-150-3

서·논술형 평가도구 자료집

수학

중·고등학교

교육부 Ministry of Education
경상남도교육청 GYEONGSANGNAMDO OFFICE OF EDUCATION
한국교육과정평가원 Korea Institute for Curriculum and Evaluation

서·논술형
평가도구 자료집

중·고등학교 수학

연구자료 | ORM 2022-150-3

발 행 일 | 2022년 12월 31일

발 행 인 | 한국교육과정평가원 이규민

제 작 진 | **한국교육과정평가원** 박혜영, 이민희, 구자옥, 백은진, 주헌우
교육부 교수학습평가과 과장 이지현 교육연구관 김도영 교육연구사 김용준 교육연구사 강영민

집 필 진 | 정종식(중대사대부중학교), 나미영(난우중학교), 류경민(전남대사대부중학교)
이은미(원묵고등학교), 오서영(부평고등학교), 이재갑(진해고등학교)

주 소 | 충청북도 진천군 덕산읍 교학로 8

전 화 | 043-931-0114

디 자 인 | 주식회사 동진문화사 (02-2269-4783)

활용안내

○·· 수업과 연계한 서·논술형 평가

- 수업과 평가의 연계를 통한 일관성을 강화하여 단원 선정에서부터 교수학습과 평가가 유기적으로 구성되는 것을 확인할 수 있도록 하였습니다.
- 평가 문항(과제) 활용 시의 유의점에 대하여 보다 상세히 기술하고, 수행평가뿐 아니라 지필평가에서 서·논술형 문항을 변형하여 사용할 수 있는 방법을 함께 제시하여 서·논술형 평가 활용도를 제고하고자 하였습니다.
- 2015 개정 교육과정의 성취기준을 토대로 평가 요소를 도출하고 이로부터 서·논술형 평가 문항(과제)과 채점 기준표를 작성하는 과정을 안내하여 개별 교사의 서·논술형 평가도구 개발 전문성 향상에 도움이 될 수 있도록 하였습니다.

○·· 서·논술형 평가의 시행과 결과 활용

- 논술형 문항에서 분석적 채점 기준과 총체적 채점 기준을 모두 제시하여 필요에 따라 선택적으로 채점 기준을 적용할 수 있게 하였으며, 두 채점 기준의 비교를 통해 채점 기준 작성 방법을 알 수 있도록 하였습니다.
- 채점과 피드백 제공 시의 유의점을 문항별로 상세히 기술하여 평가 요소에 따른 채점 기준과 채점의 초점, 결과 활용 방안을 명확히 알 수 있도록 하였습니다.
- 평가 결과에 따른 피드백의 예시와 활용에서의 유의점을 상세히 기술하여 평가 결과 활용도를 높임으로써 '학습으로서의 평가'의 기능을 충실히 할 수 있도록 하였습니다.

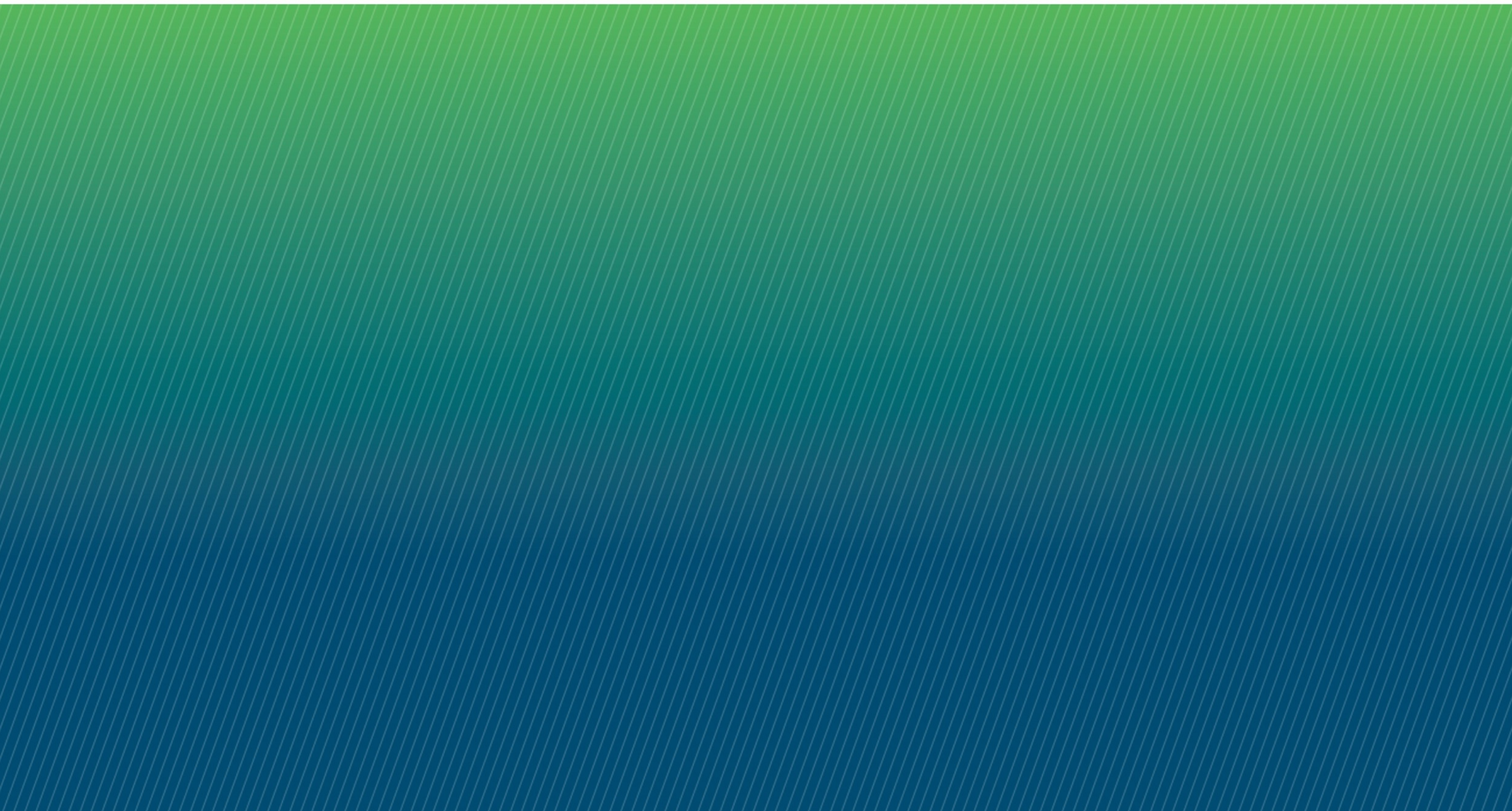
○·· 자료집 내려받기

- 본 자료집에 수록된 평가도구는 학생평가지원포털(http://stas.moe.go.kr)에서 내려받기 할 수 있으며, 학급의 여건과 학생의 특성을 고려하여 예시자료를 그대로 사용하거나 수정하여 활용할 수 있습니다.
- 본 자료는 학교 수업을 위한 자료로만 활용 가능하며, 영리목적으로 이용할 수 없습니다.

Contents

중학교

고등학교



서·논술형

평가도구 자료집

중학교

01. 실생활과 수
02. 그래프 해석과 정비례, 반비례 관계
03. 연립방정식을 활용한 문제해결력 기르기
04. 이등변삼각형의 성질
05. 확률
06. 대푯값과 산포도의 의미

서·논술형
평가도구 자료집

01

실생활과 수

01

실생활과 수

1. 과제 개요

<table>
<tr><td>학교급</td><td>중학교</td><td>학년/학년군</td><td colspan="2">1학년/1~3학년군</td></tr>
<tr><td>교과군</td><td>수학</td><td>과목명</td><td colspan="2">수학</td></tr>
<tr><td>과제명</td><td colspan="4">실생활과 수</td></tr>
<tr><td rowspan="6">성취기준 및
평가기준</td><td rowspan="3">[9수01-03] 양수와 음수, 정수와 유리수의 개념을 이해한다.</td><td colspan="2">상</td><td>양수와 음수, 정수와 유리수의 관계를 구조화할 수 있다.</td></tr>
<tr><td colspan="2">중</td><td>양수와 음수, 정수와 유리수의 개념을 이해하고 예를 들 수 있다.</td></tr>
<tr><td colspan="2">하</td><td>주어진 수에서 양수와 음수, 정수와 유리수를 구분할 수 있다.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">[9수01-05] 정수와 유리수의 사칙계산의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.</td><td colspan="2">상</td><td>정수와 유리수의 혼합계산을 할 수 있다.</td></tr>
<tr><td colspan="2">중</td><td>정수와 유리수의 사칙계산의 원리를 이해하고, 간단한 계산을 할 수 있다.</td></tr>
<tr><td colspan="2">하</td><td>두 정수 또는 두 유리수의 사칙계산을 할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>교과 역량</td><td colspan="4">태도 및 실천, 정보처리, 추론, 의사소통</td></tr>
<tr><td>출제 의도</td><td colspan="4">실생활에서 서로 반대되는 실생활 상황에서 양수와 음수를 사용하게 된다. 익숙한 실생활 상황을 제시하여 각각의 경우에서 양수와 음수의 의미를 이해하고 예를 들어 보도록 함으로서, 수의 유용성 및 필요성에 대해 인식하게 할 수 있다. 주어진 수를 양수와 음수, 정수와 유리수로 분류하는 관계가 구조화되었다면, 거꾸로 기준을 세워 수를 분류하거나 분류된 수들의 기준을 정하는 등의 방법으로 수업을 진행하고 평가를 하여 가역적인 사고를 하도록 하는 것도 필요하다. 수의 개념을 이해한 후에는 이를 바탕으로 사칙계산의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있도록 하는 것이 중요하다. 이때, 정수와 유리수의 사칙 계산의 원리를 이해하여 실생활의 일교차, 시차를 구하는 과정이나 조건에 맞도록 식을 세워 계산을 해 보도록 함으로서 실생활과 연결을 시켜줄 수 있다. 또한, 다양한 계산 결과를 바탕으로 정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈의 성질을 설명할 수 있는 지 평가하여 오개념을 파악하거나 성질을 일반화시켜보는 과정을 경험해보도록 함으로서 정수와 유리수의 사칙계산의 원리에 좀 더 집중하도록 할 수 있다.
또한 수학 교과 역량 중 태도 및 실천은 ‘수학의 가치를 인식하고 자주적 수학 학습 태도와 민주 시민의식을 갖추어 실천하는 능력’, 정보처리는 ‘다양한 자료와 정보를 수집,정리,분석,활용하고 적절한 공학적 도구나 교구를 선택.이용하여 자료와 정보를 효과적으로 처리하는 능력’, 추론은 ‘수학적 사실을 추측하고 논리적으로 분석하고 정당화하며 그 과정을 반성하는 능력’, 의사소통은 ‘수학 지식이나 아이디어, 수학적 활동의 결과, 문제 해결 과정, 신념과 태도 등을 말이나 글, 그림, 기호로 표현하고 다른 사람의 아이디어를 이해하는 능력’을 의미하므로, 본 평가 문항을 시행함에 있어 태도 및 실천, 정보처리, 추론과 의사소통 역량이 관련된다고 판단하였다.</td></tr>
</table>

서·논술형 평가 문항	평가 영역 / 역량	평가 요소
평가 문항 1 (서술형)	양수와 음수, 정수와 유리수/ 태도 및 실천, 정보처리	• 실생활 속 양수와 음수의 의미 이해하고, 예 제시하기 • 주어진 수를 기준을 세워 분류하기
평가 문항 2 (서술형, 논술형)	정수와 유리수의 덧셈, 뺄셈/ 정보처리, 추론, 의사소통	• 두 유리수의 뺄셈을 이용한 일교차 구하기 • 정수와 유리수의 덧셈 및 뺄셈의 원리를 이해하고, 시차, 일교차 구하여 일기예보 작성하기
평가 문항 3 (서술형)	정수와 유리수의 사칙계산/ 추론, 의사소통	• 정수와 유리수의 혼합 계산에서 조건에 맞는 식 세우고, 값 구하기 • 정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈의 성질 설명하기

2. 교수·학습 활동 및 평가 계획

학습단계	학습 목표 (교과역량)	교수학습 활동	평가 문항	방법
1~3차시	양수와 음수, 정수와 유리수의 개념을 이해하고, 주어진 수를 분류할 수 있다. (태도 및 실천, 정보처리)	[준비학습, 전체] EBSMath '음수의 발견' 영상을 통한 역사적 이해 [학생(개인, 전체)] 실생활에서 양수와 음수가 사용되는 예를 찾아 공유하고, 음수의 유용성에 대해 생각해보기 [교사] 양수와 음수, 정수와 유리수의 개념 설명하기 [학생(모둠 혹은 학급 전체)] 모둠별로 주어진 수 카드를 교사 또는 다른 모둠이 부른 기준에 맞게 분류해보기(모둠별 게임으로도 진행할 수 있음) [학생(개인)] 스스로 기준을 세워 수를 분류해보기	평가 문항 1 [학생(개인)] 실생활 속 음수와 양수가 사용되는 예를 찾아 그 의미를 이해하고, 주어진 수를 기준을 세워 분류해보기 피드백	서술형 문항 개인별 평가
4~5차시	정수와 유리수의 대소 관계를 판단할 수 있다. (의사소통)	[교사] 수직선을 이용한 수의 대소 관계 비교 [학생(모둠 혹은 학급 전체)] 모둠별로 카드를 임의로 한 장씩 나누어 갖고, 가장 큰 수 또는 가장 작은 수를 갖은 사람이 이기는 게임으로 수의 크기 비교하기 [학생(개인)] 수의 대소 관계 판단하기 부등호를 이용하여 수 표현하기		개인별 평가
6~14차시	정수와 유리수의 사칙계산의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다. (정보처리, 추론, 의사소통)	[교사] • 셈돌이나 수직선을 이용하여 정수와 유리수의 덧셈, 뺄셈의 원리 설명하기 • 수의 규칙성을 이용하여 정수와 유리수의 곱셈, 나눗셈의 원리 설명하기 [학생(개인)] • 최근의 일기예보를 보고, 일교차 구하기 • 나라별 시간을 보고 시차 구하기 [학생(모둠 혹은 학급 전체)] 일기예보 작성해보기 시차를 이용한 비행기표 만들어보기 또는 세계의 시간을 알려주는 앱 개발하기	평가 문항 2 [학생(개인)] 두 유리수의 뺄셈의 원리를 이해하여 일교차 구하기, 일교차와 시차 이용하여 일기예보 작성하기 피드백 평가 문항 3 [학생(개인)] 정수와 유리수의 혼합 계산에서 조건에 맞는 식 세우고 답 구하기, 정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈의 성질 설명하기 피드백	서술형 문항 논술형 문항 개인(모둠)별 평가

3. 평가 문항

평가 문항 1(서술형)

다음을 보고, 물음에 답하시오. (10점)

1. 〈그림1〉, 〈그림2〉는 각각 물건에 대한 할인 행사와 외국돈 1단위당 원화의 금액으로 표시된 환율의 등락률을 나타낸 그림이다. 다음 두 그림을 보고, 물음에 답하시오. (4점)

〈그림 1〉

통화명	매매기준율	전일대비	등락률
미국 USD	1,270.50	4.00	▲+0.32%
일본 JPY 100	975.36	1.24	▲+0.13%
유럽연합 EUR	1,345.21	11.71	▲+0.88%
중국 CNY	189.44	0.71	▼-0.37%
영국 GBP	1,571.67	13.35	▼-0.84%

〈그림 2〉

1-1. 〈그림1〉과 〈그림2〉에서 각각 양수와 음수를 찾아 그 의미를 서술하시오. (2점)

1-2. 실생활에서 양수와 음수가 사용되는 예를 한 가지 이상 말하고, 그 의미를 서술하시오. (2점)

2. 〈서술 조건〉을 활용하여 기준을 세워 수를 분류하는 서로 다른 방법을 2가지 제시하시오. (6점)

-3.8	0	$-\frac{9}{2}$	$\frac{2}{5}$	-2	$+3$

〈서술 조건〉

- 자연수, 정수, 유리수 등의 수학 용어를 사용하여 기준을 세워 주어진 수 카드를 분류하시오. (4점)
- 세워진 기준에 해당하는 각 수들의 특징을 서술하시오. (2점)

방법 1

방법 2

활용 Tip !

- 학생들이 1-1, 1-2 문항에 답한 예시로 전체 학생들과 논의하면서 의견을 공유할 수 있습니다.
- 2번 문항에서 제시된 수는 6개이지만 이보다 더 많은 개수의 수 카드를 제시할 수도 있으며, 1-1, 1-2문항에 제시된 수를 수 카드에 포함시켜서 1번 문항과 연결지어 제시할 수도 있습니다.
- 2번 문항에서 주어진 수 카드를 분류하기 위한 기준의 개수는 2개 이상일 수 있으며, 공통으로 들어가는 수의 경우는 학생들이 창의적인 방법으로 분류해볼 수 있도록 합니다.
- 2번 문항에서 수를 분류하는 방법은 가지치기, 그림 등 다양한 형식으로 분류해보도록 할 수 있습니다.

○·· 채점 기준

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="6">서
1-1</td><td rowspan="6">실생활 속 양수와 음수 의미 이해하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">• 두 그림에서 각각 양수와 음수를 찾아 그 의미를 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 〈그림1〉에서 양수는 10000(원), 8000(원)이고, 음수는 -2000(원)이다. 이때, 양수는 물건의 가격, 음수는 할인 가격을 의미한다. 〈그림2〉에서 양수는 $+0.32$(%), $+0.13$(%), $+0.88$(%)이고, 음수는 -0.37(%). -0.84(%)이다. 이때, 양수는 전일 대비 환율이 오른 것이고, 음수는 전일 대비 환율이 내린 것을 의미한다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">• 두 그림 중에 하나의 경우만 양수와 음수를 찾아 그 의미를 서술하였을 경우
• 두 그림에서 각각 양수와 음수는 찾았지만, 그 의미를 서술하지 못하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 〈그림1〉에서 양수는 10000(원), 8000(원)이고, 음수는 -2000(원)이다. 이때, 양수는 물건의 가격, 음수는 할인 가격을 의미한다.
• 〈그림2〉에서 양수는 $+0.32$(%), $+0.13$(%), $+0.88$(%)이고, 음수는 -0.37(%). -0.84(%)이다. 이때, 양수는 전일 대비 환율이 오른 것이고, 음수는 전일 대비 환율이 내린 것을 의미한다.
• 〈그림1〉 에서 양수는 10000(원), 8000(원)이고, 음수는 -2000(원)이다. 〈그림2〉에서 양수는 $+0.32$(%), $+0.13$(%), $+0.88$(%)이고, 음수는 -0.37(%). -0.84(%)이다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">• 두 그림 중에 하나라도 올바르게 서술하지 못하거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 미작성</td></tr>
<tr><td rowspan="6">서
1-2</td><td rowspan="6">실생활에서 양수와 음수가 사용되는 예 찾기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">• 실생활에서 양수와 음수가 사용되는 예를 한 가지 이상 말하고, 그 의미를 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 사람 수의 변화에서 3명 증가와 5명 감소는 각각 $+3$(명), -5(명)로 나타낼 수 있으며, 이때 현재를 기준으로 증가는 양수, 감소는 음수로 표현할 수 있다.
• 용돈 기입장에서 수입 10000원, 지출 3000원은 각각 $+10000$(원), -3000(원)으로 나타낼 수 있으며, 이때 수입은 양수, 지출은 음수로 표현할 수 있다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">• 실생활에서 양수와 음수가 사용되는 예를 한 가지 이상 말하였지만, 그 의미를 서술하지 못하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 증가와 감소
• 수입과 지출
• 해발과 해저</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">• 예를 찾지 못하거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 미작성</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="6">서
2</td><td rowspan="6">주어진 수를 기준을 세워 분류하기</td><td rowspan="2">6점</td><td colspan="2">• 수학 용어를 사용한 기준을 세워 수 카드 분류를 서로 다른 방법으로 2가지 제시하고, 각 수들의 특징을 옳게 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• [방법1] 정수와 정수가 아닌 유리수로 기준을 세우면, 정수에는 $+3$, -2, 0, 정수가 아닌 유리수에는 $\frac{2}{5}$, $-\frac{9}{2}$, -3.8의 수 카드를 분류할 수 있다. 이때, 정수는 양의 정수, 0, 음의 정수이며, 정수가 아닌 유리수는 정수로 나타낼 수 없는 분수 형태의 양의 유리수, 음의 유리수를 뜻한다. [방법2] 양의 유리수, 0, 음의 유리수로 기준을 세우면, 양의 유리수에는 $+3$, $\frac{2}{5}$, 0에는 0, 음의 유리수에는 -2, $-\frac{9}{2}$, -3.8의 수 카드를 분류할 수 있다. 이때, 양의 유리수는 분자와 분모가 자연수인 분수에 양의 부호를 붙인 수이며, 음의 유리수는 음의 부호를 붙인 수이다. 양의 유리수, 0, 음의 유리수를 통틀어 유리수라고 한다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">5점</td><td colspan="2">• 수학 용어를 사용한 기준을 세워 수 카드 분류를 서로 다른 방법으로 2가지 제시하고, 각 수들의 특징 중 1가지만 옳게 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• [방법1] 정수와 정수가 아닌 유리수로 기준을 세우면, 정수에는 $+3$, -2, 0, 정수가 아닌 유리수에는 $\frac{2}{5}$, $-\frac{9}{2}$, -3.8의 수 카드를 분류할 수 있다. 이때, 정수는 양의 정수, 0, 음의 정수이며, 정수가 아닌 유리수는 정수로 나타낼 수 없는 분수 형태의 양의 유리수, 음의 유리수를 뜻한다. [방법2] 양의 유리수, 0, 음의 유리수로 기준을 세우면, 양의 유리수에는 $+3$, $\frac{2}{5}$, 0에는 0, 음의 유리수에는 -2, $-\frac{9}{2}$, -3.8의 수 카드를 분류할 수 있다.
• [방법1] 정수와 정수가 아닌 유리수로 기준을 세우면, 정수에는 $+3$, -2, 0, 정수가 아닌 유리수에는 $\frac{2}{5}$, $-\frac{9}{2}$, -3.8의 수 카드를 분류할 수 있다. [방법2] 양의 유리수, 0, 음의 유리수로 기준을 세우면, 양의 유리수에는 $+3$, $\frac{2}{5}$, 0에는 0, 음의 유리수에는 -2, $-\frac{9}{2}$, -3.8의 수 카드를 분류할 수 있다. 이때, 양의 유리수는 분자와 분모가 자연수인 분수에 양의 부호를 붙인 수이며, 음의 유리수는 음의 부호를 붙인 수이다. 양의 유리수, 0, 음의 유리수를 통틀어 유리수라고 한다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4점</td><td colspan="2">• 수학 용어를 사용한 기준을 세워 수 카드 분류를 서로 다른 방법으로 2가지 제시하였으나, 각 수들의 특징을 옳게 서술하지 못한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• [방법1] 정수와 정수가 아닌 유리수로 기준을 세우면, 정수에는 $+3$, -2, 0, 정수가 아닌 유리수에는 $\frac{2}{5}$, $-\frac{9}{2}$, -3.8의 수 카드를 분류할 수 있다. [방법2] 양의 유리수, 0, 음의 유리수로 기준을 세우면, 양의 유리수에는 $+3$, $\frac{2}{5}$, 0에는 0, 음의 유리수에는 -2, $-\frac{9}{2}$, -3.8의 수 카드를 분류할 수 있다.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="8"></td><td rowspan="8"></td><td rowspan="2">3점</td><td colspan="2">• 수학 용어를 사용한 기준을 세워 수 카드 분류를 1가지 방법으로 제시하고, 각 수들의 특징을 옳게 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• $\text{유리수}\begin{cases} \text{정수} \begin{cases} \text{양의 정수}: +3 \\ \quad 0 \quad\ : 0 \\ \text{음의 정수}: -2 \end{cases} \\ \text{정수가 아닌 유리수}: \frac{2}{5}, -\frac{9}{2}, -3.8 \end{cases}$
유리수는 정수와 정수가 아닌 유리수로 나눌 수 있으며, 정수는 다시 양의 정수, 0, 음의 정수이며, 정수가 아닌 유리수는 정수로 나타낼 수 없는 분수 형태의 양의 유리수, 음의 유리수를 뜻한다.
<table><tr><th>정수</th><th>정수가 아닌 유리수</th></tr><tr><td>$+3,\ -2, 0$</td><td>$\frac{2}{5}, -\frac{9}{2}, -3.8$</td></tr></table>정수는 양의 정수, 0, 음의 정수이며, 정수가 아닌 유리수는 정수로 나타낼 수 없는 분수 형태의 양의 유리수, 음의 유리수를 뜻한다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">• 수학 용어를 사용한 기준을 세워 수 카드를 1가지 방법으로 옳게 분류하였으나, 각 수들의 특징을 옳게 서술하지 못한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 정수와 정수가 아닌 유리수로 기준을 세우면, 정수에는 $+3,\ -2, 0$, 정수가 아닌 유리수에는 $\frac{2}{5}, -\frac{9}{2}, -3.8$의 수 카드를 분류할 수 있다.
• $\begin{cases} \text{양의 유리수}: +3, \frac{2}{5} \\ \text{음의 유리수}: -2, -\frac{9}{2}, -3.8 \end{cases}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">• 수학 용어를 사용한 기준은 제시하였으나, 수를 분류하지 못하고 각 수들의 특징을 옳게 서술하지 못한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• [방법1] 정수, 정수가 아닌 유리수, [방법2] 양의 유리수, 0, 음의 유리수
• 정수, 정수가 아닌 유리수
• 양의 유리수, 0, 음의 유리수</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">• 기준을 세우지 못하거나, 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 미작성</td></tr>
</table>

채점 시 유의점

- 1-1 문항은 그림에서 양수와 음수를 찾을 수 있는 지 알아보는 것이 핵심이므로 그림에서 나타난 양수와 음수 중에 예시를 하나만 제시하여도 정답으로 인정합니다.
- 1-2 문항에서는 학생들에게 그림에서 주어지지 않은 다른 예시를 들 수 있도록 안내해줄 필요가 있습니다. 문제에서 제시되지 않은 다른 예시를 말할 수 있는 지 알아보는 것이 목표이므로 그림에서 제시된 할인 행사나 환율 등락률과 관련된 예시를 그대로 제시한 경우, 오답으로 처리합니다.
- 2 문항은 수학 용어를 사용하여 수를 분류하도록 하고 있으므로, 수학 용어를 이용하지 않은 기준을 세워 분류했을 경우에는 점수를 부여하지 않습니다.
- 2 문항은 수학 용어를 이용하여 기준을 세우고 수를 분류해보도록 하는 것이 목표이므로 기준을 세워 수를 분류하는 경우를 묶어서 한 가지 방법당 2점으로 점수를 부여하도록 하되, 아무것도 서술하지 못하고 기준을 서술했을 경우에만 부분 점수 1점을 부여하도록 합니다.
- 2 문항은 한 가지 방법에 대해 기준을 세우고 수를 분류하고 특징을 옳게 서술한 경우를 묶어서 3점을 부여하여, 두 가지 방법 모두 제시하면 6점이 되는 형태로 점수를 부여할 수 있습니다.

○·· 예시 답안

문항	척도/배점	예시답안
서 1-1	2점	• 〈그림1〉에서 양수는 10000(원), 8000(원)이고, 음수는 -2000(원)이다. 이때, 양수는 물건의 가격, 음수는 할인 가격을 의미한다. 〈그림2〉에서 양수는 $+0.32$(%), $+0.13$(%), $+0.88$(%)이고, 음수는 -0.37(%). -0.84(%)이다. 이때, 양수는 전일 대비 환율이 오른 것이고, 음수는 전일 대비 환율이 내린 것을 의미한다.
	1점	• 〈그림1〉에서양수는 10000(원), 8000(원)이고, 음수는 -2000(원)이다. 이때, 양수는 물건의 가격, 음수는 할인 가격을 의미한다. • 〈그림2〉에서 양수는 $+0.32$(%), $+0.13$(%), $+0.88$(%)이고, 음수는 -0.37(%). -0.84(%)이다. 이때, 양수는 전일 대비 환율이 오른 것이고, 음수는 전일 대비 환율이 내린 것을 의미한다. • 〈그림1〉에서 양수는 10000(원), 8000(원)이고, 음수는 -2000(원)이다. 〈그림2〉에서 양수는 $+0.32$, $+0.13$, $+0.88$이고, 음수는 -0.37. -0.84이다.
	0점	• 미작성
서 1-2	2점	• 사람 수의 변화에서 3명 증가와 5명 감소는 각각 $+3$(명), -5(명)로 나타낼 수 있으며, 이때 현재를 기준으로 증가는 양수, 감소는 음수로 표현할 수 있다. • 용돈 기입장에서 수입 10000원, 지출 3000원은 각각 $+10000$(원), -3000(원)으로 나타낼 수 있으며, 이때 수입은 양수, 지출은 음수로 표현할 수 있다.
	1점	• 증가와 감소
		• 수입과 지출
		• 해발과 해저
	0점	• 미작성
서 2	6점	• [방법1] 정수와 정수가 아닌 유리수로 기준을 세우면, 정수에는 $+3, -2, 0$, 정수가 아닌 유리수에는 $\frac{2}{5}, -\frac{9}{2}, -3.8$의 수 카드를 분류할 수 있다. 이때, 정수는 양의 정수, 0, 음의 정수이며, 정수가 아닌 유리수는 정수로 나타낼 수 없는 분수 형태의 양의 유리수, 음의 유리수를 뜻한다. [방법2] 양의 유리수, 0, 음의 유리수로 기준을 세우면, 양의 유리수에는 $+3, \frac{2}{5}$, 0에는 0, 음의 유리수에는 $-2, -\frac{9}{2}, -3.8$의 수 카드를 분류할 수 있다. 이때, 양의 유리수는 분자와 분모가 자연수인 분수에 양의 부호를 붙인 수이며, 음의 유리수는 음의 부호를 붙인 수이다. 양의 유리수, 0, 음의 유리수를 통틀어 유리수라고 한다.
	5점	• [방법1] 정수와 정수가 아닌 유리수로 기준을 세우면, 정수에는 $+3, -2, 0$, 정수가 아닌 유리수에는 $\frac{2}{5}, -\frac{9}{2}, -3.8$의 수 카드를 분류할 수 있다. 이때, 정수는 양의 정수, 0, 음의 정수이며, 정수가 아닌 유리수는 정수로 나타낼 수 없는 분수 형태의 양의 유리수, 음의 유리수를 뜻한다. [방법2] 양의 유리수, 0, 음의 유리수로 기준을 세우면, 양의 유리수에는 $+3, \frac{2}{5}$, 0에는 0, 음의 유리수에는 $-2, -\frac{9}{2}, -3.8$의 수 카드를 분류할 수 있다. • [방법1] 정수와 정수가 아닌 유리수로 기준을 세우면, 정수에는 $+3, -2, 0$, 정수가 아닌 유리수에는 $\frac{2}{5}, -\frac{9}{2}, -3.8$의 수 카드를 분류할 수 있다. [방법2] 양의 유리수, 0, 음의 유리수로 기준을 세우면, 양의 유리수에는 $+3, \frac{2}{5}$, 0에는 0, 음의 유리수에는 $-2, -\frac{9}{2}, -3.8$의 수 카드를 분류할 수 있다. 이때, 양의 유리수는 분자와 분모가 자연수인 분수에 양의 부호를 붙인 수이며, 음의 유리수는 음의 부호를 붙인 수이다. 양의 유리수, 0, 음의 유리수를 통틀어 유리수라고 한다.

<table>
<tr><th>문항</th><th>척도/배점</th><th>예시답안</th></tr>
<tr><td rowspan="7"></td><td>4점</td><td>• [방법1] 정수와 정수가 아닌 유리수로 기준을 세우면, 정수에는 $+3, -2, 0$, 정수가 아닌 유리수에는 $\frac{2}{5}, -\frac{9}{2}, -3.8$의 수 카드를 분류할 수 있다. [방법2] 양의 유리수, 0, 음의 유리수로 기준을 세우면, 양의 유리수에는 $+3, \frac{2}{5}$, 0에는 0, 음의 유리수에는 $-2, -\frac{9}{2}, -3.8$의 수 카드를 분류할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>3점</td><td>• $\text{유리수}\begin{cases}\text{정수} & \begin{cases}\text{양의 정수}: +3\\ \quad 0 \quad\quad : 0\\ \text{음의 정수}: -2\end{cases}\\ \text{정수가 아닌 유리수}: \frac{2}{5}, -\frac{9}{2}, -3.8 & \end{cases}$
유리수는 정수와 정수가 아닌 유리수로 나눌 수 있으며, 정수는 다시 양의 정수, 0, 음의 정수이며, 정수가 아닌 유리수는 정수로 나타낼 수 없는 분수 형태의 양의 유리수, 음의 유리수를 뜻한다.

•<table><tr><th>정수</th><th>정수가 아닌 유리수</th></tr><tr><td>$+3, -2, 0$</td><td>$\frac{2}{5}, -\frac{9}{2}, -3.8$</td></tr></table>정수는 양의 정수, 0, 음의 정수이며, 정수가 아닌 유리수는 정수로 나타낼 수 없는 분수 형태의 양의 유리수, 음의 유리수를 뜻한다.</td></tr>
<tr><td>2점</td><td>• 정수와 정수가 아닌 유리수로 기준을 세우면, 정수에는 $+3, -2, 0$, 정수가 아닌 유리수에는 $\frac{2}{5}, -\frac{9}{2}, -3.8$의 수 카드를 분류할 수 있다.
• $\begin{cases}\text{양의 유리수}: +3, \frac{2}{5}\\ \quad 0 \quad\quad\quad : 0\\ \text{음의 유리수}: -2, -\frac{9}{2}, -3.8\end{cases}$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">1점</td><td>• [방법1] 정수, 정수가 아닌 유리수, [방법2] 양의 유리수, 0, 음의 유리수</td></tr>
<tr><td>• 정수, 정수가 아닌 유리수</td></tr>
<tr><td>• 양의 유리수, 0, 음의 유리수</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>• 미작성</td></tr>
</table>

○·· 평가에 따른 피드백

수준	피드백
상	• 양수와 음수의 개념을 정확하게 알고 있고, 실생활 속에 숨어 있는 양수와 음수의 사례도 잘 제시하였으며 각각의 의미도 제대로 알고 있습니다. • 자신만의 분류 기준을 세워 주어진 수 카드를 정수와 정수가 아닌 유리수의 2가지 기준, 양의 유리수와 0, 음의 유리수인 3가지 기준으로 나누어 정확하게 잘 분류하였으며, 정수와 유리수의 의미를 정확하게 이해하고 있습니다.
중	• 양수와 음수의 개념을 잘 알고 있으며, 실생활 속에 숨어 있는 양수와 음수의 사례를 제시하였으나 그 의미를 서술하는 데에는 다소 아쉽습니다. 양수와 음수를 나누는 기준이 되는 부분이 무엇인지를 먼저 생각해본다면 그 의미를 파악하는 것이 좀 더 수월할 것이라 기대됩니다. • 자신만의 분류 기준을 세워 주어진 수 카드를 정수와 정수가 아닌 유리수의 2가지 기준으로 나누어 정확하게 잘 분류하였으며, 정수와 유리수의 의미를 잘 이해하고 있습니다. 다만, 고정적인 관점으로만 수를 볼 것이 아니라 다양한 기준을 세워 수를 분류하고 개념을 정립한다면 수의 관계를 구조화하는 데 좀 더 도움이 될 것입니다.
하	• 양수와 음수의 개념을 어느 정도 알고 있어 주어진 수가 양수인지 음수인지 구분할 수 있습니다. 다만, 실생활 속에 숨어 있는 양수와 음수의 사례를 찾거나 그 의미를 서술하는 데 다소 어려움이 있습니다. 교과서에 주어진 다양한 예시를 살펴보며, 양수와 음수를 구분하고 그 의미를 말해보는 연습을 한다면 양수와 음수에 대한 의미 파악에 도움이 될 수 있을 것입니다. • 정수와 유리수의 개념을 어느 정도 알고 있으나 기준을 세워 분류하는 것이나 정수가 아닌 유리수에 대한 개념에 어려움이 있습니다. 교과서에 주어진 다양한 예시를 통해 수를 분류해보는 활동을 한다면 정수와 정수가 아닌 유리수를 구분하는 데 도움이 될 것입니다.

≫ 피드백 작성 시 유의점

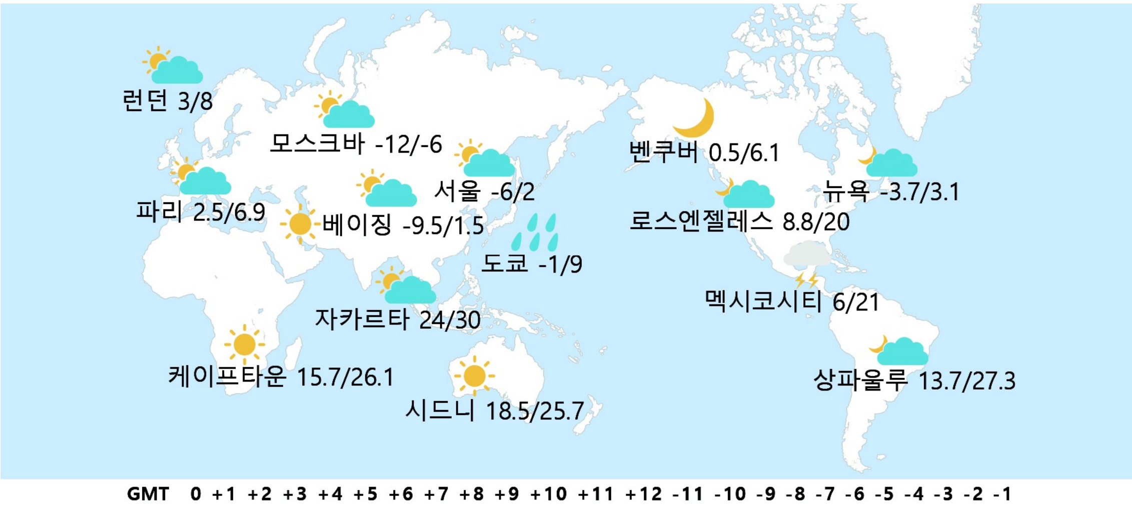
- 1-1 문항의 경우, 주어진 그림에서 양수와 음수를 찾고 그 의미를 이해하고 있는 지에 따라 피드백 합니다.
- 1-2 문항의 경우, 실생활에서 양수와 음수가 사용되는 사례를 제시할 수 있는 지, 그 의미를 알고 있는 지에 따라 피드백 합니다. 이때, 1-1문항을 해결하는 것도 어려운 학생의 경우에는 1-2문항을 해결하는 것이 쉽지 않으므로, 1-2 문항에 대한 피드백보다는 가장 기초적인 내용인 1-1 문항에 관한 학습의 도움에 관한 피드백을 해주는 것이 좀 더 바람직합니다.
- 2 문항의 경우, 기준을 세우는 것부터 어려움을 겪는 학생에게는 교과서나 교사가 제시한 기준에 따라 수를 분류해보는 활동을 해볼 수 있도록 피드백해주는 것이 학습에 좀 더 도움이 될 것입니다.
- 문항별로 상, 중, 하가 다를 수 있기 때문에 1, 2문항을 각각 나누어 피드백을 상, 중, 하로 기술하였습니다. 문항별로 학생들의 성취도에 따른 내용을 조합하여 피드백 합니다.
- 실제 서술형 과제를 실행하고 학생에게 피드백을 줄 때는 학생이 작성한 답안의 구체적인 문장이나 표현을 인용하면서 채점 기준에 근거해 잘 작성된 부분을 칭찬하는 것이 좋습니다. 또한, 부족한 부분에 대해서는 반드시 포함되어야 하는 표현이 무엇인지를 명확히 알려주어 이를 발판삼아 수정된 답안을 작성해볼 수 있도록 독려합니다.

평가 문항 2(서·논술형)

다음을 보고, 물음에 답하시오. (10점)

(가) 다음은 1월 어느 날 세계 여러 도시의 최저 기온과 최고 기온을 나타낸 것이다. 예를 들어, 런던의 3/8은 최저 기온이 영상 3℃, 최고 기온은 영상 8℃임을 의미한다.

(기온 단위: ℃)



(나) 다음은 서울을 기준으로 세계 여러 도시의 시각을 나타낸 것이다. 이때, 세계 각 지역의 시간 차이를 시차라고 한다. 예를 들어, 서울이 오전 11시일 때, 시드니는 오후 12시이므로 서울을 기준으로 시드니와의 시차는 +1이 된다.

1. (가)에서 최저 기온이 영하인 도시의 일교차를 두 유리수의 뺄셈을 이용하여 모두 구하시오. 또한, 그 중에서 일교차가 가장 큰 도시를 말하고, 구한 값을 근거로 그 이유를 설명하시오. 단, 일교차는 최고 기온에서 최저 기온을 뺀 값이다. (3점)

2. (가), (나)를 바탕으로 어느 한 도시를 정하여 일기예보 뉴스를 〈조건〉에 맞게 쓰시오. (7점)

〈조건〉

- (나)의 시차를 이용하여 서울에서 오후 3시에 볼 수 있는 뉴스가 되도록 도입부에 자신이 정한 도시와 시간을 명시하시오.
- (가)의 도시에 적힌 최저 기온, 최고 기온 및 일교차 등 기온을 나타내는 글을 쓰시오.
- 자신이 정한 도시와 서울의 시차에 대해 언급하고, 서울의 기온도 함께 비교하여 서술하시오.
- (가)의 기온을 설명할 때는 수학 용어(정수, 유리수 등)를 1개 이상 사용하고, (가)에서 일교차 또는 (나)에서 시차 등을 구하는 과정의 식도 반드시 포함시켜 서술하시오.

≫ 활용 Tip !

- 1 문항은 학생들의 수준에 따라 최저 기온이 영하인 5개의 도시를 문항에서 제시해주는 것도 좋습니다.
- 1 문항은 도시의 개수를 줄여서, 주어진 자료 중에서 가장 일교차가 크거나 작은 것을 선택하고 그 이유를 설명해보도록 하는 것도 좋습니다.
- 2 문항은 논술형으로서, 제시된 자료를 활용하고 〈조건〉에 맞추어 쓰는 것이 중요하다고 설명합니다. 이때, 일반적인 일기예보와는 다르게 수학 용어나 식이 들어가는 것으로 작성할 수 있도록 합니다.
- 2 문항은 자신이 서술하기 편한 도시를 선택하여 작성하는 것으로서, 도시의 선택에도 어려움을 보이는 학생의 경우 시차가 적게 나는 도시인 베이징이나 시드니, 자카르타를 정하여 서술할 수 있도록 도움을 줄 수도 있습니다.
- 2 문항의 경우, 인터넷 보도나 직접 말하는 형태의 글 모두 뉴스가 될 수 있으므로 글만 포함시키거나, 글과 그림을 모두 포함시키는 것도 가능합니다.
- 2 문항의 경우, 모둠별로 뉴스를 보도하는 형태로 동영상으로 제작해보도록 하는 것도 가능합니다. 이 경우에는 논술형보다는 수행평가로 평가하는 것이 좀 더 바람직합니다.
- 2 문항의 경우, 자신이 정한 도시가 서로 다른 학생들 몇 명을 뽑아 자신이 작성한 글을 발표하는 시간을 가지는 것도 좋습니다. 이때, 오류가 있는 부분이 있다면 함께 수정할 수 있도록 하는 것도 좋습니다.

○·· 채점 기준

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="8">서
1</td><td rowspan="8">두 유리수의 뺄셈을
이용한 일교차 구하기</td><td rowspan="2">3점</td><td colspan="2">• 최저 기온이 영하인 도시들의 일교차를 뺄셈을 이용하여 모두 옳게 구하고(2점) 일교차가 가장 큰 도시를 말하고 그 이유를 설명한 경우(1점)</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 최저 기온이 영하인 도시는 모스크바, 서울, 베이징, 도쿄, 뉴욕이다.
각 도시의 일교차를 두 유리수의 뺄셈을 이용하여 구하면, 다음과 같다.
모스크바 $(-6)-(-12)=(-6)+(+12)=6(℃)$
서울 $2-(-6)=(+2)+(+6)=8(℃)$
베이징 $1.5-(-9.5)=(+1.5)+(+9.5)=11(℃)$
도쿄 $9-(-1)=9+(+1)=10(℃)$
뉴욕 $3.1-(-3.7)=3.1+(+3.7)=6.8(℃)$
일교차는 최고 기온에서 최저 기온을 뺀 값이므로 일교차가 가장 크다는 것은 뺄셈의 결과 그 값이 가장 큰 곳을 의미한다. 따라서 일교차가 가장 큰 도시는 베이징이다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">• 최저 기온이 영하인 도시들의 일교차를 뺄셈을 이용하여 모두 옳게 구한 경우
• 일교차가 가장 큰 도시를 말하였으나, 최저 기온이 영하인 도시들의 일교차를 뺄셈을 이용하여 일부만 옳게 구하여 그 이유를 설명한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 최저 기온이 영하인 도시는 모스크바, 서울, 베이징, 도쿄, 뉴욕이다.
각 도시의 일교차를 두 유리수의 뺄셈을 이용하여 구하면, 다음과 같다.
모스크바 $(-6)-(-12)=(-6)+(+12)=6(℃)$
서울 $2-(-6)=(+2)+(+6)=8(℃)$
베이징 $1.5-(-9.5)=(+1.5)+(+9.5)=11(℃)$
도쿄 $9-(-1)=9+(+1)=10(℃)$
뉴욕 $3.1-(-3.7)=3.1+(+3.7)=6.8(℃)$
• 최저 기온이 영하인 도시는 모스크바, 서울, 베이징, 도쿄, 뉴욕이다.
서울 $2-(-6)=(+2)+(+6)=8(℃)$
베이징 $1.5-(-9.5)=(+1.5)+(+9.5)=11(℃)$
도쿄 $9-(-1)=9+(+1)=10(℃)$
따라서 뺄셈의 결과 그 값이 가장 큰 베이징이 일교차가 가장 큰 도시이다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">• 최저 기온이 영하인 도시들의 일교차를 뺄셈을 이용하여 일부만 옳게 구한 경우
• 일교차가 가장 큰 도시를 말하고 나름대로 그 이유를 설명한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 모스크바 $(-6)-(-12)=(-6)+(+12)=6(℃)$
서울 $2-(-6)=(+2)+(+6)=8(℃)$
도쿄 $9-(-1)=9+(+1)=10(℃)$
• 최저 기온이 영하인 도시는 모스크바, 서울, 베이징, 도쿄, 뉴욕인데, 최저 기온과 최고 기온에 해당하는 값을 수직선 위에 표시하고 그 사이의 거리가 가장 큰 값을 찾으면 베이징이므로 일교차가 가장 큰 도시는 베이징이다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">• 그 외의 오답이나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 미작성</td></tr>
</table>

채점 기준(논술형2)

평가 요소	세부 평가 요소	척도/배점	기대 수행
정수와 유리수의 개념 이해	정수와 유리수 분류	2	기온으로 표시된 수를 정확한 수학 용어(정수, 유리수 등)을 사용하여 서술한 경우
		1	기온으로 표시된 수의 일부만 수학 용어를 사용하여 서술하였고, 일부는 용어가 아닌 설명으로 서술한 경우
		0	수학 용어를 사용하여 서술하지 못한 경우
정수와 유리수의 사칙계산 원리 이해 및 계산	시차를 구하고, 도시의 현재 시간 제시하기	2	자신이 정한 도시의 현재 시간을 제시하고, 시차를 정확하게 서술한 경우
		1	자신이 정한 도시의 현재 시간 또는 시차 둘 중의 하나만 정확하게 서술한 경우
		0	자신이 정한 도시의 현재 시간 또는 시차 어느 것도 서술하지 못한 경우
	일교차 구하기	2	식을 세워 일교차를 정확하게 서술한 경우
		1	식을 세우지는 못했지만, 일교차를 정확하게 서술한 경우
		0	식을 세우거나 일교차를 모두 서술하지 못한 경우
상황 비교	수나 상황 비교	1	자신이 정한 도시와 서울과의 기온이나 일교차 등을 비교하거나, 날씨의 상황을 비교하여 서술한 경우
		0	두 도시를 비교하여 서술하지 못한 경우

총체적 채점 기준(논술형2)

성취수준	자신이 정한기대 수행
A	기온으로 나타낸 수를 수학 용어인 양수와 음수, 정수와 유리수 등을 사용하여 정확하게 서술하였으며, 자신이 정한 도시의 현재 시간이나, 일교차 등을 식을 세워 구하는 과정과 그 값을 정확하게 서술하였습니다. 전반적으로 수학 용어나 식을 이용하여 값을 정확하게 서술하는 논리성이 돋보였으며, 자신이 구한 값이나 서술한 상황에 기반하여 두 도시를 정확하게 비교하여 완성도 높은 한 편의 일기예보를 작성하였습니다.
B	기온으로 나타낸 수를 수학 용어를 이용하여 서술하였으며, 자신이 정한 도시의 현재 시간이나 일교차 등을 구하는 과정을 서술하였으나, 값을 구하는 과정에서 오류가 보입니다. 시차를 구하기는 하였지만, 이를 이용하여 도시의 현재 시간이나 서울의 시간을 어떻게 추정할 수 있는지 파악하기에는 근거가 부족합니다. 또한, 두 도시를 비교하고 있으나 부분적으로 자신이 구한 값이나 날씨의 상황에 근거하지 않은 내용을 포함하고 있어 논리적인 뒷받침이 탄탄하다고 보기 어렵습니다. 전반적으로 수학 용어나 수학적 과정을 이용한 서술을 하고자 하였지만, 서술된 내용에 대한 논리적 근거가 부족합니다.
C	한 도시를 정하여 최저 기온이나 최저 기온 등 그림에서 파악할 수 있는 자료로 일기 예보를 서술하고 있으나, 일교차나 시차를 구하지 못하고 수학 용어의 사용이나 수학적 과정에 대한 근거가 매우 부족합니다. 또한, 두 도시를 비교하는 것도 어려움이 있어 한 편의 일기예보를 완성하지 못하였습니다.

>> 채점 시 유의점

- 1 문항은 평가하고자 하는 성취기준에 따라 최저 기온이 영하인 도시를 찾도록 하는 것에도 점수를 부여할 수 있습니다.
- 2 문항은 자신이 계산하기 편한 수를 선택하여 서술할 수 있도록 한 개방적인 문제의 형태이기 때문에 계산이 복잡하게 나오는 도시를 선택한 경우 풀이 과정에서 약간의 오류가 보이더라도 논술 흐름 상 알고 있음을 판단할 수 있으면 정답으로 인정하도록 합니다.
- 2 문항은 두 개의 성취기준을 측정하고 있으므로, 하나의 성취기준만 측정하고자 할 경우 정수와 유리수의 분류에는 점수를 부여하지 않도록 합니다.

○·· 예시 답안

문항	척도/배점	예시답안
서 1	3점	• 최저 기온이 영하인 도시는 모스크바, 서울, 베이징, 도쿄, 뉴욕이다. 각 도시의 일교차를 두 유리수의 뺄셈을 이용하여 구하면, 다음과 같다. 모스크바 $(-6)-(-12)=(-6)+(+12)=6(℃)$ 서울 $2-(-6)=(+2)+(+6)=8(℃)$ 베이징 $1.5-(-9.5)=(+1.5)+(+9.5)=11(℃)$ 도쿄 $9-(-1)=9+(+1)=10(℃)$ 뉴욕 $3.1-(-3.7)=3.1+(+3.7)=6.8(℃)$ 일교차는 최고 기온에서 최저 기온을 뺀 값이므로 일교차가 가장 크다는 것은 뺄셈의 결과 그 값이 가장 큰 곳을 의미한다. 따라서 일교차가 가장 큰 도시는 베이징이다.
	2점	• 최저 기온이 영하인 도시는 모스크바, 서울, 베이징, 도쿄, 뉴욕이다. 각 도시의 일교차를 두 유리수의 뺄셈을 이용하여 구하면, 다음과 같다. 모스크바 $(-6)-(-12)=(-6)+(+12)=6(℃)$ 서울 $2-(-6)=(+2)+(+6)=8(℃)$ 베이징 $1.5-(-9.5)=(+1.5)+(+9.5)=11(℃)$ 도쿄 $9-(-1)=9+(+1)=10(℃)$ 뉴욕 $3.1-(-3.7)=3.1+(+3.7)=6.8(℃)$
		• 최저 기온이 영하인 도시는 모스크바, 서울, 베이징, 도쿄, 뉴욕이다. 서울 $2-(-6)=(+2)+(+6)=8(℃)$ 베이징 $1.5-(-9.5)=(+1.5)+(+9.5)=11(℃)$ 도쿄 $9-(-1)=9+(+1)=10(℃)$ 따라서 뺄셈의 결과 그 값이 가장 큰 베이징이 일교차가 가장 큰 도시이다.
	1점	• 모스크바 $(-6)-(-12)=(-6)+(+12)=6(℃)$ • 서울 $2-(-6)=(+2)+(+6)=8(℃)$ • 도쿄 $9-(-1)=9+(+1)=10(℃)$
		• 최저 기온이 영하인 도시는 모스크바, 서울, 베이징, 도쿄, 뉴욕인데, 최저 기온과 최고 기온에 해당하는 값을 수직선 위에 표시하고 그 사이의 거리가 가장 큰 값을 찾으면 베이징이므로 일교차가 가장 큰 도시는 베이징이다.
	0점	• 미작성

문항	예시답안
논 2	**일기예보** 도시: 파리　　시간: 오전 8시 안녕하세요? 파리의 오늘 일기 예보를 말씀드리겠습니다. 오늘의 기온은 정수가 아닌 유리수로 말씀드리려고 합니다. 오늘 최저 기온은 $2.5℃$, 최고 기온은 $6.9℃$로 영상의 기온이 되겠습니다. 일교차는 최고 기온에서 최저 기온을 뺀 $6.9-2.5=4.4(℃)$로, 일교차가 그리 크지는 않겠습니다. 아시아에 있는 서울은 파리를 기준으로 시차가 $+7$시간이므로 현재 서울의 시간은 $8+(+7)=15$로 오후 3시입니다. 서울의 기온도 함께 말씀드리겠습니다. 서울의 최저 기온은 $-6℃$, 최고 기온은 $2℃$이며, 일교차는 최고 기온에서 최저 기온을 뺀 $2-(-6)=8(℃)$로, 파리보다는 일교차가 크겠습니다. 서울에 살고 계시는 지인분들께 많이 추우니 따뜻하게 입고 나갈 수 있도록 안부 문자 드리는 것도 좋을 것 같습니다. 오늘의 일기예보를 마치겠습니다. 파리에서 OOO기자였습니다.

○·· 평가에 따른 피드백

수준	피드백
상	• 유리수의 뺄셈의 원리를 이해하고, 이를 이용하여 조건에 맞는 도시의 일교차를 구하고 그 값을 바탕으로 일교차가 가장 큰 도시를 찾을 수 있습니다. • 수학 용어와 수학적 과정을 이용하여 일교차나 시차 등을 서술하는 논리성이 돋보였으며, 이에 기반하여 두 도시를 정확하게 비교하여 주어진 조건에 맞는 완성도 높은 일기예보를 작성하였습니다.
중	• 유리수의 뺄셈의 원리를 이해하고, 이를 이용하여 조건에 맞는 일부 도시의 일교차를 구하고 그 값을 바탕으로 일교차가 가장 큰 도시를 찾을 수 있습니다. • 수학 용어와 수학적 과정을 이용하여 일교차나 시차 등을 서술하는 데 약간의 오류가 보이며, 두 도시를 비교하는 과정에서 근거가 뒷받침되지 않는 설명을 포함하고 있어 논리적 근거가 약간 부족한 일기예보를 작성한 것이 다소 아쉽습니다. 어떠한 논리적 주장을 할 때, 수학적 과정이나 용어를 사용한 근거를 제시하는 연습을 많이 해보는 것이 필요합니다.
하	• 유리수의 뺄셈의 원리를 정확하게 이해하지 못하였으며, 도시의 일교차를 구하는 데 어려움이 있어 보입니다. 교과서에 제시된 두 유리수의 뺄셈에 관한 문제를 풀어보며 원리를 파악한 후에, 일교차를 구하는 뺄셈의 순서에 맞게 그 값을 구해보는 것이 필요합니다. • 한 도시를 정하여 그림에서 파악할 수 있는 기온에 대한 설명을 하고 있으나, 일교차나 시차를 구하지 못하고 수학 용어나 수학적 과정을 이용하는 데 어려움이 보입니다. 어떠한 상황이 주어진 문제를 해결하기 위해서는 식을 세우는 연습과 이를 계산해보는 연습을 하는 것이 많은 도움이 됩니다.

≫ 피드백 작성 시 유의점

- 1 문항의 경우 일교차가 가장 큰 도시를 언급하고 그 값만 찾은 경우에는 여러 개의 값을 비교하는 수학적 계산 결과가 논리적 근거가 됨을 피드백해주는 것이 학습에 도움이 될 것입니다.
- 2 문항의 경우 일기예보의 완성 여부보다는 수학 용어나 수학적 과정에 기반하여 일교차, 시차 등의 서술을 할 수 있는 지에 따라 피드백해주는 것이 좀 더 바람직합니다.
- 문항별로 상, 중, 하가 다를 수 있기 때문에 1, 2문항을 각각 나누어 피드백을 상, 중, 하로 기술하였습니다. 문항별로 학생들의 성취도에 따른 내용을 조합하여 피드백 합니다.
- 실제 서·논술형 과제를 실행하고 학생에게 피드백을 줄 때는 학생이 작성한 답안의 구체적인 문장이나 표현을 인용하면서 채점 기준에 근거해 잘 작성된 부분을 칭찬하는 것이 좋습니다. 또한, 부족한 부분에 대해서는 반드시 포함되어야 하는 표현이 무엇인지를 명확히 알려주어 이를 발판삼아 수정된 답안을 작성해볼 수 있도록 독려합니다.

평가 문항 3(서술형)

다음을 보고, 물음에 답하시오. (11점)

1. $-2, \frac{5}{4}, 4$**의 세 개의 수가 있다. 〈서술 조건〉을 활용하여 다음 식의 결과가 가장 큰 값이 되도록 주어진 수를 이용하여 식을 세우고, 그 값을 구하시오. (4점)**

$$\boxed{(ㄱ)} \times \boxed{(ㄴ)} - \boxed{(ㄷ)}$$

〈서술 조건〉

- 가장 큰 값이 나오는 식을 만들기 위해 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ) 중에 먼저 결정되어지는 수를 말하고, 그 이유를 설명하시오. (2점)
- 식의 결과가 가장 큰 값이 되도록 하는 식을 세우고, 그 값을 구하시오. (2점)

2. 〈서술 조건〉을 활용하여 다음 네 학생의 설명이 항상 옳은지 옳지 않은지 판단하고, 옳지 않은 경우 항상 옳은 설명이 되도록 조건을 추가하여 보시오. (7점)

민지

$(-2)+(+5)=+3$ 이므로 (음수)+(양수)는 항상 양수가 돼.

수현

$(+2)-(+3)=-1$ 이므로 (양수)-(양수)는 항상 음수가 돼.

은영

$(-2)-(-3)=+1$ 이므로 (음수)-(음수)는 항상 양수가 돼.

태림

$(-2)-(+1)=-3$ 이므로 (음수)-(양수)는 항상 음수가 돼.

〈서술 조건〉

- 네 학생의 설명이 항상 옳은지 옳지 않은지 판단하고, 자신의 생각을 뒷받침하는 예를 들거나 근거를 들어 설명하시오. (4점)
- 옳지 않은 경우, 항상 옳은 설명이 되도록 조건을 추가하시오. (3점)

» 활용 Tip !

- 1 문항의 경우, 식의 결과가 가장 작은 값이 되도록 문항을 바꾸어 제시할 수 있습니다.
- 1 문항의 경우, 평가하고자 하는 성취기준의 내용에 따라 곱셈 대신에 뺄셈으로 바꾸어 제시할 수도 있습니다.
- 1 문항의 경우, 학생들의 수준에 따라 정수만 제시할 수도 있으며, 제시되는 수의 개수를 늘려서 제시할 수도 있습니다.
- 2 문항의 경우, 항상 옳은 설명이 되도록 하기 위해 추가해야 하는 조건을 수학 용어를 사용할 수 있도록 안내합니다.
- 2문항의 경우, 주어진 식이 그대로 유지되도록 하기 위하여 제시되는 양수나 음수에 추가해야 할 조건을 작성하도록 안내합니다.

○·· 채점 기준

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th colspan="2">척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="10">서
1</td><td rowspan="10">정수와 유리수의 혼합 계산에서 조건에 맞는 식 세우고, 값 구하기</td><td colspan="2" rowspan="2">4점</td><td colspan="2">• (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)중에 먼저 결정되어지는 수를 말하고 그 이유를 설명하였으며, 식을 세우고 그 값을 옳게 구한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 식의 결과가 가장 큰 값이 되기 위해서는 음수를 빼어 양수로 만들면 되므로, (ㄷ)에 들어갈 수는 -2이다. (ㄱ), (ㄴ)에 들어갈 수는 각각 $\frac{5}{4}$, 4이므로 식을 세우면 $\boxed{\frac{5}{4}} \times \boxed{4} - \boxed{(-2)}$이고, 이를 계산하면 $5-(-2)=5+2=7$이 된다.</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">3점</td><td colspan="2">• (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)중에 먼저 결정되어지는 수를 말하였으나, 그 이유를 설명하지 못하고 식을 세워 그 값을 옳게 구한 경우
• (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)중에 먼저 결정되어지는 수를 말하고 그 이유를 설명하였으며, 식만 옳게 세운 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• (ㄷ)에 들어갈 수는 -2이다. (ㄱ), (ㄴ)에 들어갈 수는 각각 $\frac{5}{4}$, 4이므로 식을 세우면, $\boxed{\frac{5}{4}} \times \boxed{4} - \boxed{(-2)}$이고, 이를 계산하면, $5-(-2)=5+2=7$이 된다.
• 식의 결과가 가장 큰 값이 되기 위해서는 음수를 빼어 양수로 만들면 되므로, (ㄷ)에 들어갈 수는 -2이다. (ㄱ), (ㄴ)에 들어갈 수는 각각 $\frac{5}{4}$, 4이므로 식을 세우면, $\boxed{\frac{5}{4}} \times \boxed{4} - \boxed{(-2)}$이다.</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">2점</td><td colspan="2">• (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)중에 먼저 결정되어지는 수를 말하고, 그 이유를 설명한 경우
• 식을 세우고, 그 값을 옳게 구한 경우
• (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)중에 먼저 결정되어지는 수를 말하고, 식만 옳게 세운 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 식의 결과가 가장 큰 값이 되기 위해서는 음수를 빼어 양수로 만들면 되므로, (ㄷ)에 들어갈 수는 -2이다.
• 가장 큰 값이 되기 위한 식을 세우면 $\boxed{\frac{5}{4}} \times \boxed{4} - \boxed{(-2)}$이고, 이를 계산하면 $5-(-2)=5+2=7$이 된다.
• (ㄷ)에 들어갈 수는 -2이고, 가장 큰 값이 되기 위한 식을 세우면 $\boxed{\frac{5}{4}} \times \boxed{4} - \boxed{(-2)}$이다.</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">1점</td><td colspan="2">• (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)중에 먼저 결정되어지는 수만 말한 경우
• 식만 세운 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• (ㄷ)에 들어갈 수는 -2이다.
• 가장 큰 값이 되기 위한 식을 세우면 $\boxed{\frac{5}{4}} \times \boxed{4} - \boxed{(-2)}$이다.</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">0점</td><td colspan="2">• 어느 것도 올바르게 서술하지 못하거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 미작성</td></tr>
<tr><td rowspan="2">서
2</td><td rowspan="2">정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈의 성질 설명하기</td><td rowspan="2">4
점</td><td rowspan="2">4
점</td><td colspan="2">• 4가지 내용에 대해 옳은지 옳지 않은지 근거를 들어 설명한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 민지의 경우 $(-3)+(+2)=-1$이므로 항상 옳은 것은 아니다.
• 수현의 경우 $(+2)-(+1)=+1$ 이므로 항상 옳은 것은 아니다.
• 은영의 경우 $(-2)-(-1)=-1$이므로 항상 옳은 것은 아니다.
• 태림의 경우 (음수)-(양수)=(음수)+(음수)로 계산할 수 있으므로 음수가 되어 항상 옳다.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th colspan="2">척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="16"></td><td rowspan="16"></td><td rowspan="8"></td><td rowspan="2">3
점</td><td colspan="2">• 3가지 내용에 대해 옳은지 옳지 않은지 근거를 들어 설명한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 민지의 경우 $(-3)+(+2)=-1$이므로 항상 옳은 것은 아니다.
• 수현의 경우 $(+2)-(+1)=+1$ 이므로 항상 옳은 것은 아니다.
• 은영의 경우 $(-2)-(-1)=-1$이므로 항상 옳은 것은 아니다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2
점</td><td colspan="2">• 2가지 내용에 대해 옳은지 옳지 않은지 근거를 들어 설명한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 민지의 경우 $(-3)+(+2)=-1$이므로 항상 옳은 것은 아니다.
• 수현의 경우 $(+2)-(+1)=+1$ 이므로 항상 옳은 것은 아니다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1
점</td><td colspan="2">• 1가지 내용에 대해 옳은지 옳지 않은지 근거를 들어 설명한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 민지의 경우 $(-3)+(+2)=-1$이므로 항상 옳은 것은 아니다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0
점</td><td colspan="2">• 어느 것도 올바르게 서술하지 못하거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 미작성</td></tr>
<tr><td rowspan="8">3
점</td><td rowspan="2">3
점</td><td colspan="2">• 옳지 않은 3가지 경우에 대해 항상 옳은 설명이 되도록 조건을 추가한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 민지의 경우 항상 옳은 설명이 되도록 하기 위해서는 음수의 절댓값이 양수의 절댓값보다 작으면 된다.
• 수현의 경우 항상 옳은 설명이 되도록 하기 위해서는 빼는 수의 절댓값이 빼지는 수의 절댓값보다 크면 된다.
• 은영의 경우 항상 옳은 설명이 되도록 하기 위해서는 빼지는 수의 절댓값이 빼는 수는 절댓값보다 작으면 된다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2
점</td><td colspan="2">• 옳지 않은 2가지 경우에 대해 항상 옳은 설명이 되도록 조건을 추가한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 민지의 경우 항상 옳은 설명이 되도록 하기 위해서는 음수의 절댓값이 양수의 절댓값보다 작으면 된다.
• 수현의 경우 항상 옳은 설명이 되도록 하기 위해서는 빼는 수의 절댓값이 빼지는 수의 절댓값보다 크면 된다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1
점</td><td colspan="2">• 옳지 않은 1가지 경우에 대해 항상 옳은 설명이 되도록 조건을 추가한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 수현의 경우 항상 옳은 설명이 되도록 하기 위해서는 빼는 수의 절댓값이 빼지는 수의 절댓값보다 크면 된다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0
점</td><td colspan="2">• 어느 것도 올바르게 서술하지 못하거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 미작성</td></tr>
</table>

>> 채점 시 유의점

- 1 문항은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ) 중에 먼저 결정되어지는 수 말하기 1점, 그 이유 설명하기 1점, 식 세우기 1점, 값 구하기 1점으로 각각 1점 단위로 나누어 채점할 수 있습니다.
- 2 문항은 주어진 네 학생의 설명이 항상 옳은지 옳지 않은지 근거를 들어 설명하는 것을 각각 1점씩, 옳지 않은 경우 항상 옳은 설명이 되도록 조건을 추가하는 것을 각각 1점으로 1점 단위로 나누어 채점하도록 합니다.

○·· 예시 답안

문항	척도/배점	예시답안
서 1	4점	• 식의 결과가 가장 큰 값이 되기 위해서는 음수를 빼어 양수로 만들면 되므로, (ㄷ)에 들어갈 수는 -2이다. (ㄱ), (ㄴ)에 들어갈 수는 각각 $\frac{5}{4}$, 4이므로 식을 세우면 $\boxed{\frac{5}{4}}\times\boxed{4}-\boxed{(-2)}$이고, 이를 계산하면 $5-(-2)=5+2=7$이 된다.
	3점	• (ㄷ)에 들어갈 수는 -2이다. (ㄱ), (ㄴ)에 들어갈 수는 각각 $\frac{5}{4}$, 4이므로 식을 세우면, $\boxed{\frac{5}{4}}\times\boxed{4}-\boxed{(-2)}$이고, 이를 계산하면, $5-(-2)=5+2=7$이 된다.
		• 식의 결과가 가장 큰 값이 되기 위해서는 음수를 빼어 양수로 만들면 되므로, (ㄷ)에 들어갈 수는 -2이다. (ㄱ), (ㄴ)에 들어갈 수는 각각 $\frac{5}{4}$, 4이므로 식을 세우면, $\boxed{\frac{5}{4}}\times\boxed{4}-\boxed{(-2)}$이다.
	2점	• 식의 결과가 가장 큰 값이 되기 위해서는 음수를 빼어 양수로 만들면 되므로, (ㄷ)에 들어갈 수는 -2이다.
		• 가장 큰 값이 되기 위한 식을 세우면 $\boxed{\frac{5}{4}}\times\boxed{4}-\boxed{(-2)}$이고, 이를 계산하면 $5-(-2)=5+2=7$이 된다.
		• (ㄷ)에 들어갈 수는 -2이고, 가장 큰 값이 되기 위한 식을 세우면 $\boxed{\frac{5}{4}}\times\boxed{4}-\boxed{(-2)}$이다.
	1점	• (ㄷ)에 들어갈 수는 -2이다.
		• 가장 큰 값이 되기 위한 식을 세우면 $\boxed{\frac{5}{4}}\times\boxed{4}-\boxed{(-2)}$이다.
	0점	• 미작성
서 2	7점 / 4점 (각 1점)	• 민지의 경우 $(-3)+(+2)=-1$이므로 항상 옳은 것은 아니다. • 수현의 경우 $(+2)-(+1)=+1$ 이므로 항상 옳은 것은 아니다. • 은영의 경우 $(-2)-(-1)=-1$이므로 항상 옳은 것은 아니다. • 태림의 경우 (음수)−(양수)=(음수)+(음수)로 계산할 수 있으므로 음수가 되어 항상 옳다.
	7점 / 3점 (각 1점)	• 민지의 경우 항상 옳은 설명이 되도록 하기 위해서는 음수의 절댓값이 양수의 절댓값보다 작으면 된다. • 수현의 경우 항상 옳은 설명이 되도록 하기 위해서는 빼는 수의 절댓값이 빼지는 수의 절댓값보다 크면 된다. • 은영의 경우 항상 옳은 설명이 되도록 하기 위해서는 빼지는 수의 절댓값이 빼는 수는 절댓값보다 작으면 된다.
	0점	• 미작성

○·· 평가에 따른 피드백

수준	피드백
상	• 정수와 유리수의 사칙 계산의 원리를 이해하여 식의 값이 가장 큰 값이 되도록 하기 위한 전략을 세워 조건에 맞는 식을 세워 정수와 유리수의 사칙계산을 정확하게 할 수 있습니다. • 정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈의 원리에 근거하여 주어진 내용이 옳은지 옳지 않은지 판단할 수 있으며, 주어진 설명이 항상 참이 되도록 하기 위해 절댓값 용어를 사용하여 조건을 추가할 수도 있습니다.
중	• 정수와 유리수의 사칙 계산의 원리를 어느 정도 이해하여 식의 값이 가장 큰 값이 되도록 하기 위한 식을 세워 정수와 유리수의 사칙계산을 할 수 있습니다. 중간에 보이는 계산 실수는 정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈, 곱셈과 나눗셈의 부호를 정하는 과정에서 보이는 실수로 각각의 경우를 좀 더 구분지어 계산하는 연습을 하면 좀 더 정확한 계산을 하는 데 도움이 될 것입니다. • 정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈의 원리에 근거하여 주어진 내용이 옳은지 옳지 않은지 판단할 수 있으나 주어진 설명이 항상 참이 되도록 하기 위한 조건을 추가하는 데에는 어려움을 보입니다. 설명이 옳지 않은 예를 들었던 것을 바탕으로 몇 가지 예를 더 찾아 설명이 옳은 것과 옳지 않은 예들의 공통된 특징으로부터 조건으로 어떻게 포함시킬 수 있는지 생각해보면 항상 참이 되는 설명을 만들 수 있을 것입니다.
하	• 주어진 조건에 맞는 식을 세우기 위해 노력하는 모습이 보였습니다. 그러나 정수와 유리수의 사칙 계산의 원리를 이해하는 데 어려움이 있으며, 주어진 세 수를 이용하여 식을 여러 가지로 세워보았으나, 이를 계산하는 과정에서 오류가 있어 답을 이끌어내지 못함이 아쉽습니다. 정수의 계산을 반복해서 먼저 풀어보고, 정수의 계산이 익숙해지면 유리수의 계산을 풀어봄으로서 정수와 유리수의 사칙 계산의 원리를 이해하여 식을 계산하는 데 많은 도움이 될 것입니다. • 일반화된 진술이 옳은지 옳지 않은지 판단하는 데 어려움을 보였지만, 이는 구체적인 수가 주어진 다양한 식의 계산을 해봄으로써 공통된 특징을 찾아보는 분류활동을 해보는 과정을 통해 어려움이 해결될 것으로 보입니다.

›› 피드백 작성 시 유의점

- 1 문항의 경우, 정수와 유리수의 사칙계산의 원리를 이해하고 전략을 찾을 수 있는지, 주어진 수를 이용한 조건에 맞는 식을 찾아 계산할 수 있는지 두 가지로 나누어 피드백 합니다.
- 1 문항의 경우, 식은 세웠으나 값을 구하지 못하는 경우 교과서의 계산 부분의 쪽수를 안내하며 반복된 계산 연습을 할 수 있도록 피드백 해주는 것이 학습에 도움이 될 것입니다.
- 2 문항의 경우, 옳은 것과 옳지 않은 설명을 찾기 위해 예시를 제시할 수 있는지와 항상 참인 설명이 되도록 하기 위한 조건을 제기할 수 있는지 두 가지로 나누어 피드백 합니다.
- 2 문항의 경우, 옳지 않은 예를 찾을 때 꼭 식으로 제시할 것이 아니라 수직선이나 다양한 방법을 이용하여 제시하였을 경우, 유창성에 대한 피드백을 해주는 것도 좋습니다.
- 문항별로 상, 중, 하가 다를 수 있기 때문에 1, 2문항을 각각 나누어 피드백을 상, 중, 하로 기술하였습니다. 문항별로 학생들의 성취도에 따른 내용을 조합하여 피드백 합니다.
- 실제 서술형 과제를 실행하고 학생에게 피드백을 줄 때는 학생이 작성한 답안의 구체적인 문장이나 표현을 인용하면서 채점 기준에 근거해 잘 작성된 부분을 칭찬하는 것이 좋습니다. 또한, 부족한 부분에 대해서는 반드시 포함되어야 하는 표현이 무엇인지를 명확히 알려주어 이를 발판삼아 수정된 답안을 작성해볼 수 있도록 독려합니다.

4. 서·논술 문항의 지필평가 적용

○·· 지필평가 적용을 위한 Tip

평가문항 1-2와 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가문항 1의 2문항의 경우, 자신만의 기준을 세워 수를 분류해보도록 하였습니다. 지필평가에서는 기준을 제시하고 제시된 기준에 맞게 수를 분류하고 그 이유를 설명하는 형태로 변형하여 제시할 수 있습니다.
- 평가문항 1의 2문항의 채점기준은 나누어진 기준별로 수를 정확하게 분류했을 경우 각각 1점씩, 분류한 이유를 제대로 설명했을 경우 각각 1점씩 배점 부여하여 총 6점을 부여할 수 있다.
- 지필평가 문항과 채점기준의 예시는 다음과 같습니다.

서술형

다음 수를 주어진 기준에 따라 분류하고, 그렇게 분류한 이유를 설명하시오.

$$+3,\quad -2,\quad \frac{2}{5},\quad -\frac{9}{2},\quad 0,\quad -3.8$$

(1) 정수

(2) 음수

(3) 정수가 아닌 유리수

평가 요소	척도/배점		기대 수행
주어진 기준에 따라 수 분류하기	(1) 2점	2점	• 정수에 해당하는 수를 제대로 분류하고 그렇게 분류한 이유를 옳게 설명한 경우
		1점	• 정수에 해당하는 수를 제대로 분류한 경우 • 정수에 해당하는 수의 특징을 옳게 설명한 경우
		0점	• 그 외의 오답
	(2) 2점	2점	• 음수에 해당하는 수를 제대로 분류하고 그렇게 분류한 이유를 옳게 설명한 경우
		1점	• 음수에 해당하는 수를 제대로 분류한 경우 • 음수에 해당하는 수의 특징을 옳게 설명한 경우
		0점	• 그 외의 오답
	(3) 2점	2점	• 정수가 아닌 유리수에 해당하는 수를 제대로 분류하고 그렇게 분류한 이유를 옳게 설명한 경우
		1점	• 정수가 아닌 유리수에 해당하는 수를 제대로 분류한 경우 • 정수가 아닌 유리수에 해당하는 수의 특징을 옳게 설명한 경우
		0점	• 그 외의 오답

평가문항 2-1과 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가문항 2의 1문항의 경우, 최저 기온이 음수이고 최고 기온이 음수 또는 양수인 경우를 찾아 일교차를 구하도록 하였습니다. 지필평가에서는 최저 기온과 최고 기온이 둘 다 양수, 음수와 양수, 둘 다 음수인 세 가지 상황을 직접적으로 제시하여 일교차를 구한 후에 일교차가 가장 큰 도시를 구하도록 할 수 있습니다.
- 평가문항 2의 1문항의 채점기준은 3가지 상황의 각 상황별로 일교차를 구하는 과정을 제시하여 일교차를 구한 경우 각 1점, 일교차가 가장 큰 도시를 구한 경우 1점으로 총 4점을 부여할 수 있습니다.
- 지필평가 문항과 채점기준의 예시는 다음과 같습니다.

서술형

다음은 어느 날 세계 도시의 최저 기온과 최고 기온을 나타낸 것이다. 각 도시의 일교차를 뺄셈을 이용하여 모두 구하고, 일교차가 가장 큰 도시를 말하시오.

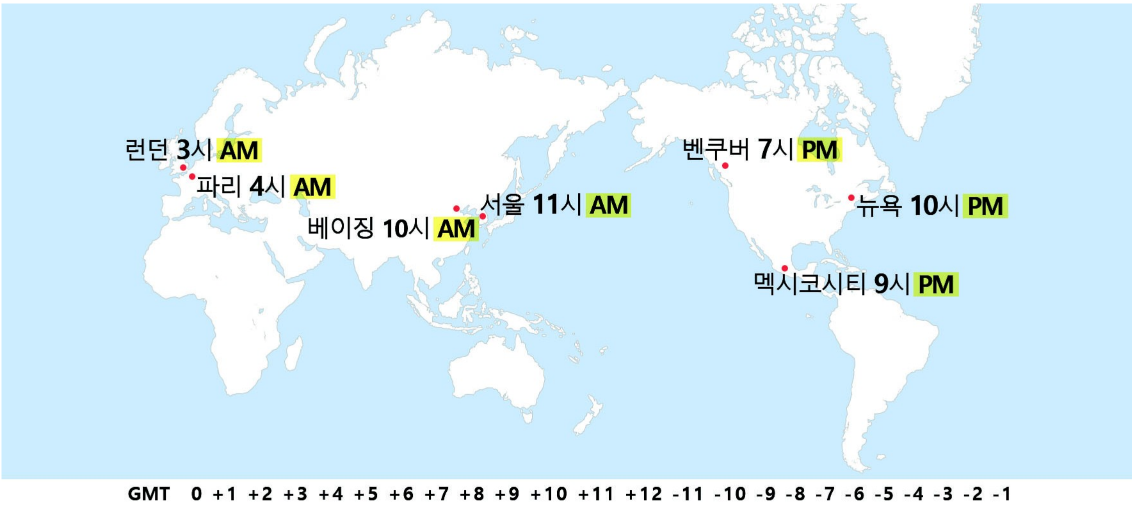
	최저 기온	최고 기온
런던	3℃	8℃
모스크바	−12℃	−6℃
서울	−6℃	2℃

평가 요소	척도/배점	기대 수행
두 유리수의 뺄셈을 이용한 일교차 구하기	4점	• 3개의 도시의 일교차를 뺄셈을 이용하여 모두 정확하게 구하였으며, 일교차가 가장 큰 도시를 말한 경우
	3점	• 3개의 도시의 일교차를 뺄셈을 이용하여 모두 정확하게 구한 경우 • 2개의 도시의 일교차를 뺄셈을 이용하여 정확하게 구하였으며, 일교차가 가장 큰 도시를 말한 경우
	2점	• 2개의 도시의 일교차를 뺄셈을 이용하여 모두 정확하게 구한 경우 • 1개의 도시의 일교차를 뺄셈을 이용하여 정확하게 구하였으며, 일교차가 가장 큰 도시를 말한 경우
	1점	• 1개의 도시의 일교차를 뺄셈을 이용하여 모두 정확하게 구한 경우 • 일교차가 가장 큰 도시를 말한 경우
	0점	• 그 외의 오답

평가문항 2-2와 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가문항2의 2문항의 경우, 일교차와 시차를 구하도록 하고 조건에 맞는 논술형 문항으로 제시하였습니다. 지필평가에서 (나)의 그림에서 몇 개의 도시만 주고, 각 도시의 시차를 구하는 과정을 설명하고 그 값을 구해보도록 하는 것으로 서술형 문항으로 변형하여 제시할 수 있습니다.
- 평가문항 2의 2문항의 채점 기준은 서울을 기준으로 도시의 시차를 구한 경우 각각 1점씩 배점 부여하여 총 6점을 부여할 수 있다.
- 지필평가 문항과 채점기준의 예시는 다음과 같습니다.

서술형 **그림은 서울을 기준으로 세계 여러 도시의 시각을 나타낸 것이다. 물음에 답하시오.**



1. 세계 각 지역의 시간 차이를 시차라고 한다. 서울을 기준으로 세계 여러 도시의 시차를 구하는 과정을 서술하고 표를 채우시오.

도시	런던	파리	베이징	서울	벤쿠버	멕시코시티	뉴욕
시차(시간)				0			

평가 요소	척도/ 배점	기대 수행
두 유리수의 뺄셈을 이용한 시차구하기	6점	6개 도시에 대해 시차를 구하는 과정을 서술하고, 시차를 옳게 구한 경우
	5점	5개 도시에 대해 시차를 구하는 과정을 서술하고, 시차를 옳게 구한 경우
	4점	4개 도시에 대해 시차를 구하는 과정을 서술하고, 시차를 옳게 구한 경우
	3점	3개 도시에 대해 시차를 구하는 과정을 서술하고, 시차를 옳게 구한 경우
	2점	2개 도시에 대해 시차를 구하는 과정을 서술하고, 시차를 옳게 구한 경우
	1점	1개 도시에 대해 시차를 구하는 과정을 서술하고, 시차를 옳게 구한 경우
	0점	그 외의 오답

평가문항 3-2와 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가문항3의 2문항의 경우, 덧셈과 뺄셈의 성질을 설명할 수 있도록 서술형 문항으로 제시하였습니다. 제시된 4개의 상황을 서술하기 위한 시간이 많이 걸리기 때문에, 지필평가에서는 항상 옳은 것과 옳지 않은 두 가지 상황만 제시하고 서술해 보도록 하는 것으로 변형하여 제시할 수 있습니다.
- 평가문항 3의 2문항의 채점 기준은 주어진 설명이 옳은지 옳지 않은지 예를 들거나 근거를 들어 설명한 경우 2점, 옳지 않은 경우 항상 옳은 설명이 되도록 조건을 추가한 경우 1점으로 총 3점을 부여할 수 있습니다.
- 지필평가 문항과 채점기준의 예시는 다음과 같습니다.

서술형

다음 설명이 항상 옳은지 옳지 않은지 예를 들거나는 근거를 들어 판단하고, 옳지 않은 경우 항상 옳은 설명이 되도록 조건을 추가하여 보시오.

은영

$(-2)-(-3)=+1$
이므로
(음수)-(음수)는
항상 양수가 돼.

태림

$(-2)-(+1)=-3$
이므로
(음수)-(양수)는
항상 음수가 돼.

평가 요소	척도/배점	기대 수행
정수와 유리수의 뺄셈의 성질 설명하기	3점	• 2가지 상황 모두 옳은지 옳지 않은지 근거를 들어 설명하고, 옳지 않은 경우 항상 옳은 설명이 되도록 조건을 추가한 경우
	2점	• 2가지 상황 모두 옳은지 옳지 않은지 근거를 들어 설명한 경우 • 1가지 상황에 대해 옳은지 옳지 않은지 근거를 들어 설명하고, 옳지 않은 경우 항상 옳은 설명이 되도록 조건을 추가한 경우
	1점	• 1가지 상황에 대해 옳은지 옳지 않은지 근거를 들어 설명한 경우 • 옳지 않은 경우 항상 옳은 설명이 되도록 조건을 추가한 경우
	0점	• 그 외의 오답

서·논술형

평가도구 자료집

02

그래프 해석과 정비례, 반비례 관계

02

그래프 해석과 정비례, 반비례 관계

1. 과제 개요

<table>
<tr><td>학교급</td><td>중학교</td><td>학년/학년군</td><td colspan="2">1학년/1~3학년군</td></tr>
<tr><td>교과군</td><td>수학</td><td>과목명</td><td colspan="2">수학</td></tr>
<tr><td>과제명</td><td colspan="4">그래프 해석과 정비례, 반비례 관계</td></tr>
<tr><td rowspan="6">성취기준 및 평가기준</td><td rowspan="3">[9수03-02] 다양한 상황을 그래프로 나타내고, 주어진 그래프를 해석할 수 있다.</td><td>상</td><td colspan="2">다양한 상황을 그래프로 나타낼 수 있고, 그래프를 해석할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>중</td><td colspan="2">표를 그래프로 나타낼 수 있고, 그래프를 해석할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>하</td><td colspan="2">간단한 그래프를 해석할 수 있다.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">[9수03-03] 정비례, 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다.</td><td>상</td><td colspan="2">실생활에서 정비례, 반비례 관계인 예를 제시할 수 있고, 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다.</td></tr>
<tr><td>중</td><td colspan="2">정비례, 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다.</td></tr>
<tr><td>하</td><td colspan="2">정비례, 반비례 관계를 직관적으로 이해하고 두 관계의 차이점을 알 수 있다.</td></tr>
<tr><td>교과 역량</td><td colspan="4">의사소통, 추론, 정보처리, 태도 및 실천</td></tr>
<tr><td>출제 의도</td><td colspan="4">기사나 보고서 등 우리 생활 주변에서 여러 가지 상황이나 자료를 분석하여 그 변화나 상태를 한 눈에 알아보기 위해 두 변수 사이의 관계를 그래프로 시각화하여 나타내는 경우가 많다. 따라서 일상생활에서 그래프로 나타내고, 그래프를 해석하는 것은 매우 중요하다. 특히, 우리가 교과서에서 다루는 전형적인 그래프의 해석은 주로 수치를 찾도록 하는 수학적 분석에 머물러있다. 그러나 실생활에서 그래프의 해석에는 객관적 자료 분석에 더해 자료의 맥락에 따른 해석이 필요하므로 이를 경험해보고자 그래프를 주고 선녀와 나무꾼에서 사슴의 상황을 이야기로 만들어보도록 하였다. 또한, 실생활에서 정비례, 반비례 관계가 다양하게 사용되는 상황을 살펴봄으로서 익숙한 상황에서 그 의미를 이해하고 식을 세워보도록 하였다. 정비례 관계와 반비례 관계의 그래프를 그릴 때에는 자신이 정한 식에서 x와 y사이의 관계를 파악해 그래프를 그려보고, 학생들마다 같게 또는 다르게 그린 그래프를 바탕으로 그 특징을 추론해 가는 과정을 통해 그래프를 그리는 과정과 그 의미를 좀 더 명확하게 이해할 수 있을 것으로 보인다.
또한 수학 교과 역량 중 의사소통은 ‘수학 지식이나 아이디어, 수학적 활동의 결과, 문제 해결 과정, 신념과 태도 등을 말이나 글, 그림, 기호로 표현하고 다른 사람의 아이디어를 이해하는 능력’을 의미하므로 식을 세우고 그래프를 그리는 등 좌표평면과 그래프 거의 전반에 관련되어 있다고 판단하였다. 더불어, 추론은 ‘수학적 사실을 추측하고 논리적으로 분석하고 정당화하며 그 과정을 반성하는 능력’, 정보처리는 ‘다양한 자료와 정보를 수집, 정리, 분석, 활용하고 적절한 공학적 도구나 교구를 선택. 이용하여 자료와 정보를 효과적으로 처리하는 능력’, 태도 및 실천은 ‘수학의 가치를 인식하고 자주적 수학 학습 태도와 민주 시민의식을 갖추어 실천하는 능력’ 을 의미하므로, 본 평가 문항을 시행함에 있어 의사소통, 추론, 정보처리, 태도 및 실천 역량과 관련된다고 판단하였다.</td></tr>
</table>

서·논술형 평가 문항	교과 영역 / 역량	평가 요소
평가 문항 1 (논술형)	그래프의 해석/ 의사소통, 정보처리, 태도 및 실천	• 주어진 그래프를 해석하여 ‘선녀와 나무꾼’ 이야기 완성하기
평가 문항 2 (서술형)	정비례, 반비례 관계 이해하기/ 의사소통, 태도 및 실천	• 정비례 관계와 반비례 관계의 의미 이해하여 판단하기 • 실생활 속 정비례 관계와 반비례 관계 예 제시하고, 식으로 나타내기
평가 문항 3 (서술형)	정비례 관계의 그래프 그리고, 특징 찾기/ 의사소통, 추론	• 정비례 관계의 그래프 그리기 • 정비례 관계의 그래프 특징 설명하기

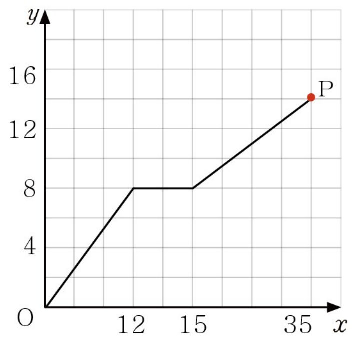
2. 교수·학습 활동 및 평가 계획

학습단계	학습 목표 (교과역량)	교수학습 활동	평가 문항	방법
1~3차시	다양한 상황을 그래프로 나타내고, 주어진 그래프를 해석할 수 있다. (의사소통, 정보처리, 태도 및 실천)	[준비학습, 전체] EBSMath '그래프는 네가 한 일을 알고 있다' 영상을 통한 그래프 탐색 [교사] 그래프의 의미 설명하기 [학생(모둠 혹은 학급 전체)] • 상황과 그래프 카드를 각각 주고, 알맞은 카드끼리 짝을 짓도록 하는 모둠별 게임 진행 • 모둠별로 주어진 그래프를 보고 정해진 시간 내에 릴레이로 한 사람씩 이야기를 만들어 완성하기 [학생(개인)] • 주어진 내용을 보고 그래프 그리기 • 주어진 그래프를 보고 해석하기	평가 문항 1 > [학생(개인)] 주어진 그래프를 해석하여 '선녀와 나무꾼' 이야기 완성하기 피드백 >>	논술형 문항 개인(모둠)별 평가
4~6차시	정비례, 반비례 관계를 이해하여 표, 식으로 나타낼 수 있다. (의사소통, 태도 및 실천)	[교사] 정비례, 반비례 관계를 표로 나타내어 그 의미를 탐구하도록 하고, 식으로 나타내는 방법 설명하기 [학생(모둠 혹은 학급 전체)] • 다양한 상황을 보고 정비례, 반비례 관계 판단하고 이유 설명하기 • 탄소발자국의 상황을 정비례, 반비례 관계로 나타내보고 기후 환경에 앞장서는 실천 문구 만들기 • 실생활에서 정비례, 반비례 관계가 되는 상황을 공유하여 그 유용성에 대해 생각해보고 각 상황을 식으로 나타내기 [학생(개인)] • 정비례, 반비례 관계 판단하고 이유 설명하기 • 정비례, 반비례를 식으로 나타내기	평가 문항 2 > [학생(개인)] 정비례 관계와 반비례 관계의 의미 이해하여 판단하기, 실생활 속 정비례 관계와 반비례 관계 예 제시하고, 식으로 나타내기 피드백 >>	서술형 문항 개인(모둠)별 평가
7~9차시	정비례, 반비례 관계를 그래프로 나타낼 수 있다. (의사소통, 추론)	[교사] 정비례, 반비례 관계의 그래프 그리는 방법 설명하기(공학적 도구 이용) [학생(개인)] 주어진 식에 맞는 정비례, 반비례 그래프 그리기 [학생(모둠 혹은 학급 전체)] 모둠별로 다르게 주어진 식에 대한 정비례, 반비례 그래프를 그리고, 발견할 수 있는 성질 토론하기	평가 문항 3 > [학생(개인)] 정비례 관계의 그래프 그리고, 정비례 관계의 그래프 특징 설명하기 피드백 >>	서술형 문항 개인(모둠)별 평가

3. 평가 문항

평가 문항 1(논술형)

다음은 사슴 한 마리가 산 입구의 한 지점에서 사냥꾼을 만나 도망치기 시작하여 시간에 따른 이동 거리를 그래프로 나타낸 것이다. 조건에 맞게 '선녀와 나무꾼' 이야기의 글을 완성하시오.(9점)



〈조건〉

- 시간과 거리 사이의 관계를 나타내는 글을 쓰시오.
- 그래프에서 x의 값이 0~12, 12~15, 15~35의 세 구간으로 나누어 상황을 서술하시오.
- 그래프가 그려진 마지막 지점인 점 P에서의 사슴이 달린 시간과 이동 거리에 대해 알맞은 상황을 서술하시오.
- 시간이 변함에 따라 이동 거리도 변하는 두 구간에 대한 비교를 서술하시오.

선녀와 나무꾼

사슴 한 마리가 산 입구에서 사냥꾼과 눈을 마주치자마자 바로 도망치기 시작했다.

활용 Tip !

- 1 문항은 논술형으로서, 제시된 그래프를 보고 〈조건〉에 맞추어 쓰는 것이 중요하다고 설명해주세요. 이때, 일반적인 소설과는 다르게 그래프의 분석이 담긴 글을 작성할 수 있도록 해주세요.
- 1 문항의 글을 완성할 때, 조건의 순서와는 상관없이 작성할 수 있음을 안내해주세요.
- 1 문항은 그래프를 해석하는 데에 어려움을 보이는 학생의 경우 한 구간만이라도 정하여 서술할 수 있도록 도움을 줄 수도 있습니다.
- 1 문항의 경우, 모둠별로 협력 작품으로 이야기를 완성하는 것도 가능합니다. 이 경우에는 조금 더 다양한 변화가 있는 그래프를 제시하고, 수행평가로 평가하는 것이 좀 더 바람직합니다.
- 1 문항의 경우, 자신이 작성한 글을 발표하는 시간을 가지는 것도 좋습니다. 이때, 오류가 있는 부분이 있다면 함께 수정할 수 있도록 하는 것도 좋습니다.

○·· 채점 기준

평가 요소	세부평가 요소	척도/배점	기대 수행
그래프의 의미	두 변수 사이의 관계를 나타내기	2	시간과 거리 사이의 관계를 이용하여 서술하였다.
		1	일부만 시간과 거리 사이의 관계를 이용하는 것으로 서술하였다.
		0	시간과 거리 사이의 관계를 이용하여 서술하지 못하였다.
그래프의 해석	그래프가 변하는 3구간을 나누어 해석하기	3	그래프가 변하는 3구간 모두에 대해 정확하게 서술하였다.
		2	그래프가 변하는 3구간 중 2구간에 대해 정확하게 서술하였다.
		1	그래프가 변하는 3구간 중 1구간에 대해 정확하게 서술하였다.
		0	그래프가 변하는 3구간에 대해 어느 것도 서술하지 못하였다.
	그래프가 그려진 마지막 지점 해석하기	2	그래프가 그려진 마지막 지점인 점 P에서의 상황을 정확하게 해석하였다.
		1	그래프가 그려진 마지막 지점인 점 P에서의 상황을 일부만 해석하였다.
		0	그래프가 그려진 마지막 지점인 점 P에서의 상황을 해석하지 못하였다.
그래프의 비교	두 상황 비교	2	시간이 변함에 따라 이동 거리도 변하는 두 구간을 찾아 상황을 비교하여 서술하였다.
		1	시간이 변함에 따라 이동 거리도 변하는 두 구간을 찾기는 하였지만, 두 상황을 비교하여 서술하지 못하였다.
		0	시간이 변함에 다라 이동 거리도 변하는 두 구간을 찾지 못하였다.

총체적 채점 기준(논술형)

성취수준	자신이 정한기대 수행
A	시간과 거리 사이의 관계를 이용하여 그래프가 변하는 3구간-시간이 지남에 따라 거리도 함께 증가하는 2개의 구간과 시간이 지남에 따라 거리의 변화가 없는 1개의 구간-을 나누어 그래프를 정확하게 해석하였습니다. 그래프가 그려진 마지막 지점에 대한 시간과 거리의 내용을 정확하게 해석하였으며, 시간이 변함에 따라 이동 거리도 변하는 두 구간의 시간과 거리 사이의 관계를 비교하여 구체적으로 서술하였습니다. 두 변수 사이의 관계를 이용하여 그래프를 제대로 해석하여 완성도 높은 선녀와 나무꾼의 이야기를 완성하였습니다.
B	시간과 거리 사이의 관계를 이용하여 그래프가 변하는 3구간-시간이 지남에 따라 거리도 함께 증가하는 2개의 구간과 시간이 지남에 따라 거리의 변화가 없는 1개의 구간-을 나누어 그래프를 해석하였으나, 일부의 구간에서 오류가 보입니다. 그래프가 그려진 마지막 지점에 대한 시간과 거리의 내용을 일부만 해석하여 이를 자연스럽게 연결하여 서술하는 데에 다소 오류가 있으며, 시간이 변함에 따라 이동 거리도 변하는 두 구간의 시간과 거리 사이의 관계를 비교하여 서술하는 근거를 제시하는 데에 미흡함이 있습니다. 전반적으로 두 변수 사이의 관계를 이용하여 그래프를 해석하고자 하였으나, 선녀와 나무꾼의 이야기가 진행되는 논리적 근거가 부족합니다.
C	시간과 거리 사이의 관계를 이용하여 그래프가 변하는 3구간-시간이 지남에 따라 거리도 함께 증가하는 2개의 구간과 시간이 지남에 따라 거리의 변화가 없는 1개의 구간-을 해석하는 데 있어 전체적으로 오류가 많습니다. 그래프가 그려진 마지막 지점에 대한 상황을 서술하지 못하였으며, 시간이 변함에 따라 이동 거리도 변하는 두 구간의 설명에 대한 수학적인 근거가 매우 부족합니다. 두 변수 사이의 관계를 이용하여 그래프를 해석하지 못하여 선녀와 나무꾼의 이야기를 완성하지 못하였습니다.

≫ 채점 시 유의점

- 1 문항은 기본적인 그래프 해석에만 초점을 맞추고자 한다면, 그래프의 비교에 대한 점수를 부여하지 않을 수 있습니다.

○·· 예시 답안

논 1	**선녀와 나무꾼** 사슴 한 마리가 산 입구에서 사냥꾼과 눈을 마주치자마자 바로 도망치기 시작했다. 사슴은 사냥꾼을 만나자마자 12분 동안 일정한 속도로 8km를 달렸다. 도망치던 도중에 나무꾼이 나뭇더미 속에 숨겨주어 3분 동안 숨어 있었다. 다시 20분 동안 일정한 속도로 6km를 더 달려서 사슴의 무리가 있는 곳에 도착하였다. 사슴이 사냥꾼을 만났던 지점에서 달린 것은 12분 동안 8km이므로 시속 40km로 달렸고, 사냥꾼이 간 후에 달린 것은 20분 동안 6km이므로 시속 18km로 달렸다. 이는 사냥꾼으로부터 벗어났을 때보다 사냥꾼을 만났을 때 도망가기 위해 더 빠른 속도로 달린 것임을 알 수 있다. 사슴이 산 입구에서 사슴의 무리가 있는 곳까지 이동한 거리는 14km이고, 3분 동안 숨어 있었던 시간을 제외하면 움직인 시간은 총 32분이다.

○·· 평가에 따른 피드백

상	시간과 거리 사이의 관계를 이용하여 그래프가 변하는 3구간 모두에 대해 그래프의 해석을 정확히 잘하였으며, 그래프가 그려진 마지막 지점을 찾아 정확하게 해석하였습니다. 시간과 거리 사이의 관계를 이용하여 사슴의 상황을 설명하는 등 논리성이 돋보였으며, 이에 기반하여 그래프에서 시간이 변함에 따라 이동 거리도 변하는 두 상황을 정확하게 비교하여 주어진 조건에 맞는 완성도 높은 선녀와 나무꾼 이야기를 완성하였습니다.
중	시간과 거리 사이의 관계를 이용하여 그래프가 변하는 3구간에 대한 그래프 해석을 하는 데 약간의 오류가 보이며, 그래프에서 시간이 변함에 따라 이동 거리도 변하는 두 상황을 비교하는 과정에서 근거가 뒷받침되지 않는 설명을 포함하고 있습니다. 논리적 근거가 약간 부족한 선녀와 나무꾼 이야기를 작성한 것이 다소 아쉽습니다. 주어진 그래프를 해석할 때, 두 변수 사이의 관계를 이용하여 서술하는 연습을 많이 해보는 것이 필요합니다.
하	시간과 거리 사이의 관계를 이용하여 그래프가 변하는 3구간중 일부의 구간에 대한 그래프 해석을 하고 있으나, 그래프가 그려진 마지막 지점을 설명하는 데에는 어려움이 보입니다. 또한, 그래프에서 시간이 변함에 따라 이동 거리도 변하는 두 상황을 비교하는 데에도 어려움이 많이 보입니다. 점의 좌표를 읽는 데 어려움이 있다면, 좌표평면 도입부의 내용을 복습하면서 좌표평면 위의 점을 순서쌍으로 표현하고 순서쌍을 좌표평면 위에 점으로 나타내는 과정을 연습해볼 필요가 있습니다. 또한, 주어진 그래프를 해석할 때, 교과서에서 제시된 단순한 그래프의 해석 문제를 많이 다루어보고 익숙해지도록 하는 것이 많은 도움이 됩니다.

›› 피드백 작성 시 유의점

- 1문항의 경우 그래프의 해석은 시간에 따른 이동 거리의 관계를 살펴보는 것임을 피드백 해주는 것이 학습에 도움이 될 것입니다.
- 1문항의 경우 이야기 완성 여부보다는 시간과 이동 거리 사이의 관계를 나타내는 수학적인 내용에 기반하여 그래프를 해석할 수 있는 지에 따라 피드백해주는 것이 좀 더 바람직합니다.
- 실제 서·논술형 과제를 실행하고 학생에게 피드백을 줄 때는 학생이 작성한 답안의 구체적인 문장이나 표현을 인용하면서 채점 기준에 근거해 잘 작성된 부분을 칭찬하는 것이 좋습니다. 또한, 부족한 부분에 대해서는 반드시 포함되어야 하는 표현이 무엇인지를 명확히 알려주어 이를 발판삼아 수정된 답안을 작성해볼 수 있도록 독려합니다.

평가 문항 2(서술형)

다음 글을 읽고, 물음에 답하시오. (8점)

(가)

탄소 발자국(Carbon footprint)은 개인 또는 단체가 직접 간접적으로 발생시키는 온실 가스, 특히 이산화탄소의 총량을 의미한다. 여기에는 일상생활에서 사용하는 연료, 전기, 용품 등이 모두 포함되며, 대기로 방출된 이산화탄소 등 온실 가스 물질이 지구의 기후변화에 미치는 영향을 알 수 있는 지표이다.

탄소 발자국은 환경성적표지 환경영향 범주 중의 하나로 제품 및 서비스의 원료 채취, 생산, 수송 및 유통, 사용, 폐기 등 전 과정에서 발생하는 온실가스 발생량을 이산화탄소 배출량으로 환산하여 라벨형태로 제품에 표시된다.

(나)

개인의 탄소 발자국은 가정에서의 난방 및 전기 사용과 자동차 이용으로 인한 온실가스 방출이 대표적이다. 물이나 일회용품의 사용 또한 탄소 발자국으로 측정된다. 다음은 각각의 생활용품을 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량을 나타낸 것이다.

종이컵 1개	쓰레기봉투 1장(10L짜리)	생수 1병(500ml짜리)	컴퓨터 1시간	휴대전화 1년
11g	94g	10.6g	90g	11만 2000g

(다)

뉴스

기후 위기 극복에 공장도 앞장서다.

OOO 기자

어떤 식품이나 상품을 생산하는 산업 과정에서도 이산화탄소가 발생된다고 합니다. OO 지역에서 기후 환경 대응의 일환으로 탄소배출량을 규제하자는 의견이 모아져 기후 위기 극복에 동참하는 소규모 공장에서 하루 동안 물건을 생산하고 배출되는 탄소배출량을 으로 일정하게 배출하기로 하였다고 합니다. 공장마다 생산하는 제품 1개당 발생하는 탄소배출량에 따라 생산 가능한 제품의 개수가 달라질 것으로 보입니다. (중략)

1. 제시문 (가)를 읽고, 위의 (나), (다) 에서 제시된 상황이 정비례 관계인지 반비례 관계인지 판단하고자 한다. 〈서술 조건〉을 활용하여 각 상황이 정비례 관계인지 반비례 관계인지 판단하고, 그 이유를 서술하시오. (4점)

〈서술조건〉

- (나)에서 제시된 생활용품 중에 하나를 선택하여 선택한 생활용품을 x(개/시간/년) 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량이 y g이라 할 때, x 와 y 의 관계가 정비례하는지 반비례하는지 판단하고 그 이유를 서술하시오. (2점)
- (다)에서 제시된 제품 1개를 생산하는 데 발생하는 탄소배출량이 x g, 생산 가능한 제품의 개수를 y 개라고 할 때, x 와 y 의 관계가 정비례하는지 반비례하는지 판단하고 그 이유를 서술하시오. (2점)

2. 실생활에서 정비례, 반비례 관계로 나타낼 수 있는 상황을 각각 한 가지 제시하고, 그 상황을 식으로 나타내시오. (4점)

〈정비례〉

상황:
식:

〈반비례〉

상황:
식:

≫ 활용 Tip !

- 1 문항에서 정비례와 반비례 관계인지 판단하도록 하고 있으나, 학생들의 수준이나 교사의 의도에 따라 정비례와 반비례가 아닌 예를 포함시켜 판단하도록 제시할 수도 있습니다.
- 1 문항은 (나)의 상황을 이해하지 못한 경우 (나)에서 제시된 5개의 생활용품 중에 하나를 선택한 후에, 정비례 관계인지 반비례 관계인지 판단하도록 안내합니다.
- 1 문항은 〈서술 조건〉에서 (나)와 (다)의 상황을 분리하여 1-1, 1-2번 문항으로 구성할 수도 있습니다.
- 2 문항에서 상황만 제시하고 식을 세우지 못하는 경우 x, y의 값을 무엇으로 놓으면 될지 생각해볼 수 있도록 합니다.
- 2 문항에서 학생들이 답한 예시로 전체 학생들과 논의하면서 의견을 공유하여 수학의 유용성에 대해 생각해볼 수 있도록 합니다.
- 디지털 탄소 발자국(스마트폰, 컴퓨터, 태블릿 PC, TV등 다양한 디지털 기기를 사용할 때 발생되는 이산화탄소의 양)에 초점을 맞춘 자료를 제시하여 디지털 교육과 연계 교육을 할 수도 있습니다.
- 서술형 평가 후에, 주어진 자료에 기반 하여 모둠별로 탄소발자국 줄이는 실천 방법을 생각해보는 시간을 가짐으로써 탄소 중립 교육을 할 수도 있습니다.

○·· 채점 기준

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="6">서
1</td><td rowspan="6">정비례, 반비례 관계
의미 이해하기</td><td rowspan="2">4점</td><td colspan="2">• (나), (다)에서 제시된 상황이 정비례하는지 반비례하는지 정확하게 판단하고 각각의 상황에서 그 의미를 옳게 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• (나)에서 종이컵 1개를 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량은 $11g$이다. 종이컵을 x개 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량이 $y\,g$이라고 할 때, x와 y의 관계는 정비례 관계가 된다. 그 이유는 종이컵을 1개 사용할 때 배출되는 탄소배출량은 $11\,g$이고, 종이컵을 2개 사용할 때 배출되는 탄소배출량은 $22\,g$이므로, x의 값이 2배, 3배 됨에 따라 y의 값도 2배, 3배가 되기 때문이다. (다)에서 하루 동안 물건을 생산하고 배출되는 탄소배출량을 $300000\,g$으로 일정하게 배출하기로 하였다. 제품 1개를 생산하는 데 발생하는 탄소배출량이 xg일 때, 생산 가능한 제품의 개수를 y 개라고 하면, x와 y의 관계는 반비례 관계가 된다. 그 이유는 제품 1개를 생산하는 데 발생하는 탄소배출량이 $100g$이면 생산되는 제품은 3000개가 되고, 제품 1개를 생산하는 데 발생하는 탄소배출량이 $200g$이면 생산되는 제품은 1500개가 되므로, x의 값이 2배, 3배 됨에 따라 y의 값은 $\frac{1}{2}$배, $\frac{1}{3}$배가 되기 때문이다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3점</td><td colspan="2">• (나), (다)에서 제시된 상황이 정비례하는지 반비례하는지 정확하게 판단하였으나, 한 가지 상황에서만 그 의미를 옳게 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• (나)에서 종이컵 1개를 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량은 $11g$이다. 종이컵을 x개 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량이 $y\,g$이라고 할 때, x와 y의 관계는 정비례 관계가 된다. 그 이유는 종이컵을 1개 사용할 때 배출되는 탄소배출량은 $11\,g$이고, 종이컵을 2개 사용할 때 배출되는 탄소배출량은 $22\,g$이므로, x의 값이 2배, 3배 됨에 따라 y의 값도 2배, 3배가 되기 때문이다. (다)에서 하루 동안 물건을 생산하고 배출되는 탄소배출량을 $300000\,g$으로 일정하게 배출하기로 하였다. 제품 1개를 생산하는 데 발생하는 탄소배출량이 xg일 때, 생산 가능한 제품의 개수를 y 개라고 하면, x와 y의 관계는 반비례 관계가 된다.
• (나)에서 종이컵 1개를 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량은 $11g$이다. 종이컵을 x개 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량이 $y\,g$이라고 할 때, x와 y의 관계는 정비례 관계가 된다. (다)에서 하루 동안 물건을 생산하고 배출되는 탄소배출량을 $300000\,g$으로 일정하게 배출하기로 하였다. 제품 1개를 생산하는 데 발생하는 이산화탄소 배출량이 xg일 때, 생산 가능한 제품의 개수를 y 개라고 하면, x와 y의 관계는 반비례 관계가 된다. 그 이유는 제품 1개를 생산하는 데 발생하는 탄소배출량이 $100g$이면 생산되는 제품은 3000개가 되고, 제품 1개를 생산하는 데 발생하는 탄소배출량이 $200g$이면 생산되는 제품은 1500개가 되므로, x의 값이 2배, 3배 됨에 따라 y의 값은 $\frac{1}{2}$배, $\frac{1}{3}$배가 되기 때문이다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">• (나) 또는 (다)에서 제시된 한 가지 상황에서만 정비례하는지 반비례하는지 정확하게 판단하고 그 의미를 옳게 서술하였을 경우
• (나), (다)에서 제시된 상황이 정비례하는지 반비례하는지 정확하게 판단하였으나, 그 의미를 서술하지 못하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• (나)에서 종이컵 1개를 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량은 $11g$이다. 종이컵을 x개 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량이 $y\,g$이라고 할 때, x와 y의 관계는 정비례 관계가 된다. 그 이유는 종이컵을 1개 사용할 때 배출되는 탄소배출량은 $11\,g$이고, 종이컵을 2개 사용할 때 배출되는 탄소배출량은 $22\,g$이므로, x의 값이 2배, 3배 됨에 따라 y의 값도 2배, 3배가 되기 때문이다.</td></tr>
</table>

문항	평가 요소	척도/배점	기대 수행	
				• (다)에서 하루 동안 물건을 생산하고 배출되는 탄소배출량을 $300000\,g$으로 일정하게 배출하기로 하였다. 제품 1개를 생산하는 데 발생하는 탄소배출량이 xg일 때, 생산 가능한 제품의 개수를 y개라고 하면, x와 y의 관계는 반비례 관계가 된다. 그 이유는 제품 1개를 생산하는 데 발생하는 탄소배출량이 $100g$이면 생산되는 제품은 3000개가 되고, 제품 1개를 생산하는 데 발생하는 탄소배출량이 $200g$이면 생산되는 제품은 1500개가 되므로, x의 값이 2배, 3배 됨에 따라 y의 값은 $\frac{1}{2}$배, $\frac{1}{3}$배가 되기 때문이다. • (나)에서 종이컵 1개를 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량은 $11g$이다. 종이컵을 x개 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량이 $y\,g$이라고 할 때, x와 y의 관계는 정비례 관계가 된다. (다)에서 하루 동안 물건을 생산하고 배출되는 탄소배출량을 $300000\,g$으로 일정하게 배출하기로 하였다. 제품 1개를 생산하는 데 발생하는 탄소배출량이 xg일 때, 생산 가능한 제품의 개수를 y개라고 하면, x와 y의 관계는 반비례 관계가 된다.
		1점	• (나) 또는 (다)에서 제시된 한 가지 상황에서만 정비례하는지 반비례하는지 정확하게 판단하였을 경우	
			예시답안	• (나)에서 종이컵 1개를 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량은 $11g$이다. 종이컵을 x개 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량이 $y\,g$이라고 할 때, x와 y의 관계는 정비례 관계가 된다. • (다)에서 하루 동안 물건을 생산하고 배출되는 탄소배출량을 $300000\,g$으로 일정하게 배출하기로 하였다. 제품 1개를 생산하는 데 발생하는 탄소배출량이 xg일 때, 생산 가능한 제품의 개수를 y개라고 하면, x와 y의 관계는 반비례 관계가 된다.
		0점	• 그 외의 오답이나 미작성한 경우	
			예시답안	• 미작성
서 2	실생활에서 정비례, 반비례 관계가 되는 상황을 찾고, 식으로 나타내기	4점	• 실생활에서 정비례, 반비례 관계로 나타낼 수 있는 상황을 각각 말하고, 그 상황을 식으로 정확하게 나타내었을 경우	
			예시답안	• 〈정비례〉 상황 : 청소년 1명당 입장료가 2000원인 박물관에 x명의 청소년이 입장했을 때, 지불해야 하는 입장료는 y원이다. 식: $y=2000x$ 〈반비례〉 상황 : 250쪽의 책을 하루에 x쪽씩 읽었을 때, 모두 읽는 데 y일이 걸린다. 식 : $y=\frac{250}{x}$
		3점	• 실생활에서 정비례, 반비례 관계로 나타낼 수 있는 상황을 각각 말하였으나, 그 중 한 가지 상황만 식으로 정확하게 나타내었을 경우	
			예시답안	• 〈정비례〉 상황 : 청소년 1명당 입장료가 2000원인 박물관에 x명의 청소년이 입장했을 때, 지불해야 하는 입장료는 y원이다. 식: $y=2000x$ 〈반비례〉 상황 : 250쪽의 책을 하루에 x쪽씩 읽었을 때, 모두 읽는 데 y일이 걸린다. • 〈정비례〉 상황 : 청소년 1명당 입장료가 2000원인 박물관에 x명의 청소년이 입장했을 때, 지불해야 하는 입장료는 y원이다. 〈반비례〉 상황 : 250쪽의 책을 하루에 x쪽씩 읽었을 때, 모두 읽는 데 y일이 걸린다. 식 : $y=\frac{250}{x}$
		2점	• 실생활에서 정비례 또는 반비례 관계로 나타낼 수 있는 한 가지 상황만 말하고, 그 상황을 식으로 정확하게 나타내었을 경우 • 실생활에서 정비례, 반비례 관계로 나타낼 수 있는 상황은 각각 말하였으나, 그 상황을 식으로 나타내지 못하였을 경우	

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="5"></td><td rowspan="5"></td><td></td><td>예시답안</td><td>• 〈정비례〉 상황 : 청소년 1명당 입장료가 2000원인 박물관에 x명의 청소년이 입장했을 때, 지불해야 하는 입장료는 y원이다. 식: $y=2000x$
〈반비례〉 상황 : 250쪽의 책을 하루에 x쪽씩 읽었을 때, 모두 읽는 데 y일이 걸린다. 식 : $y=\frac{250}{x}$
• 〈정비례〉 상황 : 청소년 1명당 입장료가 2000원인 박물관에 x명의 청소년이 입장했을 때, 지불해야 하는 입장료는 y원이다.
〈반비례〉 상황 : 250쪽의 책을 하루에 x쪽씩 읽었을 때, 모두 읽는 데 y일이 걸린다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">• 실생활에서 정비례 또는 반비례 관계로 나타낼 수 있는 상황만 말하고, 그 상황을 식으로 나타내지 못하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 〈정비례〉 상황 : 청소년 1명당 입장료가 2000원인 박물관에 x명의 청소년이 입장했을 때, 지불해야 하는 입장료는 y원이다.
〈반비례〉 상황 : 250쪽의 책을 하루에 x쪽씩 읽었을 때, 모두 읽는 데 y일이 걸린다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">• 그 외의 오답이나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 미작성</td></tr>
</table>

>> 채점 시 유의점

- 1 문항은 제시된 상황을 정비례 관계 또는 반비례 관계로 판단한 이유를 정의로 설명하였을 경우만 점수를 부여하도록 합니다. 그 이유를 식으로 제시하였을 경우에는 왜 그 식이 정비례 관계의 식인지, 반비례 관계의 식인지를 포함하여 서술하였을 경우에만 점수를 부여하도록 합니다.
- 2 문항에서는 학생들에게 글에서 주어지지 않은 다른 예시를 들 수 있도록 안내해줄 필요가 있습니다. 문제에서 제시되지 않은 다른 예시를 말할 수 있는 지 알아보는 것이 목표이므로 글에서 제시된 탄소발자국의 예시를 그대로 제시한 경우, 오답으로 처리합니다.
- 2문항은 정비례 관계와 반비례 관계 각각 상황 1점, 식으로 나타내기 1점 단위로 나누어 채점하도록 합니다.
- 2 문항은 실생활에서 정비례 관계와 반비례 관계를 찾는 것이 목표이므로, 상황 없이 식만 나타내었을 경우 점수를 부여하지 않도록 합니다.

○·· 예시 답안

서 1	4점	• (나)에서 종이컵 1개를 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량은 11g이다. 종이컵을 x개 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량이 y g이라고 할 때, x와 y의 관계는 정비례 관계가 된다. 그 이유는 종이컵을 1개 사용할 때 배출되는 탄소배출량은 11 g이고, 종이컵을 2개 사용할 때 배출되는 탄소배출량은 22 g이므로, x의 값이 2배, 3배 됨에 따라 y의 값도 2배, 3배가 되기 때문이다. (다)에서 하루 동안 물건을 생산하고 배출되는 탄소배출량을 300000 g으로 일정하게 배출하기로 하였다. 제품 1개를 생산하는 데 발생하는 탄소배출량이 xg일 때, 생산 가능한 제품의 개수를 y 개라고 하면, x와 y의 관계는 반비례 관계가 된다. 그 이유는 제품 1개를 생산하는 데 발생하는 탄소배출량이 100g이면 생산되는 제품은 3000개가 되고, 제품 1개를 생산하는 데 발생하는 탄소배출량이 200g이면 생산되는 제품은 1500개가 되므로, x의 값이 2배, 3배 됨에 따라 y의 값은 $\frac{1}{2}$배, $\frac{1}{3}$배가 되기 때문이다.
	3점	• (나)에서 종이컵 1개를 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량은 11g이다. 종이컵을 x개 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량이 y g이라고 할 때, x와 y의 관계는 정비례 관계가 된다. 그 이유는 종이컵을 1개 사용할 때 배출되는 탄소배출량은 11 g이고, 종이컵을 2개 사용할 때 배출되는 탄소배출량은 22 g이므로, x의 값이 2배, 3배 됨에 따라 y의 값도 2배, 3배가 되기 때문이다. (다)에서 하루 동안 물건을 생산하고 배출되는 탄소배출량을 300000 g으로 일정하게 배출하기로 하였다. 제품 1개를 생산하는 데 발생하는 탄소배출량이 xg일 때, 생산 가능한 제품의 개수를 y 개라고 하면, x와 y의 관계는 반비례 관계가 된다. • (나)에서 종이컵 1개를 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량은 11g이다. 종이컵을 x개 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량이 y g이라고 할 때, x와 y의 관계는 정비례 관계가 된다. (다)에서 하루 동안 물건을 생산하고 배출되는 탄소배출량을 300000 g으로 일정하게 배출하기로 하였다. 제품 1개를 생산하는 데 발생하는 이산화탄소 배출량이 xg일 때, 생산 가능한 제품의 개수를 y 개라고 하면, x와 y의 관계는 반비례 관계가 된다. 그 이유는 제품 1개를 생산하는 데 발생하는 탄소배출량이 100g이면 생산되는 제품은 3000개가 되고, 제품 1개를 생산하는 데 발생하는 탄소배출량이 200g이면 생산되는 제품은 1500개가 되므로, x의 값이 2배, 3배 됨에 따라 y의 값은 $\frac{1}{2}$배, $\frac{1}{3}$배가 되기 때문이다.
	2점	• (나)에서 종이컵 1개를 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량은 11g이다. 종이컵을 x개 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량이 y g이라고 할 때, x와 y의 관계는 정비례 관계가 된다. 그 이유는 종이컵을 1개 사용할 때 배출되는 탄소배출량은 11 g이고, 종이컵을 2개 사용할 때 배출되는 탄소배출량은 22 g이므로, x의 값이 2배, 3배 됨에 따라 y의 값도 2배, 3배가 되기 때문이다. • (다)에서 하루 동안 물건을 생산하고 배출되는 탄소배출량을 300000 g으로 일정하게 배출하기로 하였다. 제품 1개를 생산하는 데 발생하는 탄소배출량이 xg일 때, 생산 가능한 제품의 개수를 y 개라고 하면, x와 y의 관계는 반비례 관계가 된다. 그 이유는 제품 1개를 생산하는 데 발생하는 탄소배출량이 100g이면 생산되는 제품은 3000개가 되고, 제품 1개를 생산하는 데 발생하는 탄소배출량이 200g이면 생산되는 제품은 1500개가 되므로, x의 값이 2배, 3배 됨에 따라 y의 값은 $\frac{1}{2}$배, $\frac{1}{3}$배가 되기 때문이다. • (나)에서 종이컵 1개를 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량은 11g이다. 종이컵을 x개 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량이 y g이라고 할 때, x와 y의 관계는 정비례 관계가 된다. (다)에서 하루 동안 물건을 생산하고 배출되는 탄소배출량을 300000 g으로 일정하게 배출하기로 하였다. 제품 1개를 생산하는 데 발생하는 이산화탄소 배출량이 xg일 때, 생산 가능한 제품의 개수를 y 개라고 하면, x와 y의 관계는 반비례 관계가 된다.
	1점	• (나)에서 종이컵 1개를 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량은 11g이다. 종이컵을 x개 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량이 y g이라고 할 때, x와 y의 관계는 정비례 관계가 된다. • (다)에서 하루 동안 물건을 생산하고 배출되는 탄소배출량을 300000 g으로 일정하게 배출하기로 하였다. 제품 1개를 생산하는 데 발생하는 이산화탄소 배출량이 xg일 때, 생산 가능한 제품의 개수를 y 개라고 하면, x와 y의 관계는 반비례 관계가 된다.
	0점	• 미작성

<table>
<tr><td rowspan="5">서
2</td><td>4점</td><td>• 〈정비례〉 상황 : 청소년 1명당 입장료가 2000원인 박물관에 x명의 청소년이 입장했을 때, 지불해야 하는 입장료는 y원이다. 식 : $y=2000x$
〈반비례〉 상황 : 250쪽의 책을 하루에 x쪽씩 읽었을 때, 모두 읽는 데 y일이 걸린다. 식 : $y=\dfrac{250}{x}$</td></tr>
<tr><td>3점</td><td>• 〈정비례〉 상황 : 청소년 1명당 입장료가 2000원인 박물관에 x명의 청소년이 입장했을 때, 지불해야 하는 입장료는 y원이다. 식 : $y=2000x$
〈반비례〉 상황 : 250쪽의 책을 하루에 x쪽씩 읽었을 때, 모두 읽는 데 y일이 걸린다.
• 〈정비례〉 상황 : 청소년 1명당 입장료가 2000원인 박물관에 x명의 청소년이 입장했을 때, 지불해야 하는 입장료는 y원이다.
〈반비례〉 상황 : 250쪽의 책을 하루에 x쪽씩 읽었을 때, 모두 읽는 데 y일이 걸린다. 식 : $y=\dfrac{250}{x}$</td></tr>
<tr><td>2점</td><td>• 〈정비례〉 상황 : 청소년 1명당 입장료가 2000원인 박물관에 x명의 청소년이 입장했을 때, 지불해야 하는 입장료는 y원이다. 식 : $y=2000x$
• 〈반비례〉 상황 : 250쪽의 책을 하루에 x쪽씩 읽었을 때, 모두 읽는 데 y일이 걸린다. 식 : $y=\dfrac{250}{x}$
• 〈정비례〉 상황 : 청소년 1명당 입장료가 2000원인 박물관에 x명의 청소년이 입장했을 때, 지불해야 하는 입장료는 y원이다.
〈반비례〉 상황 : 250쪽의 책을 하루에 x쪽씩 읽었을 때, 모두 읽는 데 y일이 걸린다.</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>• 〈정비례〉 상황 : 청소년 1명당 입장료가 2000원인 박물관에 x명의 청소년이 입장했을 때, 지불해야 하는 입장료는 y원이다.
• 〈반비례〉 상황 : 250쪽의 책을 하루에 x쪽씩 읽었을 때, 모두 읽는 데 y일이 걸린다.</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>• 미작성</td></tr>
</table>

○·· 평가에 따른 피드백

상	정비례 관계와 반비례 관계의 의미를 정확하게 알고 주어진 상황에서 정비례와 반비례 관계를 판단할 수 있으며, 그 이유를 정확하게 잘 서술하였습니다. 또한, 실생활에 숨어 있는 정비례 관계와 반비례 관계로 나타낼 수 있는 상황도 잘 제시하였으며, 이를 식으로 정확하게 표현할 수 있습니다.
중	정비례 관계와 반비례 관계의 의미를 잘 알고 있으며, 주어진 상황에서 정비례와 반비례 관계를 판단할 수 있으나, 그 이유를 서술하는 데에는 다소 아쉽습니다. 정비례 관계와 반비례 관계의 정의가 무엇인지를 먼저 생각해본다면 근거를 서술하는 것이 좀 더 수월할 것이라 기대됩니다. 또한, 실생활에 숨어 있는 정비례 관계와 반비례 관계로 나타낼 수 있는 상황을 어느 정도 제시하였으나, 식으로 표현하는 데에 약간의 오류가 있습니다. 주어진 상황에서 정비례, 반비례 관계를 식으로 나타내는 연습을 하면 식을 세우는 데 많은 도움이 될 수 있을 것입니다.
하	정비례 관계와 반비례 관계의 의미를 어느 정도 알고 있어 주어진 상황이 정비례 관계인지 반비례 관계인지 판단할 수 있습니다. 다만, 실생활에 숨어 있는 정비례 관계와 반비례 관계로 나타낼 수 있는 상황을 찾거나 그 식을 서술하는 데 다소 어려움이 많습니다. 교과서에 주어진 다양한 상황을 살펴보며, 정비례 관계와 반비례 관계를 구분하고 이를 식으로 나타내는 연습을 한다면 정비례 관계와 반비례 관계의 의미 파악에 도움이 될 수 있을 것입니다.

» 피드백 작성 시 유의점

- 1 문항의 경우, 주어진 글에서 정비례 관계와 반비례 관계를 찾고 그 의미를 이해하고 있는 지에 따라 피드백 합니다.
- 2 문항의 경우, 실생활에서 정비례 관계와 반비례 관계로 나타낼 수 있는 상황을 제시할 수 있는 지, 그 의미를 알고 식을 세울 수 있는 지에 따라 피드백 합니다. 이때, 1문항을 해결하는 것도 어려운 학생의 경우에는 2문항을 해결하는 것이 쉽지 않으므로, 2 문항에 대한 피드백보다는 1 문항에 관한 학습의 도움에 관한 피드백을 해주는 것이 좀 더 바람직합니다.
- 2 문항의 경우, 상황을 제시하는 것부터 어려움을 겪는 학생에게는 교과서나 교사가 제시한 상황에 대한 식을 세워보는 활동을 해볼 수 있도록 피드백해주는 것이 학습에 좀 더 도움이 될 것입니다.
- 실제 서·논술형 과제를 실행하고 학생에게 피드백을 줄 때는 학생이 작성한 답안의 구체적인 문장이나 표현을 인용하면서 채점 기준에 근거해 잘 작성된 부분을 칭찬하는 것이 좋습니다. 또한, 부족한 부분에 대해서는 반드시 포함되어야 하는 표현이 무엇인지를 명확히 알려주어 이를 발판삼아 수정된 답안을 작성해볼 수 있도록 독려합니다.

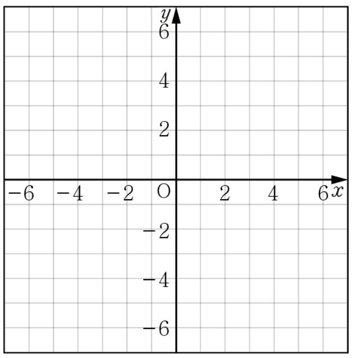
평가 문항 3(서술형)

정비례 관계의 그래프에 관하여 물음에 답하시오. (11점)

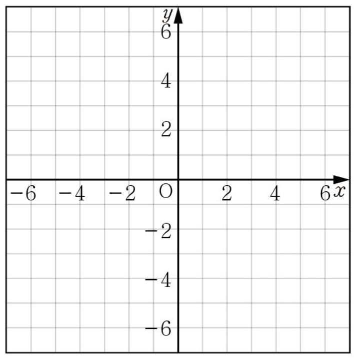
1. 〈서술 조건〉을 활용하여 좌표평면 위에 정비례 관계 $y = ax$의 그래프를 그리시오. (6점)

〈서술조건〉
- a의 값을 양수, 음수로 각각 1개씩 정하여 식을 세우고, 정비례 관계 그래프가 지나는 점을 구하는 과정을 서술하시오. (2점)
- 지나는 점을 정확하게 표시하여 정비례 관계 그래프를 그리시오. (4점)

1-1. a의 값이 양수인 경우

식	$y =$ ___x
지나는 점	
그래프	

1-2. a의 값이 음수인 경우

식	$y =$ ___x
지나는 점	
그래프	

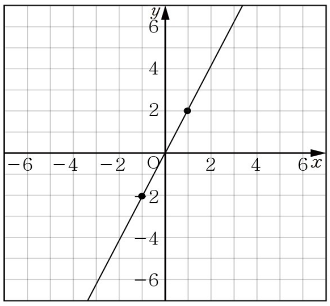
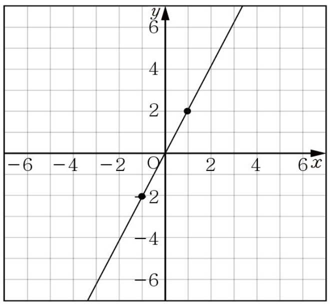
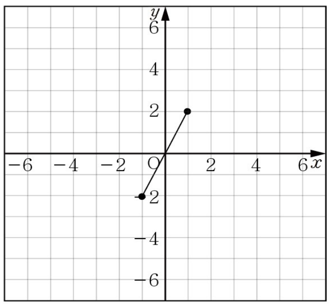
2. 〈서술 조건〉을 활용하여 정비례 관계 $y = ax$의 그래프의 특징을 서술하시오. (5점)

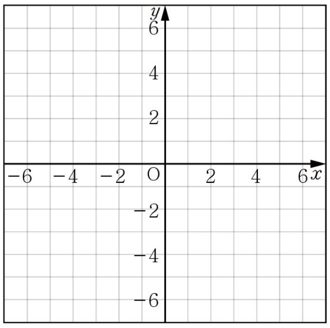
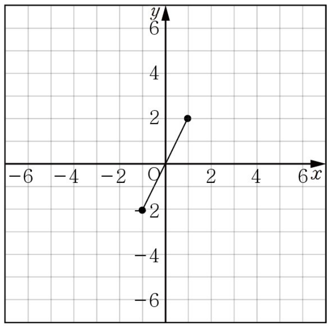
〈서술조건〉
- 정비례 관계의 그래프가 항상 지나는 점을 말하고, 그 이유를 설명하시오. (2점)
- a의 값이 양수인 경우와 음수인 경우로 나누어 그래프가 지나는 사분면을 말하고, 그 이유를 설명하시오. (3점)

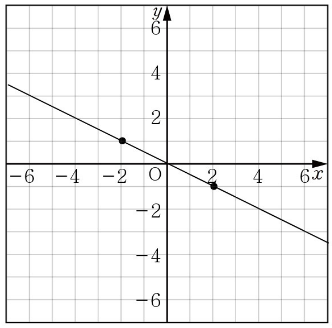
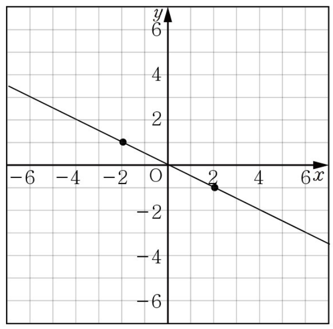
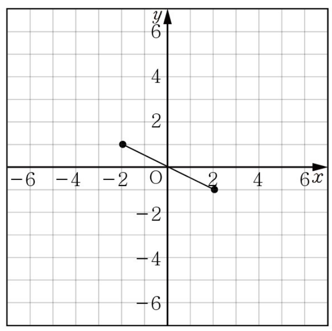
≫ 활용 Tip !

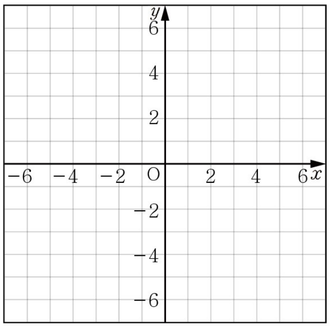
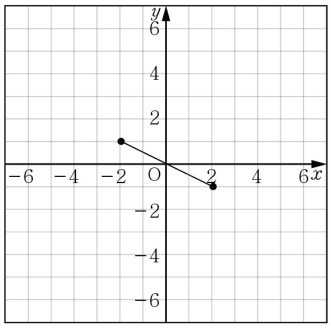
- 1 문항의 경우, 학생들의 수준에 따라 a의 값이 정수인 경우만 그리도록 제시할 수 있습니다.
- 1 문항의 경우, 좌표평면 위에 그래프가 지나는 점을 최소 2개 이상 나타내도록 안내합니다.
- 1 문항의 경우, 1-1과 1-2를 나누지 않고, 이를 한 개의 좌표평면에 그래프를 그리도록 제시할 수도 있습니다.
- 2 문항의 경우, 1문항에서 그린 그래프를 살펴보며 특징을 생각해볼 수 있도록 안내합니다.
- 서술형 평가 후에, 1 문항의 경우, 학생들이 그린 그래프를 바탕으로 잘못된 그래프는 어느 점이 잘못 되었는지 함께 찾아볼 수 있도록 하고, 1 문항에서 학생마다 다양하게 그린 그래프를 바탕으로 2 문항의 특징을 정리하는 시간을 갖는 것도 좋습니다.

○·· 채점 기준

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="3">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="11">서
1-1</td><td rowspan="11">a의 값이 양수인
정비례 관계의
그래프 그리기</td><td rowspan="4">3점</td><td colspan="3">• 정비례 관계의 그래프가 지나는 점을 구하는 과정을 서술하고, 지나는 점을 표시하여 정비례 관계의 그래프를 정확하게 그렸을 경우</td></tr>
<tr><td rowspan="3">예시답안</td><td>식</td><td>$y=2x$</td></tr>
<tr><td>지나는 점</td><td>$y=2x$에 $x=1$을 대입하면,
$y=2\times1=2$ 이므로 점 $(1, 2)$를 지남.
$y=2x$에 $x=-1$을 대입하면,
$y=2\times(-1)=-2$ 이므로 점 $(-1, -2)$를 지남.</td></tr>
<tr><td>그래프</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="7">2점</td><td colspan="3">• 정비례 관계의 그래프가 지나는 점을 구하는 과정을 서술하지 않고, 지나는 점을 표시하여 정비례 관계의 그래프만 정확하게 그렸을 경우
• 정비례 관계의 그래프가 지나는 점을 구하는 과정을 서술하였으나, 정비례 관계의 그래프를 그리는 데 약간의 오류가 있을 경우</td></tr>
<tr><td rowspan="6">예시답안</td><td>식</td><td>$y=2x$</td></tr>
<tr><td>지나는 점</td><td>$(1, 2)$, $(-1, -2)$를 지남.</td></tr>
<tr><td>그래프</td><td></td></tr>
<tr><td>식</td><td>$y=2x$</td></tr>
<tr><td>지나는 점</td><td>$y=2x$에 $x=1$을 대입하면,
$y=2\times1=2$ 이므로 점 $(1, 2)$를 지남.
$y=2x$에 $x=-1$을 대입하면,
$y=2\times(-1)=-2$ 이므로 점 $(-1, -2)$를 지남.</td></tr>
<tr><td>그래프</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="4"></td><td rowspan="4"></td><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">• 정비례 관계의 그래프가 지나는 점을 구하는 과정만 서술하고, 정비례 관계의 그래프를 그리지 못하였을 경우
• 정비례 관계의 그래프가 지나는 점을 구하는 과정을 서술하지 않고, 정비례 관계의 그래프를 그리는 데 약간의 오류가 있을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td><table>
<tr><td>식</td><td>$y=2x$</td></tr>
<tr><td>지나는 점</td><td>$y=2x$에 $x=1$을 대입하면,
$y=2\times1=2$ 이므로 점 $(1, 2)$를 지남.
$y=2x$에 $x=-1$을 대입하면,
$y=2\times(-1)=-2$ 이므로 점 $(-1, -2)$를 지남.</td></tr>
<tr><td>그래프</td><td>
</td></tr>
</table>
<table>
<tr><td>식</td><td>$y=2x$</td></tr>
<tr><td>지나는 점</td><td></td></tr>
<tr><td>그래프</td><td>
</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">• 그 외의 오답이나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 미작성</td></tr>
<tr><td rowspan="2">서
1-2</td><td rowspan="2">a의 값이 음수인 정비례 관계의 그래프 그리기</td><td rowspan="2">3점</td><td colspan="2">• 정비례 관계의 그래프가 지나는 점을 구하는 과정을 서술하고, 지나는 점을 표시하여 정비례 관계의 그래프를 정확하게 그렸을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td><table>
<tr><td>식</td><td>$y=-\frac{1}{2}x$</td></tr>
<tr><td>지나는 점</td><td>$y=-\frac{1}{2}x$에 $x=2$을 대입하면,
$y=-\frac{1}{2}\times2=-1$ 이므로 점 $(2, -1)$를 지남.
$y=-\frac{1}{2}x$에 $x=-2$를 대입하면,
$y=-\frac{1}{2}\times(-2)=1$ 이므로 점 $(-2, 1)$를 지남.</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

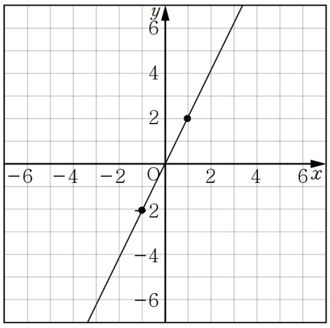
문항	평가 요소	척도/배점	기대 수행	
				그래프: 
		2점	• 정비례 관계 의 그래프가 지나는 점을 구하는 과정을 서술하지 않고, 지나는 점을 표시하여 정비례 관계의 그래프만 정확하게 그렸을 경우 • 정비례 관계의 그래프가 지나는 점을 구하는 과정을 서술하였으나, 정비례 관계의 그래프를 그리는 데 약간의 오류가 있을 경우	
			예시답안	식: $y=\ -\frac{1}{2}x$ 지나는 점: $(2,\ -1)$, $(-2, 1)$를 지남. 그래프:  식: $y=\ -\frac{1}{2}x$ 지나는 점: $y=-\frac{1}{2}x$에 $x=2$을 대입하면, $y=-\frac{1}{2}\times 2=-1$ 이므로 점 $(2,\ -1)$를 지남. $y=-\frac{1}{2}x$에 $x=-2$를 대입하면, $y=-\frac{1}{2}\times(-2)=1$ 이므로 점 $(-2, 1)$를 지남. 그래프: 

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="4"></td><td rowspan="4"></td><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">• 정비례 관계의 그래프가 지나는 점을 구하는 과정만 서술하고, 정비례 관계의 그래프를 그리지 못하였을 경우
• 정비례 관계의 그래프가 지나는 점을 구하는 과정을 서술하지 않고, 정비례 관계의 그래프를 그리는 데 약간의 오류가 있을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>
<table>
<tr><td>식</td><td>$y=\ -\frac{1}{2}x$</td></tr>
<tr><td>지나는
점</td><td>$y=-\frac{1}{2}x$에 $x=2$을 대입하면,
$y=-\frac{1}{2}\times 2=-1$ 이므로 점 $(2,\ -1)$를 지남.
$y=-\frac{1}{2}x$에 $x=-2$를 대입하면,
$y=-\frac{1}{2}\times(-2)=1$ 이므로 점 $(-2,1)$를 지남.</td></tr>
<tr><td>그래프</td><td>
</td></tr>
</table>
<table>
<tr><td>식</td><td>$y=\ 2x$</td></tr>
<tr><td>지나는
점</td><td></td></tr>
<tr><td>그래프</td><td>
</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">• 그 외의 오답이나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 미작성</td></tr>
<tr><td rowspan="2">서
2</td><td rowspan="2">정비례 관계의
그래프 특징 설명하기</td><td rowspan="2">5점</td><td colspan="2">• 정비례 관계의 그래프가 항상 지나는 점과 그 이유를 서술하고 , a의 값이 양수인 경우와 음수인 경우로 나누어 그래프가 지나는 사분면을 말하고 그 이유를 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 정비례 관계의 그래프가 항상 지나는 점은 원점이다. 그 이유는 $y=ax$에 $x=0$을 대입하면, a의 값이 무엇이든지 y의 값은 항상 0이 되기 때문이다. a의 값이 양수이면 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나고, a의 값이 음수이면 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지난다. 그 이유는 a의 값이 양수이면, y의 값의 부호가 x의 값의 부호와 같기 때문에 x와 y의 값이 함께 증가하는 반면, a의 값이 음수이면, y의 값의 부호가 x의 값의 부호와 달라지기 때문에 x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소하는 그래프가 그려진다.</td></tr>
</table>

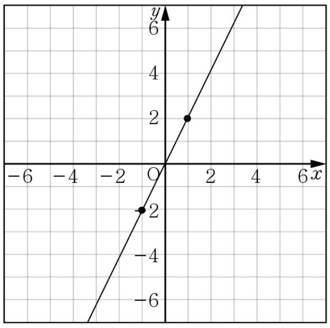
문항	평가 요소	척도/배점	기대 수행	
		4점	• 정비례 관계의 그래프가 항상 지나는 점만 말하고 그 이유를 서술하지 못하였으나, a의 값이 양수인 경우와 음수인 경우로 나누어 그래프가 지나는 사분면을 말하고 그 이유를 서술하였을 경우 • 정비례 관계의 그래프가 항상 지나는 점과 그 이유를 서술하고, a의 값이 양수인 경우와 음수인 경우로 나누어 그래프가 지나는 사분면만 말하고 그 이유를 서술하지 못하였을 경우	
			예시답안	• 정비례 관계의 그래프가 항상 지나는 점은 원점이다. a의 값이 양수이면 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나고, a의 값이 음수이면 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지난다. 그 이유는 a의 값이 양수이면, y의 값의 부호가 x의 값의 부호와 같기 때문에 x와 y의 값이 함께 증가하는 반면, a의 값이 음수이면, y의 값의 부호가 x의 값의 부호와 달라지기 때문에 x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소하는 그래프가 그려진다. • 정비례 관계의 그래프가 항상 지나는 점은 원점이다. 그 이유는 $y=ax$에 $x=0$을 대입하면, a의 값이 무엇이든지 y의 값은 항상 0이 되기 때문이다. a의 값이 양수이면 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나고, a의 값이 음수이면 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지난다.
		3점	• 정비례 관계의 그래프가 항상 지나는 점만 말하고 그 이유를 서술하지 못하였으며, a의 값이 양수인 경우와 음수인 경우로 나누어 그래프가 지나는 사분면을 말하고 그 이유를 서술하지 못하였을 경우 • 정비례 관계의 그래프가 항상 지나는 점을 말하지 못하였으나, a의 값이 양수인 경우와 음수인 경우로 나누어 그래프가 지나는 사분면을 말하고 그 이유를 서술하였을 경우	
			예시답안	• 정비례 관계의 그래프가 항상 지나는 점은 원점이다. a의 값이 양수이면 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나고, a의 값이 음수이면 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지난다. • a의 값이 양수이면 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나고, a의 값이 음수이면 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지난다. 그 이유는 a의 값이 양수이면, y의 값의 부호가 x의 값의 부호와 같기 때문에 x와 y의 값이 함께 증가하는 반면, a의 값이 음수이면, y의 값의 부호가 x의 값의 부호와 달라지기 때문에 x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소하는 그래프가 그려진다.
		2점	• 정비례 관계의 그래프가 항상 지나는 점과 그 이유만 서술하였을 경우 • 정비례 관계의 그래프가 항상 지나는 점을 말하지 못하였으나, a의 값이 양수인 경우와 음수인 경우로 나누어 그래프가 지나는 사분면만 말하고 그 이유를 서술하지 못하였을 경우	
			예시답안	• 정비례 관계의 그래프가 항상 지나는 점은 원점이다. 그 이유는 $y=ax$에 $x=0$을 대입하면, a의 값이 무엇이든지 y의 값은 항상 0이 되기 때문이다. • a의 값이 양수이면 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나고, a의 값이 음수이면 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지난다.
		1점	• 정비례 관계의 그래프가 항상 지나는 점만 서술하였을 경우 • a의 값이 양수나 음수 중의 한 가지만 그래프가 지나는 사분면을 서술하였을 경우	
			예시답안	• 정비례 관계의 그래프가 항상 지나는 점은 원점이다. • a의 값이 양수이면 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지난다. • a의 값이 음수이면 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지난다.
		0점	• 그 외의 오답이나 미작성한 경우	
			예시답안	• 미작성

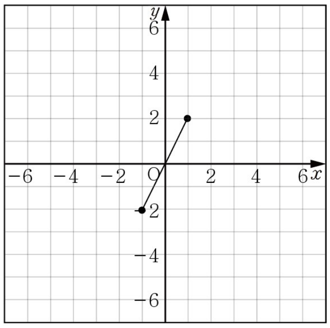
서 1-1

3점

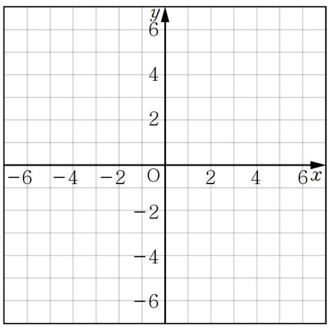
식	$y= \ 2 \quad x$
지나는 점	$y=2x$에 $x=1$을 대입하면, $y=2\times1=2$ 이므로 점 $(1, 2)$를 지남. $y=2x$에 $x=-1$을 대입하면, $y=2\times(-1)=-2$ 이므로 점 $(-1, -2)$를 지남.
그래프	

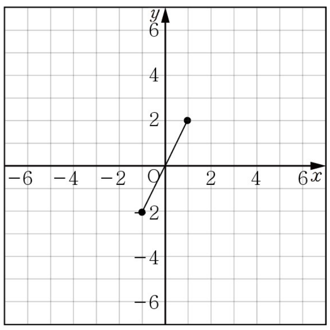
2점

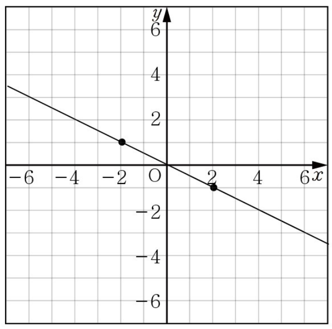
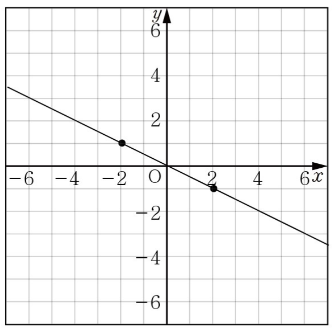
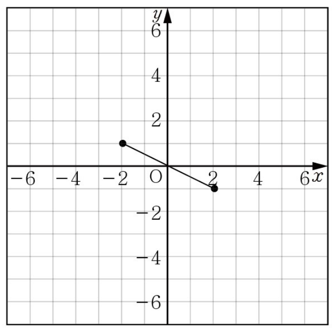
식	$y= \ 2 \quad x$
지나는 점	$(1, 2)$, $(-1, -2)$를 지남.
그래프	

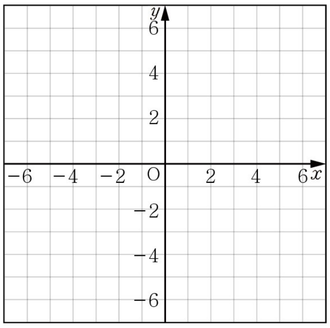
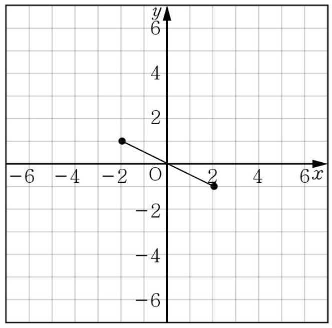
식	$y= \ 2 \quad x$
지나는 점	$y=2x$에 $x=1$을 대입하면, $y=2\times1=2$ 이므로 점 $(1, 2)$를 지남. $y=2x$에 $x=-1$을 대입하면, $y=2\times(-1)=-2$ 이므로 점 $(-1, -2)$를 지남.
그래프	

1점

식	$y= \ 2 \quad x$
지나는 점	$y=2x$에 $x=1$을 대입하면, $y=2\times1=2$ 이므로 점 $(1, 2)$를 지남. $y=2x$에 $x=-1$을 대입하면, $y=2\times(-1)=-2$ 이므로 점 $(-1, -2)$를 지남.
그래프	

식	$y= \ 2 \quad x$
지나는 점	
그래프	

<table>
<tr><td></td><td>0점</td><td>• 미작성</td></tr>
<tr><td rowspan="2">서
1-2</td><td>3점</td><td>
<table>
<tr><td>식</td><td>$y = -\frac{1}{2}x$</td></tr>
<tr><td>지나는 점</td><td>$y=-\frac{1}{2}x$에 $x=2$을 대입하면,
$y=-\frac{1}{2}\times 2=-1$ 이므로 점 $(2, -1)$를 지남.
$y=-\frac{1}{2}x$에 $x=-2$를 대입하면,
$y=-\frac{1}{2}\times(-2)=1$ 이므로 점 $(-2, 1)$를 지남.</td></tr>
<tr><td>그래프</td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>2점</td><td>
<table>
<tr><td>식</td><td>$y = -\frac{1}{2}x$</td></tr>
<tr><td>지나는 점</td><td>$(2, -1)$, $(-2, 1)$를 지남.</td></tr>
<tr><td>그래프</td><td></td></tr>
</table>
<table>
<tr><td>식</td><td>$y = -\frac{1}{2}x$</td></tr>
<tr><td>지나는 점</td><td>$y=-\frac{1}{2}x$에 $x=2$을 대입하면,
$y=-\frac{1}{2}\times 2=-1$ 이므로 점 $(2, -1)$를 지남.
$y=-\frac{1}{2}x$에 $x=-2$를 대입하면,
$y=-\frac{1}{2}\times(-2)=1$ 이므로
점 $(-2, 1)$를 지남.</td></tr>
<tr><td>그래프</td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td rowspan="2"></td>
<td>1점</td>
<td>
<table>
<tr><td>식</td><td>$y = \ -\frac{1}{2}\ \ x$</td><td>식</td><td>$y = \ 2\ \ x$</td></tr>
<tr><td>지나는 점</td><td>$y=-\frac{1}{2}x$에 $x=2$을 대입하면,
$y=-\frac{1}{2}\times 2=-1$ 이므로
점 $(2, -1)$를 지남.
$y=-\frac{1}{2}x$에 $x=-2$를 대입하면,
$y=-\frac{1}{2}\times(-2)=1$ 이므로
점 $(-2, 1)$를 지남.</td><td>지나는 점</td><td></td></tr>
<tr><td>그래프</td><td></td><td>그래프</td><td></td></tr>
</table>
</td>
</tr>
<tr>
<td>0점</td>
<td>• 미작성</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="8">서
2</td>
<td>5점</td>
<td>• 정비례 관계의 그래프가 항상 지나는 점은 원점이다. 그 이유는 $y=ax$에 $x=0$을 대입하면, a의 값이 무엇이든지 y의 값은 항상 0이 되기 때문이다.
• a의 값이 양수이면 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나고, a의 값이 음수이면 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지난다. 그 이유는 a의 값이 양수이면, y의 값의 부호가 x의 값의 부호와 같기 때문에 x와 y의 값이 함께 증가하는 반면, a의 값이 음수이면, y의 값의 부호가 x의 값의 부호와 달라지기 때문에 x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소하는 그래프가 그려진다.</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">4점</td>
<td>• 정비례 관계의 그래프가 항상 지나는 점은 원점이다.
• a의 값이 양수이면 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나고, a의 값이 음수이면 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지난다. 그 이유는 a의 값이 양수이면, y의 값의 부호가 x의 값의 부호와 같기 때문에 x와 y의 값이 함께 증가하는 반면, a의 값이 음수이면, y의 값의 부호가 x의 값의 부호와 달라지기 때문에 x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소하는 그래프가 그려진다.</td>
</tr>
<tr>
<td>• 정비례 관계의 그래프가 항상 지나는 점은 원점이다. 그 이유는 $y=ax$에 $x=0$을 대입하면, a의 값이 무엇이든지 y의 값은 항상 0이 되기 때문이다.
• a의 값이 양수이면 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나고, a의 값이 음수이면 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지난다.</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">3점</td>
<td>• 정비례 관계의 그래프가 항상 지나는 점은 원점이다.
• a의 값이 양수이면 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나고, a의 값이 음수이면 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지난다.</td>
</tr>
<tr>
<td>• a의 값이 양수이면 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나고, a의 값이 음수이면 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지난다. 그 이유는 a의 값이 양수이면, y의 값의 부호가 x의 값의 부호와 같기 때문에 x와 y의 값이 함께 증가하는 반면, a의 값이 음수이면, y의 값의 부호가 x의 값의 부호와 달라지기 때문에 x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소하는 그래프가 그려진다.</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">2점</td>
<td>• 정비례 관계의 그래프가 항상 지나는 점은 원점이다. 그 이유는 $y=ax$에 $x=0$을 대입하면, a의 값이 무엇이든지 y의 값은 항상 0이 되기 때문이다.</td>
</tr>
<tr>
<td>• a의 값이 양수이면 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나고, a의 값이 음수이면 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지난다.</td>
</tr>
</table>

	1점	• 정비례 관계의 그래프가 항상 지나는 점은 원점이다.
		• a의 값이 양수이면 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지난다.
		• a의 값이 음수이면 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지난다.
	0점	• 미작성

》채점 시 유의점

- 1 문항은 a의 값이 양수, 음수 각각에 대하여 지나는 점을 구하는 과정을 서술하였을 경우 1점, 그래프를 정확하게 그렸을 경우 2점으로 나누어 각각 3점씩 점수를 부여하였습니다. 이때, 그래프 그리는 과정에서 선을 연장하지 않거나 약간의 오류가 있을 경우 1점을 부여하였으나, 교사의 의도에 따라 그래프를 그리는 데 오류가 있는 경우 점수를 부여하지 않을 수도 있습니다.
- 1 문항은 지나는 점만 말하고 그 점을 구하는 과정을 서술하지 않았을 경우에는 부분 점수를 부여하지 않았으나, 교사의 의도에 따라 부분 점수를 부여할 수도 있습니다.
- 2 문항은 정비례 관계의 그래프가 항상 지나는 점을 말하는 경우에 1점, 그 이유를 서술한 경우에 1점, a의 값이 양수인 경우와 음수인 경우에 그래프가 지나는 사분면을 말하는 것에 각각 1점씩, 그 이유를 서술한 경우에 1점 단위로 나누어 채점할 수 있습니다. 이때, 교사의 의도에 따라 a의 값이 양수인 경우와 음수인 경우에 그래프가 지나는 사분면을 말하는 것을 묶어서 1점을 부여할 수도 있습니다.

○·· 평가에 따른 피드백

상	• 정비례 관계의 그래프의 의미를 정확하게 알고 있으며, 정비례 관계를 만족하는 식을 세워 지나는 점을 구하여 이를 바탕으로 정비례 관계 그래프를 정확하게 그릴 수 있습니다. 정비례 관계의 그래프가 항상 지나는 점을 명확하게 알고 설명할 수 있으며, a의 값이 양수인 경우와 음수인 경우로 나누어 그래프의 특징을 정확하게 설명할 수 있습니다.
중	• 정비례 관계의 그래프의 의미를 알고 있으며, 정비례 관계를 만족하는 식을 세워 지나는 점을 구하여 이를 바탕으로 정비례 관계의 그래프를 그릴 수 있으나 약간의 오류가 있습니다. 정비례 관계의 그래프가 항상 지나는 점과 a의 값이 양수인 경우와 음수인 경우에 대해 그래프가 지나는 사분면을 정확하게 알고 있으나 각각의 이유를 서술하는 데에는 다소 아쉽습니다. 정비례 관계의 그래프는 x의 값이 수 전체이므로 이를 만족하는 모든 값을 표시하기 위해서는 좌표평면에 꽉 채워 그려야 함을 이해할 필요가 있습니다. 또한, 그래프를 기억해서 성질만 정리하는 것이 아니라 의미 파악에 좀 더 집중을 한다면 정비례 관계의 그래프의 특징을 보다 명확하게 이해하는 데 좀 더 도움이 될 것입니다.
하	• 정비례 관계의 그래프의 의미를 약간을 알고 있으나, 정비례 관계의 식에 x의 값을 대입하여 y의 값을 찾는 데에 어려움이 많아 그래프를 그리는 과정까지 수행하는 데 이르지 못함이 아쉽습니다. 그래프를 그리지 못하다보니 그래프의 특징을 서술하는 데에도 많은 어려움을 보입니다. 문자와 식 단원에서 대입을 이용하여 식의 값을 찾는 연습을 먼저 한 후에, 지나는 점을 찾아 그래프를 그리는 연습을 한다면 정비례 관계의 그래프를 그리는 데 도움이 될 것입니다. • 정비례 관계의 그래프의 의미를 약간을 알고 있으며 정비례 관계의 식에 x의 값을 대입하여 지나는 점은 어느 정도 찾을 수 있으나, 좌표평면 위에 점을 찍어 그래프를 그리는 데 어려움이 있습니다. 또한, 그래프를 그리는 데 어려움이 있다 보니 그래프의 특징을 찾는 데에도 어려움이 보입니다. 좌표평면에서 점을 찍는 연습을 먼저 한 후에, 교과서에 주어진 다양한 정비례 관계의 그래프를 그려보는 연습을 하면 그래프를 그리는 데 도움이 될 것입니다.

》피드백 작성 시 유의점

- 1문항의 경우, 정비례 관계의 그래프가 지나는 점을 찾았으나 그래프를 그리지 못하는 경우 '좌표평면과 그래프' 단원에서 점을 좌표평면 위에 나타내는 연습을 먼저 한 후에 정비례 관계 그래프를 그리는 연습을 할 수 있도록 피드백 해주는 것이 학습에 도움이 될 것입니다.
- 1문항의 경우, 정비례 관계의 그래프가 지나는 점을 찾지 못하는 경우 '문자와 식' 단원에서 문자에 수를 대입하여 식의 값을 찾는 연습을 먼저 할 수 있도록 피드백 해주는 것이 학습에 도움이 될 것입니다.
- 2문항의 경우, 특징을 설명하는 과정에서 이유를 서술하지 못하는 경우 그래프의 성질을 기억만 하는 것이 아니라 왜 그렇게 되는 지 설명하고 서술하는 연습을 하여 그 의미를 보다 명확하게 파악할 수 있도록 피드백 합니다.
- 1문항의 경우 정비례 관계의 그래프 그리기, 2문항의 경우 정비례 관계의 그래프 특징 설명하는 지 알아보는 문제이므로 대부분의 학생이 보이는 수준으로 피드백을 상, 중, 하로 기술하였습니다. 문항별로 학생들의 성취도에 따른 내용을 상, 중, 하의 내용에서 조합하여 피드백 할 수도 있습니다.
- 실제 서술형 과제를 실행하고 학생에게 피드백을 줄 때는 학생이 작성한 답안의 구체적인 문장이나 표현을 인용하면서 채점 기준에 근거해 잘 작성된 부분을 칭찬하는 것이 좋습니다. 또한, 부족한 부분에 대해서는 반드시 포함되어야 하는 표현이 무엇인지를 명확히 알려주어 이를 발판삼아 수정된 답안을 작성해볼 수 있도록 독려합니다.

4. 서·논술 문항의 지필평가 적용

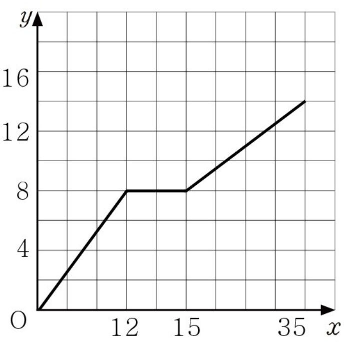
○·· 지필평가 적용을 위한 Tip

평가문항 1과 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가문항 1문항의 경우, 그래프를 보고 조건에 맞는 선녀와 나무꾼 이야기를 완성하는 논술형 문항으로 제시하였습니다. 지필평가에서 그래프를 해석하는 문장을 서술하는 것으로 하는 것으로 서술형 문항으로 변형하여 제시할 수 있습니다.
- 평가문항 1문항의 채점 기준은 시간과 거리 사이의 관계를 이용하여 해석하는 문장을 서술한 경우 각각 1점씩 배점 부여하여 총 3점을 부여할 수 있다.
- 지필평가 문항과 채점기준의 예시는 다음과 같습니다.

서술형

다음은 사슴 한 마리가 산 입구에서 사냥꾼을 만나 도망치기 시작하여 시간에 따른 이동 거리를 그래프로 나타낸 것이다. 이 그래프를 보고, 사슴이 시간에 따라 이동한 거리를 해석한 문장을 3가지 서술하시오.



①

②

③

평가 요소	척도/배점	기대 수행
그래프 해석하기	3점	그래프를 보고, 해석한 문장을 3가지 옳게 서술한 경우
	2점	그래프를 보고, 해석한 문장을 2가지 옳게 서술한 경우
	1점	그래프를 보고, 해석한 문장을 1가지 옳게 서술한 경우
	0점	그 외의 오답

평가문항 2와 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가문항 2의 1문항의 경우, 주어진 글에서 제시된 상황이 정비례 관계인지 반비례 관계인지 판단하고 그 이유를 서술하도록 하였습니다. 평가문항 2의 2문항의 경우, 실생활에서 정비례, 반비례 관계로 나타낼 수 있는 상황을 제시하고, 그 상황을 식으로 나타내보도록 하였습니다. 지필평가에서는 이 두 문항을 혼합하여 주어진 상황이 정비례 관계인지 반비례 관계인지 판단하고 그 이유를 서술함과 동시에 식으로 나타내는 형태로 변형하여 제시할 수 있습니다.
- 평가문항 2의 1문항의 채점기준은 주어진 상황별로 정비례, 반비례를 정확하게 판단했을 경우 각각 1점씩, 그렇게 판단한 이유를 제대로 설명했을 경우 각각 1점씩, 식을 옳게 나타내었을 경우 각각 1점씩 배점 부여하여 총 6점을 부여할 수 있다.
- 지필평가 문항과 채점기준의 예시는 다음과 같습니다.

서술형

다음 주어진 상황이 정비례 관계인지 반비례 관계인지 판단하고, 그 이유를 서술하시오. 또한, x와 y 사이의 관계식으로 나타내시오.

(1) 컴퓨터를 1시간 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량은 $90g$이라고 할 때, 컴퓨터를 x시간 사용할 때마다 배출되는 탄소배출량 yg

(2) 하루 동안 물건을 생산하고 배출되는 탄소배출량을 $300000g$으로 일정하게 배출하기로 한 공장에서 제품 1개를 생산하는 데 발생하는 탄소배출량이 xg 일 때, 생산 가능한 제품의 개수 y 개

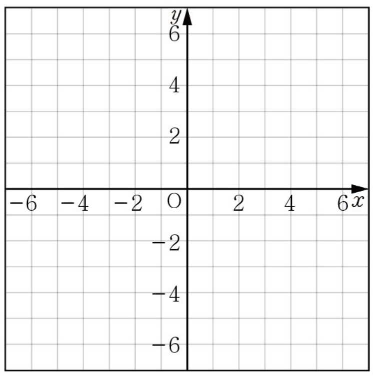
평가 요소	척도/배점		기대 수행
정비례, 반비례 관계의 의미 알고, 식으로 표현하기	(1) 3점	3점	정비례, 반비례 관계를 정확하게 판단하고, 그 이유를 제대로 설명하였으며, 식을 옳게 나타낸 경우
		2점	정비례, 반비례 관계를 정확하게 판단하였으나, 그 이유를 설명하거나 식으로 나타내는 것 중의 한 가지만 옳게 서술한 경우
		1점	정비례, 반비례 관계만 정확하게 판단한 경우
		0점	그 외의 오답
	(2) 3점	3점	정비례, 반비례 관계를 정확하게 판단하고, 그 이유를 제대로 설명하였으며, 식을 옳게 나타낸 경우
		2점	정비례, 반비례 관계를 정확하게 판단하였으나, 그 이유를 설명하거나 식으로 나타내는 것 중의 한 가지만 옳게 서술한 경우
		1점	정비례, 반비례 관계만 정확하게 판단한 경우
		0점	그 외의 오답

평가문항 3-1과 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가문항 3의 1문항의 경우, 정비례 관계 $y=ax$에서 a의 값이 양수, 음수가 되도록 각각 1개씩 자유롭게 정하여 정비례 관계 그래프를 그려보도록 하였습니다. 지필평가에서는 a의 값을 직접적으로 제시하여 지나는 점을 구한 후에 그래프를 그리도록 할 수 있습니다.
- 평가문항 3의 1문항의 채점기준은 지나는 2개의 점을 구한 과정을 서술하였을 경우 2점, 그래프를 정확하게 그렸을 경우 2점으로 총 4점을 부여할 수 있습니다.
- 지필평가 문항과 채점기준의 예시는 다음과 같습니다.

서술형

정비례 관계 $y=\frac{3}{2}x$의 그래프가 지나는 2개의 점을 구하는 과정을 서술하고, 이를 이용하여 다음 좌표평면 위에 $y=\frac{3}{2}x$의 그래프를 그리시오.



평가 요소	척도/배점	기대 수행
정비례 관계의 그래프 그리기	4점	지나는 2개의 점을 구하는 과정을 옳게 서술하였으며, 정비례 관계의 그래프를 정확하게 그린 경우
	3점	지나는 2개의 점만 제시하고, 정비례 관계의 그래프를 정확하게 그린 경우
		지나는 2개의 점을 구하는 과정을 옳게 서술하였으며, 정비례 관계의 그래프를 그리는 데 약간의 오류가 있는 경우
	2점	지나는 2개의 점을 구하는 과정을 옳게 서술한 경우
		지나는 2개의 점만 제시하고, 정비례 관계의 그래프를 그리는 데 약간의 오류가 있는 경우
		정비례 관계의 그래프를 정확하게 그린 경우
	1점	지나는 2개의 점만 제시한 경우
		정비례 관계의 그래프를 그리는 데 약간의 오류가 있는 경우
	0점	그 외의 오답

서·논술형

평가도구 자료집

03

연립방정식을 활용한 문제해결력 기르기

03

연립방정식을 활용한 문제해결력 기르기

1. 과제 개요

<table>
<tr><td>학교급</td><td colspan="2">중학교</td><td colspan="2">학년/학년군</td><td>2학년 / 1~3학년군</td></tr>
<tr><td>교과군</td><td colspan="2">수학</td><td colspan="2">과목명</td><td>수학</td></tr>
<tr><td>과제명</td><td colspan="5">연립방정식을 활용한 문제해결력 기르기</td></tr>
<tr><td rowspan="6">성취기준 및 평가기준</td><td rowspan="6">[9수02-11] 미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.</td><td rowspan="3">[평가준거 성취기준 ①] 미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀 수 있다.</td><td>상</td><td colspan="2">미지수가 2개인 연립일차방정식을 다양한 방법으로 풀고, 그 과정을 설명할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>중</td><td colspan="2">미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀 수 있다.</td></tr>
<tr><td>하</td><td colspan="2">미지수가 2개인 간단한 연립일차방정식을 풀 수 있다.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">[평가준거 성취기준 ②] 미지수가 2개인 연립일차방정식을 활용하여 문제를 해결할 수 있다.</td><td>상</td><td colspan="2">미지수가 2개인 연립일차방정식을 활용하여 문제를 해결하고, 그 과정을 설명할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>중</td><td colspan="2">미지수가 2개인 연립일차방정식을 활용하여 문제를 해결할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>하</td><td colspan="2">문제의 뜻에 맞는 미지수가 2개인 간단한 연립일차방정식을 세울 수 있다.</td></tr>
<tr><td>교과 역량</td><td colspan="5">문제해결, 추론, 의사소통, 태도 및 실천</td></tr>
<tr><td>출제 의도</td><td colspan="5">미지수가 2개인 연립일차방정식의 해법에서 핵심은 미지수 1개를 소거하는 것임에도 불구하고 학생들은 단순히 가감법과 대입법을 학습하여 연립일차방정식의 해를 구하긴 하나 그 이유를 이해하지 못하는 경우가 있다. 따라서 본 평가문항을 통해 학생들이 미지수가 2개인 연립일차방정식에서 미지수 1개를 소거하여 미지수가 1개인 일차방정식으로 바꾸어 풀게 된다는 사실을 인식하게 하고자 한다. 더불어 일상생활 속의 다양한 상황을 해결하는데 보다 적극적으로 활용될 수 있는 것이 일차연립방정식이므로 단순한 문제풀이를 위한 문제가 아닌 수학의 유용성을 인식할 수 있게 의미 있는 문제상황을 제시하고자 하였다.
또한 수학 교과 역량 중 문제해결은 ‘해결 방법을 알고 있지 않은 문제 상황에서 수학의 지식과 기능을 활용하여 해결 전략을 탐색하고 최적의 해결 방안을 선택하여 주어진 문제를 해결하는 능력’, 추론은 ‘수학적 사실을 추측하고 논리적으로 분석하고 정당화하며 그 과정을 반성하는 능력’, 의사소통은 ‘수학 지식이나 아이디어, 수학적 활동의 결과, 문제 해결 과정, 신념과 태도 등을 말이나 글, 그림, 기호로 표현하고 다른 사람의 아이디어를 이해하는 능력’, 태도 및 실천은 ‘수학의 가치를 인식하고 자주적 수학 학습 태도와 민주 시민의식을 갖추어 실천하는 능력’을 의미하므로, 본 평가 문항을 시행함에 있어 문제해결과 추론, 의사소통, 태도 및 실천 역량과 관련된다고 판단하였다.</td></tr>
</table>

서·논술형 평가 문항	교과 영역 / 역량	평가 요소
평가 문항 1 (서술형)	연립방정식의 풀이/ 추론, 의사소통	• 미지수가 2개인 연립일차방정식을 미지수가 1개인 일차방정식으로 바꾸는 방법 설명하기 • 연립방정식을 풀고 그 과정 설명하기
평가 문항 2 (서술형)	연립방정식의 활용/ 문제해결, 의사소통, 태도 및 실천	• 주어진 문제상황을 이해하고 연립방정식을 이용하여 해결하기
평가 문항 3 (서술형)	연립방정식의 활용/ 문제해결, 의사소통	• 연립방정식을 활용한 문제 만들기 • 연립방정식을 풀고 그 과정 설명하기

2. 교수·학습 활동 및 평가 계획

학습단계	학습 목표 (교과역량)	교수학습 활동	평가 문항	방법
1~2차시	미지수가 2개인 연립일차방정식과 그 해를 이해한다. (추론, 의사소통)	[준비학습, 전체] 미지수가 1개인 일차방정식 확인하기 [교사] 미지수가 2개인 일차방정식이란 무엇일까? [학생(개인, 전체)] 미지수가 2개인 일차방정식의 해 탐구하기 [교사] 미지수가 2개인 두 일차방정식을 동시에 만족하는 해를 어떻게 찾을 수 있을까? [학생(개인, 전체)] 미지수가 2개인 두 일차방정식의 공통 해 탐구하기 [학생(개인)] 주어진 해를 갖는 연립방정식 찾기	평가 문항 1 • 미지수가 2개인 일차방정식의 해 구하기 • 미지수가 2개인 연립방정식의 자연수인 해 찾기 피드백	형성 평가 (개인별 평가)
3~6차시	미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀고 그 과정을 설명할 수 있다. (추론, 의사소통)	[교사] 미지수가 2개인 연립방정식을 미지수가 1개인 일차방정식으로 어떻게 바꿀 수 있을까? [학생(개인, 모둠)] 미지수가 2개인 연립방정식에서 미지수 1개인 소거하여 일차방정식으로 바꾸는 방법 탐구하기 [교사] 연립방정식의 해를 어떻게 구할 수 있을까? [학생(개인, 모둠)] 연립방정식을 미지수가 1개인 일차방정식으로 바꾸어 해를 구하는 방법 탐구하고 정리하기	평가 문항 2 • 미지수가 2개인 연립일차방정식을 미지수가 1개인 일차방정식으로 바꾸는 방법 설명하기 • 연립방정식을 풀고 그 과정 설명하기 피드백	서술형 평가 (개인별 평가)
7~10차시	미지수가 2개인 연립일차방정식을 활용하여 문제를 해결하고 그 과정을 설명할 수 있다. (문제해결, 의사소통, 태도 및 실천)	[교사] 연립방정식을 활용하여 주어진 문제상황을 어떻게 해결할 수 있을까? [학생(개인, 전체)] 연립방정식을 활용하여 문제를 해결하는 단계 이해하고 적용하기 [학생(모둠, 전체)] • 연립방정식을 활용한 문제 만들기 • 채점기준 이해하기 • 다른 모둠의 문제 도전하기	평가 문항 3 • 주어진 문제상황을 이해하고 연립방정식을 이용하여 해결하기 피드백 평가 문항 4 • 연립방정식을 활용한 문제 만들기 • 연립방정식을 풀고 그 과정 설명하기 피드백	서술형 평가 (개인(모둠)별 평가)

3. 평가 문항

평가 문항 1(서술형)

다음은 미지수가 2개인 연립일차방정식의 풀이에 관한 것이다. 물음에 답하시오. (8점)

1-1. 미지수가 2개인 연립일차방정식에서 미지수 1개를 소거하면 그 해를 쉽게 구할 수 있다. 미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀기 위해 미지수 1개를 소거하여 일차방정식으로 바꾸는 방법 두 가지를 구체적으로 설명하시오. (2점)

1-2. 연립방정식 $\begin{cases} x-2y=2 \cdots ① \\ 2x+y=9 \cdots ② \end{cases}$ **를 풀려고 한다. 1-1번 문항에서 자신이 설명한 첫 번째 방법으로 주어진 연립방정식의 풀이 과정을 쓰고 그 해를 구하시오. (3점)**

1-3. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=7 \quad \cdots ① \\ 3x+2y=6 \cdots ② \end{cases}$ **를 풀려고 한다. 1-1번 문항에서 자신이 설명한 두 번째 방법으로 주어진 연립방정식의 풀이 과정을 쓰고 그 해를 구하시오. (3점)**

≫ 활용 Tip !

- 미지수가 2개인 연립일차방정식의 해법에서 핵심은 미지수 1개를 소거하는 것임에도 불구하고 학생들은 단순히 가감법과 대입법을 학습하여 연립일차방정식의 해를 구하긴 하나 그 이유를 이해하지 못하는 경우가 있습니다. 따라서 본 평가문항을 통해 학생들이 미지수가 2개인 연립일차방정식에서 미지수 1개를 소거하여 미지수가 1개인 일차방정식으로 바꾸어 풀게 된다는 사실을 인식하게 하는데 목적을 둡니다.
- 1-1 문항의 경우, '소거'는 2015개정 수학과 교육과정의 〈교수·학습 방법 및 유의 사항〉에 교수·학습과정에서 사용할 수 있다고 명시되어 있고 문맥상 강조하기 위해 사용하긴 했으나, 교사의 판단에 따라 다른 표현으로 바꾸어도 무방합니다.
- 1-2번과 1-3번 문항의 경우, 첫 번째 방법과 두 번째 방법 자체가 중요한 것은 아니나 미지수를 소거하는 방법과 그에 따른 풀이를 별개의 학습요소로 인식하는 경우가 있어 이를 확인하고 피드백하기 위해 구분한 것이므로, 교사의 판단에 따라 두 방법 중 한 방법을 선택하여 풀 수 있게 하거나 통합하여 제시할 수도 있습니다.

○·· 채점 기준

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="6">1-1</td><td rowspan="6">미지수가 2개인 연립일차방정식을 미지수가 1개인 일차방정식으로 바꾸는 방법 설명하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">두 가지 방법을 모두 옳게 설명한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>첫 번째 방법은 두 일차방정식을 변끼리 더하거나 빼서 한 미지수를 소거하는 방법이고 , 두 번째 방법은 한 일차방정식에서 어떤 미지수에 대하여 정리한 식을 다른 방정식의 그 미지수에 대입하여 소거하는 방법이다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">한 가지 방법만 옳게 설명한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>두 일차방정식을 변끼리 더하거나 빼서 한 미지수를 소거하는 방법이다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">무응답 또는 그 외의 오답</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>무응답</td></tr>
<tr><td rowspan="10">1-2</td><td rowspan="10">연립방정식을 풀고 그 과정 설명하기</td><td rowspan="2">3점</td><td colspan="2">1번 문제에서 자신이 설명한 첫 번째 방법으로 미지수 1개를 소거하고, 연립방정식의 풀이과정과 해를 모두 옳게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>y를 없애기 위해 ②의 양변에 2를 곱하면 주어진 연립방정식은
$\begin{cases} x-2y=2 & \cdots ① \\ 4x+2y=18 & \cdots ③ \end{cases}$
①과 ③을 변끼리 더하면 $5x=20$, $x=4$
$x=4$를 ①에 대입하면 $4-2y=2$, $2y=2$, $y=1$
따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=4$, $y=1$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">2점</td><td colspan="2">1번 문제에서 자신이 설명한 첫 번째 방법으로 미지수 1개를 소거했으나, 연립방정식의 풀이과정이 다소 미흡하거나 미지수 1개만 옳게 구한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>y를 없애기 위해 ②의 양변에 2를 곱하면 주어진 연립방정식은
$\begin{cases} x-2y=2 & \cdots ① \\ 4x+2y=18 & \cdots ③ \end{cases}$
①과 ③을 변끼리 더하면 $5x=20$, $x=4$</td></tr>
<tr><td colspan="2">1번 문제에서 자신이 설명한 첫 번째 방법이 아니긴 하나, 미지수 1개를 소거하고 연립방정식의 풀이과정과 해를 모두 옳게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>x를 없애기 위해 ①을 x에 대하여 풀면 $x=2y+2$ ⋯ ③
③을 ②에 대입하면 $2(2y+2)+y=9$, $5y=5$, $y=1$
$y=1$을 ③에 대입하면 $x=4$
따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=4$, $y=1$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">1번 문제에서 자신이 설명한 첫 번째 방법이 아니고 연립방정식의 해를 구하진 못했으나, 미지수 1개를 옳게 구한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>x를 없애기 위해 ①을 x에 대하여 풀면 $x=2y+2$ ⋯ ③
③을 ②에 대입하면 $2(2y+2)+y=9$, $5y=5$, $y=1$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">무응답 또는 그 외의 오답</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>무응답</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="10">1-3</td><td rowspan="10">연립방정식을 풀고 그 과정 설명하기</td><td rowspan="2">3점</td><td colspan="2">1번 문제에서 자신이 설명한 두 번째 방법으로 미지수 1개를 소거하고, 연립방정식의 풀이과정과 해를 모두 옳게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>x를 없애기 위해 ①을 x에 대하여 풀면 $x=y+7$ ⋯ ③
③을 ②에 대입하면 $3(y+7)+2y=6$, $5y=-15$, $y=-3$
$y=-3$을 ③에 대입하면 $x=4$
따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=4$, $y=-3$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">2점</td><td colspan="2">1번 문제에서 자신이 설명한 두 번째 방법으로 미지수 1개를 소거했으나, 미지수 1개만 옳게 구한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>x를 없애기 위해 ①을 x에 대하여 풀면 $x=y+7$ ⋯ ③
③을 ②에 대입하면 $3(y+7)+2y=6$, $5y=-15$, $y=-3$</td></tr>
<tr><td colspan="2">1번 문제에서 자신이 설명한 두 번째 방법이 아니긴 하나, 미지수 1개를 소거하고 연립방정식의 풀이과정과 해를 모두 옳게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>y를 없애기 위해 ①의 양변에 2를 곱하면 주어진 연립방정식은
$\begin{cases} 2x-2y=14 \cdots ③ \\ 3x+2y=6 \quad \cdots ② \end{cases}$
③과 ②를 변끼리 더하면 $5x=20$, $x=4$
$x=4$를 ①에 대입하면 $4-y=7$, $y=-3$
따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=4$, $y=-3$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">1번 문제에서 자신이 설명한 두 번째 방법이 아니고 연립방정식의 해를 구하진 못했으나, 미지수 1개를 옳게 구한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>y를 없애기 위해 ①의 양변에 2를 곱하면 주어진 연립방정식은
$\begin{cases} 2x-2y=14 \cdots ③ \\ 3x+2y=6 \quad \cdots ② \end{cases}$
③과 ②를 변끼리 더하면 $5x=20$, $x=4$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">무응답 또는 그 외의 오답</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>무응답</td></tr>
</table>

>> 채점 시 유의점

- 1-1 문항의 경우, 처음 답한 방법을 첫 번째 방법, 그 다음에 답한 방법을 두 번째 방법으로 판단하며, 이는 1-2 문항과 1-3 문항에 적용합니다. 또한 그 방법에 대한 구체적인 설명 없이 단순히 가감법, 대입법 등과 같이 답한 경우는 정답으로 인정하지 않으며, 세 가지 이상 답한 경우에는 앞의 두 가지 방법만 채점합니다.
- 1-2와 1-3 문항 채점 시, 1-1 문항에 무응답하거나 틀린 답을 했음에도 불구하고 1-2 문항과 1-3 문항을 옳게 푼 경우는 '1번 문제에서 자신이 설명한 방법이 아닌 경우'로 판단하여 채점합니다.

○·· 예시 답안

1-1	2점	첫 번째 방법은 두 일차방정식을 변끼리 더하거나 빼서 한 미지수를 소거하는 방법이고 , 두 번째 방법은 한 일차 방정식에서 어떤 미지수에 대하여 정리한 식을 다른 방정식의 그 미지수에 대입하여 소거하는 방법이다.
	1점	두 일차방정식을 변끼리 더하거나 빼서 한 미지수를 없애는 방법이다.
		한 일차방정식에서 어떤 미지수에 대하여 정리한 식을 다른 방정식의 그 미지수에 대입하여 다른 미지수를 없애는 방법이다.
	0점	무응답
1-2	3점	y를 없애기 위해 ②의 양변에 2를 곱하면 주어진 연립방정식은 $\begin{cases} x-2y=2 & \cdots ① \\ 4x+2y=18 & \cdots ③ \end{cases}$ ③과 ②를 변끼리 더하면 $5x=20$, $x=4$ $x=4$를 ①에 대입하면 $4-2y=2$, $2y=2$, $y=1$ 따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=4$, $y=1$
	2점	y를 없애기 위해 ②의 양변에 2를 곱하면 주어진 연립방정식은 $\begin{cases} x-2y=2 & \cdots ① \\ 4x+2y=18 & \cdots ③ \end{cases}$ ③과 ②를 변끼리 더하면 $5x=20$, $x=4$
		x를 없애기 위해 ①을 x에 대하여 풀면 $x=2y+2$ ⋯ ③ ③을 ②에 대입하면 $2(2y+2)+y=9$, $5y=5$, $y=1$ $y=1$을 ③에 대입하면 $x=4$ 따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=4$, $y=1$
	1점	x를 없애기 위해 ①을 x에 대하여 풀면 $x=2y+2$ ⋯ ③ ③을 ②에 대입하면 $2(2y+2)+y=9$, $5y=5$, $y=1$
	0점	무응답
1-3	3점	x를 없애기 위해 ①을 x에 대하여 풀면 $x=y+7$ ⋯ ③ ③을 ②에 대입하면 $3(y+7)+2y=6$, $5y=-15$, $y=-3$ $y=-3$을 ③에 대입하면 $x=4$ 따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=4$, $y=-3$
	2점	x를 없애기 위해 ①을 x에 대하여 풀면 $x=y+7$ ⋯ ③ ③을 ②에 대입하면 $3(y+7)+2y=6$, $5y=-15$, $y=-3$
		y를 없애기 위해 ①의 양변에 2를 곱하면 주어진 연립방정식은 $\begin{cases} 2x-2y=14 & \cdots ③ \\ 3x+2y=6 & \cdots ② \end{cases}$ ③과 ②를 변끼리 더하면 $5x=20$, $x=4$ $x=4$를 ①에 대입하면 $4-y=7$, $y=-3$ 따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=4$, $y=-3$
	1점	y를 없애기 위해 ①의 양변에 2를 곱하면 주어진 연립방정식은 $\begin{cases} 2x-2y=14 & \cdots ③ \\ 3x+2y=6 & \cdots ② \end{cases}$ ③과 ②를 변끼리 더하면 $5x=20$, $x=4$
	0점	무응답

○·· 평가에 따른 피드백

상	• 미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀기 위해서는 미지수 1개를 소거하여 미지수가 1개인 일차방정식으로 바꿔야 함을 이해하고 그 방법을 설명할 수 있습니다. • 미지수가 2개인 연립일차방정식에서 변끼리 더하거나 빼서 미지수 1개를 소거하여 해를 구하거나, 한 일차방정식을 어떤 미지수에 대하여 정리한 후 다른 일차방정식에 대입하여 소거함으로써 해를 구할 수 있습니다.
중	• 미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀기 위해서는 미지수 1개를 소거하여 미지수가 1개인 일차방정식으로 바꿔야 함을 이해하고 있습니다. • 미지수 1개를 소거해야 한다는 것을 연립방정식을 푸는 과정으로 연결하여 연립방정식의 해를 어떻게 구해야 하는지는 알고 있는 듯 합니다. 다만 미지수의 계수를 왜, 어떻게 맞추어야 하는지에 대해서는 명확히 이해하지 못했습니다. 혼자 공부하기 어렵다면 EBSmath 사이트의 ‘더하거나 빼는 방법으로 연립방정식을 풀어요’와 ‘대입하는 방법으로 연립방정식을 풀어요’를 통해 보충학습하여 연립방정식의 해를 자신있게 구할 수 있길 기대합니다.
하	• 미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀기 위해서는 미지수 1개를 소거하여 미지수가 1개인 일차방정식으로 바꿔야 함을 알고는 있으나, 두 일차방정식을 변끼리 더하거나 빼서 한 미지수를 없애는 방법에 대해서는 명확히 이해하지 못하고 있는 듯 합니다. • 한 미지수를 없애기 위해 그 미지수의 계수를 곱하는 과정은 중학교 1학년때 배운 등식의 성질을 이용하는 것이므로 이를 복습한 후 다시 도전하는 것이 좋겠습니다. EBSmath 사이트의 ‘등식의 성질을 정복하라’를 시청하며 등식의 성질을 복습한 후, ‘천칭을 이용한 방정식을 푼 알콰리즈미’를 통해 일차방정식의 풀이를 학습하길 추천합니다.

≫ 피드백 작성 시 유의점

• 1-1 문항의 경우, 미지수가 2개인 연립일차방정식의 해를 구하기 위한 사전 학습이므로, 미지수 1개를 소거하여 연립방정식을 일차방정식으로 어떻게 바꿀 수 있는가에 대한 이해 여부를 중심으로 판단하고 그에 따라 피드백합니다.

• 1-2와 1-3 문항의 경우, 미지수를 소거하는 방법과 그에 따른 풀이를 별개의 학습요소로 인식하는 경우가 있어 이를 확인하고 피드백하기 위해 구분한 것이므로 이를 고려하여 피드백하도록 합니다. 미지수를 소거하여 연립방정식의 해를 구하는 과정에서 중1에서 배운 등식의 성질, 일차방정식 등 선수학습요소의 결손 여부를 파악하고 이를 보완할 수 있는 방안을 모색하여 학생 스스로 보충학습을 할 수 있게 지원하는 것이 좋습니다.

• 학교별, 교사별로 사용하는 대체학습 자료나 수업영상, 학습자료뿐만 아니라 자기주도적 학습지원사이트인 EBSmath 등을 적극적으로 활용하여 보다 구체적으로 피드백하는 것이 바람직합니다.

평가 문항 2(서술형)

연립방정식은 우리 주변의 여러 가지 수량에 관한 문제뿐만 아니라 이야기 속의 문제 상황을 해결하는데 도움이 되는 경우가 있다. 주어진 글을 읽고 물음에 답하시오. (8점)

2-1. 다음은 어느 시화집에 나오는 내용이다. 이 글에서 노새의 짐과 당나귀의 짐은 각각 몇 자루인지 구하려고 한다. 노새의 짐을 x자루, 당나귀의 짐을 y자루라고 할 때, 물음에 답하시오. (4점)

> 노새와 당나귀가 터벅터벅 자루를 운반하는데, 당나귀가 짐이 무거워서 한탄하고 있었습니다. 당나귀의 한탄을 가만히 듣고 있던 노새가 당나귀에게 말했습니다. "연약한 소녀가 울듯이 어째서 너는 한탄하고 있니? ㉠ 네 짐 중 한 자루를 내 등에다 옮기면 내 짐의 수는 네 짐의 수의 두 배가 된단다. 반면 ㉡ 내 짐 한 자루를 네 등에다 옮기면 내 짐의 수는 네 짐의 수와 같아지지."

(1) 밑줄 친 ㉠을 x, y에 관한 일차방정식으로 나타내시오. (1점)

(2) 밑줄 친 ㉡을 x, y에 관한 일차방정식으로 나타내시오. (1점)

(3) (1)과 (2)에서 나타낸 두 일차방정식을 동시에 만족시키는 x, y의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. (2점)

2-2. 다음은 고대 수학자 아르키메데스(Archimedes, B.C. 287?~B.C. 212)에 관한 유명한 일화이다.

> 시라쿠사의 히에론왕은 세공사에게 순금으로 왕관을 만들게 하였고 왕관은 훌륭하게 완성되었지만 얼마 후 왕관에 은이 섞여 있다는 소문이 떠돌았다. 이 소문을 들은 히에론왕은 당시 수학자였던 아르키메데스에게 왕관이 순금으로 만들어졌는지 은이 섞여 있는지 알아내라고 하였다. 다만 왕관은 손상하지 않아야 한다는 조건도 같이 제시하였다.
>
> 며칠을 고민하던 아르키메데스는 어느 날 목욕탕 욕조에 몸을 담갔다가 물이 넘치는 것을 보고 같은 무게라도 물질에 따라 부피가 다르다는 사실을 이용하여 왕관에 은이 섞여 있다는 것을 알아내었다고 한다.

금과 은을 섞어서 만든 무게가 $300\mathrm{g}$이고 부피가 $17\mathrm{cm}^3$인 왕관이 있다. 금 $1\mathrm{kg}$의 부피는 $50\mathrm{cm}^3$, 은 $1\mathrm{kg}$의 부피는 $90\mathrm{cm}^3$라고 할 때, 이 왕관에 섞여 있는 은의 무게를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. (단, 금과 은은 불순물이 섞이지 않았다고 생각한다.) (4점)

≫ 활용 Tip !

- 본 평가문항은 여러 가지 수량에 관한 연립방정식을 해결할 수 있는 학생들을 대상으로 보다 일반적이고 자연스러운 상황을 제시하고 연립방정식을 이용하여 해결하게 함으로써 연립방정식의 의미와 유용성을 인식하고 문제해결 능력을 신장하는데 목적이 있습니다.
- 2-1 문항의 경우, 문제상황을 이해하고 해결하기 위해 무엇을, 어떻게 해야 하는지에 대한 안내된 절차를 제시한 것으로, 학생 수준에 따라 2-2 문항과 같이 한 문항으로 제시할 수도 있습니다.
- 2-2 문항의 경우, 시중에 판매되고 있는 골드바, 실버바의 무게당 부피를 조사하게 하여 보다 현실감 있게 접근할 수 있도록 안내하면 보다 유용할 듯 합니다.

○·· 채점 기준

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th colspan="2">소문항/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="16">2-1</td><td rowspan="16">주어진 문제상황을 이해하고 연립방정식을 이용하여 해결하기</td><td rowspan="4">(1)</td><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">밑줄 친 ㉠을 x, y에 관한 일차방정식으로 옳게 나타낸 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>당나귀의 짐 중 한 자루를 노새에게 옮기면 노새의 짐은 당나귀의 짐의 2배가 되므로 $x+1=2(y-1)$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">무응답 또는 그 외의 오답</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>무응답</td></tr>
<tr><td rowspan="4">(2)</td><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">밑줄 친 ㉡을 x, y에 관한 일차방정식으로 옳게 나타낸 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>노새의 짐 중 한 자루를 당나귀에게 옮기면 노새의 짐과 당나귀의 짐이 같으므로
$x-1=y+1$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">무응답 또는 그 외의 오답</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>무응답</td></tr>
<tr><td rowspan="8">(3)</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">(1)과 (2)에 나타낸 두 일차방정식을 동시에 만족시키는 x, y의 값을 구하는 풀이과정과 답을 옳게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>연립방정식 $\begin{cases} x+1=2(y-1) \cdots ① \\ x-1=y+1 \quad \cdots ② \end{cases}$에서
x를 없애기 위해 ①을 x에 대하여 풀면 $x=2y-3$ ⋯ ③
③을 ②에 대입하면 $2y-4=y+1$, $y=5$
$y=5$를 ③에 대입하면 $x=7$
따라서 이 연립방정식의 해는 $x=7$, $y=5$이다.</td></tr>
<tr><td rowspan="4">1점</td><td colspan="2">(1)과 (2)에 나타낸 두 일차방정식을 동시에 만족시키는 x, y의 값을 구하는 풀이과정이 다소 미흡하거나 미지수 1개만 옳게 구한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>x를 없애기 위해 $x+1=2(y-1)$을 x에 대하여 풀면 $x=2y-3$ ⋯ ③
③을 $x-1=y+1$에 대입하면 $2y-4=y+1$, $y=5$</td></tr>
<tr><td colspan="2">(1)과 (2)에 나타낸 두 일차방정식을 동시에 만족시키는 x, y의 값은 구했으나, 풀이과정을 서술하지 않은 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>$x=7$, $y=5$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">무응답 또는 그 외의 오답</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>무응답</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2-2</td><td rowspan="2">주어진 문제상황을 이해하고 연립방정식 세우기</td><td rowspan="2">2점</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">왕관을 만드는데 사용된 금과 은의 무게를 각각 미지수로 정하고, 왕관의 무게와 부피를 이용하여 문제상황에 맞게 미지수가 2개인 연립방정식을 옳게 세운 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>무게가 300g이고 부피가 17cm^3인 왕관을 만드는데 사용된 금과 은의 무게를 각각 $x\text{g}$, $y\text{g}$이라 하자. 금 1kg의 부피는 50cm^3이므로 금 1g의 부피는 0.05cm^3이고, 은 1kg의 부피는 90cm^3이므로 은 1g의 부피는 0.09cm^3이다.
왕관의 무게가 300g이므로 $x+y=300$ ⋯ ①
왕관의 부피가 17cm^3이므로 $0.05x+0.09y=17$ ⋯ ②</td></tr>
</table>

문항	평가 요소	소문항/배점		기대 수행	
			1점	왕관을 만드는데 사용된 금과 은의 무게를 미지수로 각각 정했으나, 왕관의 무게와 부피를 이용하여 문제상황에 맞게 미지수가 2개인 연립방정식을 옳게 세우지 못한 경우	
				예시답안	무게가 $300\,\mathrm{g}$이고 부피가 $17\,\mathrm{cm}^3$인 왕관을 만드는데 사용된 금과 은의 무게를 각각 $x\,\mathrm{g}$, $y\,\mathrm{g}$이라 하자.
				왕관의 무게와 부피를 이용하여 문제상황에 맞게 미지수가 2개인 연립방정식을 옳게 세웠으나, 왕관을 만드는데 사용된 금과 은의 무게를 미지수로 각각 정하지 않은 경우	
				예시답안	금 $1\,\mathrm{kg}$의 부피는 $50\,\mathrm{cm}^3$이므로 금 $1\,\mathrm{g}$의 부피는 $0.05\,\mathrm{cm}^3$이고, 은 $1\,\mathrm{kg}$의 부피는 $90\,\mathrm{cm}^3$이므로 은 $1\,\mathrm{g}$의 부피는 $0.09\,\mathrm{cm}^3$이다. 왕관의 무게가 $300\,\mathrm{g}$이므로 $x+y=300 \cdots ①$ 왕관의 부피가 $17\,\mathrm{cm}^3$이므로 $0.05x+0.09y=17 \cdots ②$
			0점	무응답 또는 그 외의 오답	
				예시답안	무응답
	주어진 문제상황 해결하기	2점	2점	왕관에 포함된 은의 무게를 구하는 풀이과정과 해를 모두 옳게 서술한 경우	
				예시답안	②의 양변에 100을 곱하면 $5x+9y=1700 \cdots ③$ ①의 양변에 5를 곱하면 $5x+5y=1500 \cdots ④$ x를 없애기 위해 ③에서 ④를 변끼리 빼면 $4y=200$, $y=50$ 따라서 왕관에 섞여 있는 은의 무게는 $50\,\mathrm{g}$이다.
			1점	왕관에 포함된 은의 무게를 구했으나 풀이과정을 옳게 서술하지 못한 경우	
				예시답안	왕관에 섞여 있는 은의 무게는 $50\,\mathrm{g}$이다.
			0점	무응답 또는 그 외의 오답	
				예시답안	무응답

채점 시 유의점

- 2-2 문항의 경우, 연립방정식의 해를 구할 때, 왕관에 섞여 있는 은의 무게를 구하는 것이므로 금의 무게를 구했는지 여부는 고려하지 않습니다.

예시 답안

2-1	(1)	1점	당나귀의 짐 중 한 자루를 노새에게 옮기면 노새의 짐은 당나귀의 짐의 2배가 되므로 $x+1=2(y-1)$
		0점	무응답
	(2)	1점	노새의 짐 중 한 자루를 당나귀에게 옮기면 노새의 짐과 당나귀의 짐이 같으므로 $x-1=y+1$
		0점	무응답
	(3)	2점	연립방정식 $\begin{cases} x+1=2(y-1) & \cdots ① \\ x-1=y+1 & \cdots ② \end{cases}$에서 x를 없애기 위해 ①을 x에 대하여 풀면 $x=2y-3 \cdots ③$ ③을 ②에 대입하면 $2y-4=y+1$, $y=5$ $y=5$를 ③에 대입하면 $x=7$ 따라서 이 연립방정식의 해는 $x=7$, $y=5$이다.

<table>
<tr><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td colspan="2" rowspan="2">1점</td><td>x를 없애기 위해 $x+1=2(y-1)$을 x에 대하여 풀면 $x=2y-3$ ⋯ ③
③을 $x-1=y+1$에 대입하면 $2y-4=y+1$, $y=5$</td></tr>
<tr><td>$x=7$, $y=5$</td></tr>
<tr><td colspan="2">0점</td><td>무응답</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="7">2-2</td><td rowspan="4">2점</td><td>2점</td><td>무게가 $300\,\mathrm{g}$이고 부피가 $17\,\mathrm{cm}^3$인 왕관을 만드는데 사용된 금과 은의 무게를 각각 $x\,\mathrm{g}$, $y\,\mathrm{g}$이라 하자. 금 $1\,\mathrm{kg}$의 부피는 $50\,\mathrm{cm}^3$이므로 금 $1\,\mathrm{g}$의 부피는 $0.05\,\mathrm{cm}^3$이고, 은 $1\,\mathrm{kg}$의 부피는 $90\,\mathrm{cm}^3$이므로 은 $1\,\mathrm{g}$의 부피는 $0.09\,\mathrm{cm}^3$이다.
왕관의 무게가 $300\,\mathrm{g}$이므로 $x+y=300$ ⋯ ①
왕관의 부피가 $17\,\mathrm{cm}^3$이므로 $0.05x+0.09y=17$ ⋯ ②</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td>무게가 $300\,\mathrm{g}$이고 부피가 $17\,\mathrm{cm}^3$인 왕관을 만드는데 사용된 금과 은의 무게를 각각 $x\,\mathrm{g}$, $y\,\mathrm{g}$이라 하자.</td></tr>
<tr><td>금 $1\,\mathrm{kg}$의 부피는 $50\,\mathrm{cm}^3$이므로 금 $1\,\mathrm{g}$의 부피는 $0.05\,\mathrm{cm}^3$이고, 은 $1\,\mathrm{kg}$의 부피는 $90\,\mathrm{cm}^3$이므로 은 $1\,\mathrm{g}$의 부피는 $0.09\,\mathrm{cm}^3$이다.
왕관의 무게가 $300\,\mathrm{g}$이므로 $x+y=300$ ⋯ ①
왕관의 부피가 $17\,\mathrm{cm}^3$이므로 $0.05x+0.09y=17$ ⋯ ②</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>무응답</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2점</td><td>2점</td><td>②의 양변에 100을 곱하면 $5x+9y=1700$ ⋯ ③
①의 양변에 5를 곱하면 $5x+5y=1500$ ⋯ ④
x를 없애기 위해 ③에서 ④를 변끼리 빼면 $4y=200$, $y=50$
따라서 왕관에 섞여 있는 은의 무게는 $50\,\mathrm{g}$이다.</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>왕관에 섞여 있는 은의 무게는 $50\,\mathrm{g}$이다.</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>무응답</td></tr>
</table>

○·· 평가에 따른 피드백

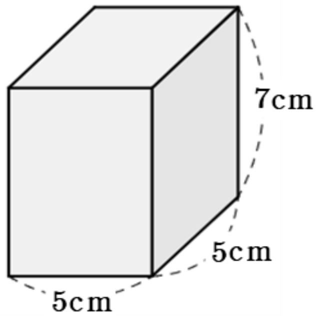
상	• 주어진 글의 맥락을 이해하고 제시된 조건과 구해야 할 것을 구분할 수 있습니다. 이를 통해 미지수를 정한 후 적합한 연립방정식을 세우고 푸는 과정에서 문제해결 능력을 갖추고 있습니다. • 노새와 당나귀의 문제상황을 이해하고 설명할 수 있으며, 아르키메데스의 일화에서는 주어진 금과 은의 무게를 $1\,\mathrm{g}$ 기준으로 바꾸어 생각해야 함을 이해하고 적용함으로서 문제를 보다 쉽게 해결할 수 있습니다.
중	• 노새와 당나귀에 관한 맥락을 이해하고 x, y에 관한 일차방정식으로 나타낼 수 있으며 안내된 절차에 따라 연립방정식의 해를 구할 수 있습니다. • 아르키메데스의 일화를 이해하긴 했으나 주어진 금과 은의 무게와 부피를 어떻게 활용해야 할지 명확히 이해하지 못한 듯 합니다. 주어진 금과 은은 무게를 기준으로 부피를 제시하고 있고 왕관의 무게가 $300\,\mathrm{g}$임을 고려하여 주어진 금과 은의 무게를 $1\,\mathrm{g}$ 기준으로 바꾸어 생각해야 보다 쉽게 문제를 해결할 수 있습니다. 이를 바탕으로 다시 도전하길 바랍니다.
하	• 간단히 주어진 문장을 식으로 바꾸는 것은 잘 하고 있으나 문맥을 이해하거나 연립방정식의 해를 구하는 데에는 다소 미흡한 상태입니다. • 더 늦기 전에 앞에서 배운 연립방정식의 풀이에 관한 복습이 필요해 보입니다. EBSmath 사이트의 '더하거나 빼는 방법으로 연립방정식을 풀어요'와 '대입하는 방법으로 연립방정식을 풀어요'를 통해 보충학습하여 연립방정식의 해를 어떻게 구하는지 다시 학습하길 추천합니다.

>> 피드백 작성 시 유의점

- 2-1 문항의 경우, 문제상황을 이해하고 해결하기 위해 무엇을, 어떻게 해야 하는지에 대한 안내된 절차를 제시한 것이므로, 학생의 수준을 파악하여 그에 맞게 피드백합니다.
- 2-2 문항의 경우, 여러 가지 수량 사이의 관계나 간단한 문제상황이 아니라 문제 상황을 이해하고 문제를 어떻게 해결해야 할지 학생 스스로 설계하고 해결해야 하므로 성취도가 낮은 학생은 접근하기 쉽지 않은 문항이라고 판단됩니다. 따라서 성취도가 낮은 학생에게는 이 문항에 대한 피드백보다는 2-1 문항을 중심으로 피드백하는 것이 더 나을 듯 싶습니다.
- 학교별, 교사별로 사용하는 대체학습 자료나 수업영상, 학습자료뿐만 아니라 자기주도적 학습지원사이트인 EBSmath 등을 적극적으로 활용하여 보다 구체적으로 피드백하는 것이 바람직합니다.

평가 문항 3(서술형)

그림과 같이 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 $5\mathrm{cm}$, $5\mathrm{cm}$, $7\mathrm{cm}$인 직육면체 모양의 블록이 있다. 물음에 답하시오. (8점)



3-1. 다음 <조건>을 고려하여 주어진 블록을 사용한 연립방정식 활용 문제를 만드시오. (4점)

<조건>

- 미지수 2개를 정해야 하는 문제여야 한다.
- 직접 세는 것보다 연립방정식을 활용하여 해결하는 게 더 효과적인 문제여야 한다.
- 문제에서 제시된 조건이 명확하고 오해할 소지가 없어야 한다.
- 문제의 정답이 명확해야 한다.

3-2. 위에서 자신이 만든 문제의 풀이 과정과 답을 쓰시오. (4점)

» 활용 Tip !

- 본 평가문항은 주어진 문제를 해결하는 수준에서 벗어나, 문제상황을 이해하고 직접 문제를 만들어 해결하는 능력을 키움으로서 문제해결 역량을 신장하는데 목적이 있습니다.
- 3-1 문항의 경우, 학생입장에서 문제만들기라는 다소 생소한 주제이니 만큼 수업을 통해 무엇을, 어떻게 해야 하는지 경험하게 한 후 평가 문항으로 제시해야 합니다. 더불어 문제와 함께 채점기준을 제시하여 학생으로 하여금 문제를 어떻게 만들어야 하는지 이해하고 자기평가를 통해 보완하며 성장할 수 있게 지원할 필요가 있습니다. 또 문제만들기는 주어진 문제의 수나 조건을 변형하는 것부터 실생활의 문제상황을 해결하기 위해 문제를 만드는 것까지 다양한 수준으로 제시할 수 있습니다. 본 문항이 학생 수준에 비해 다소 어렵다고 판단된다면 구체적인 조건을 추가하거나 가이드라인을 제시할 수 있으며, 평소 문제만들기를 접해본 학생이 적을 수 있으므로 교사의 판단에 따라 모둠 평가로 진행할 수도 있습니다.
- 3-2 문항의 경우, 자신이 만든 문제의 풀이과정과 답을 구하면서 3-1 문항의 적절성을 스스로 판단하고 보완할 수 있게 지도하는 것이 좋습니다.

○·· 채점 기준

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th colspan="2">배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="4">3-1</td><td rowspan="4">연립방정식을 활용한 문제 만들기</td><td colspan="2">1점</td><td colspan="2">미지수 2개를 정해야 하는 문제인 경우</td></tr>
<tr><td colspan="2">1점</td><td colspan="2">직접 세는 것보다 연립방정식을 활용하여 해결하는 게 더 효과적인 문제인 경우</td></tr>
<tr><td colspan="2">1점</td><td colspan="2">문제에서 제시된 조건이 명확한 경우</td></tr>
<tr><td colspan="2">1점</td><td colspan="2">문제의 정답이 명확한 경우</td></tr>
<tr><td rowspan="14">3-2</td><td rowspan="8">주어진 문제상황을 이해하고 연립방정식 세우기</td><td rowspan="8">2점</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">문제 상황에 맞게 미지수 2개를 정하고, 미지수가 2개인 연립방정식을 옳게 세운 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>채윤이가 (가), (나) 모양으로 쌓은 블록의 개수를 각각 x, y라고 하자. 채윤이가 178cm를 쌓을 때 사용한 블록은 28개이므로, x, y에 관한 연립방정식을 세우면 $\begin{cases} x+y=28 & \cdots ① \\ 7x+5y=178 & \cdots ② \end{cases}$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">1점</td><td colspan="2">문제 상황에 맞게 미지수 2개를 정했으나, 미지수가 2개인 연립방정식을 옳게 세우지 못한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>채윤이가 (가), (나) 모양으로 쌓은 블록의 개수를 각각 x, y라고 하자.</td></tr>
<tr><td colspan="2">문제 상황에 맞게 미지수 2개를 정하진 못했으나, 미지수가 2개인 연립방정식을 옳게 세운 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>채윤이가 178cm를 쌓을 때 사용한 블록은 28개이므로, x, y에 관한 연립방정식을 세우면 $\begin{cases} x+y=28 & \cdots ① \\ 7x+5y=178 & \cdots ② \end{cases}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">무응답 또는 그 외의 오답</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>무응답</td></tr>
<tr><td rowspan="6">주어진 문제상황 해결하기</td><td rowspan="6">2점</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">연립방정식의 풀이과정과 해를 모두 옳게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>y를 없애기 위해 ①의 양변에 5를 곱하면 $5x+5y=140 \cdots ③$
③과 ②를 변끼리 빼면 $2x=38$, $x=19$
따라서 채윤이가 (가) 모양으로 쌓은 블록은 19개이다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">연립방정식의 해는 구했으나 풀이과정을 옳게 서술하지 못한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>채윤이가 (가) 모양으로 쌓은 블록은 19개이다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">무응답 또는 그 외의 오답</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>무응답</td></tr>
</table>

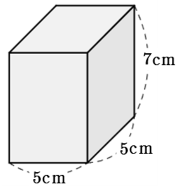
>> 채점 시 유의점

- 3-1 문항의 경우, 사전에 〈채점기준〉을 제시했으므로 그 기준에 따라 채점하면 됩니다. 다만, 평가 결과의 점수만 제공하기 보다는 채점기준 4개를 각각 a, b, c, d 등과 같이 정한 후 만족한 채점기준을 포함하여 피드백하여 학생들이 무엇을 잘했고, 무엇이 부족한지 알고 수정할 수 있도록 지원하는 것이 바람직합니다.

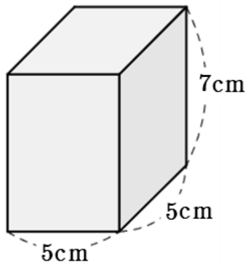
○‥ 예시 답안

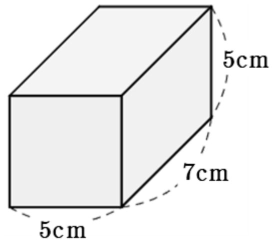
<table>
<tr><td>3-1</td><td>4점</td><td colspan="2">A 중학교에서는 오른쪽 그림과 같은 직육면체 모양의 블록을 사용하여 높이 쌓으면 상품을 지급하는 행사를 진행하고 있다. 다음은 이 행사에서 제시하고 있는 〈블록 쌓는 조건〉이다.

〈블록 쌓는 조건〉
• 블록은 위로 하나씩만 쌓을 수 있다.
• 한 사람당 40개의 블록이 지급되고, 지급된 블록으로만 쌓아야 한다.
• 블록을 쌓을 수 있는 제한 시간은 5분이다.



채윤이가 이 행사에 참여하여 178cm를 쌓았더니 블록이 12개가 남았다고 한다. 블록을 다음과 같은 (가) 또는 (나) 모양으로만 쌓을 수 있다고 할 때, 채윤이가 (가) 모양으로 쌓은 블록의 개수를 구하시오.

블록의 정사각형인 면이 지면과 평행하게 놓인 모양을 (가), 직사각형인 면이 지면과 평행하게 놓인 모양을 (나)라고 하자.


(가)


(나)</td></tr>
<tr><td rowspan="7">3-2</td><td rowspan="4">2점</td><td>2점</td><td>채윤이가 (가), (나) 모양으로 쌓은 블록의 개수를 각각 x, y라고 하자.
채윤이가 178cm를 쌓을 때 사용한 블록은 28개이므로, x, y에 관한 연립방정식을 세우면
$\begin{cases} x+y=28 & \cdots ① \\ 7x+5y=178 & \cdots ② \end{cases}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td>채윤이가 (가), (나) 모양으로 쌓은 블록의 개수를 각각 x, y라고 하자.</td></tr>
<tr><td>채윤이가 178cm를 쌓을 때 사용한 블록은 28개이므로, x, y에 관한 연립방정식을 세우면
$\begin{cases} x+y=28 & \cdots ① \\ 7x+5y=178 & \cdots ② \end{cases}$</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>무응답</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2점</td><td>2점</td><td>y를 없애기 위해 ①의 양변에 5를 곱하면 $5x+5y=140$ ⋯ ③
③과 ②를 변끼리 빼면 $2x=38$, $x=19$
따라서 채윤이가 (가) 모양으로 쌓은 블록은 19개이다.</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>채윤이가 (가) 모양으로 쌓은 블록은 19개이다.</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>무응답</td></tr>
</table>

○·· 평가에 따른 피드백

상	• 주어진 문제를 해결하는 수준에서 벗어나, 문제상황을 이해하고 조건을 고려하여 직접 문제를 만들어 해결할 수 있는 능력이 탁월합니다. 문제만들기가 다소 생소한 주제였음에도 불구하고 다른 학생들이 부러워할 정도의 완성도 있는 문제를 만들고 해결했다는 점을 높이 평가합니다. 앞으로는 기본적인 문제상황이나 도구 등도 본인 스스로 설정한 후 문제만들기에 도전해 보길 바랍니다.
중	• 주어진 블록을 사용하여 미지수가 2개인 연립방정식 문제를 잘 만들었습니다. 채점기준도 대부분 잘 적용된 문제이긴 하나 연립방정식보다는 직접 세거나 그림 그리는 것이 더 효과적이라고 판단됩니다. 이를 보완하기 위해서는 문항의 어떤 부분을 수정하면 좋을지 생각해 보고 선생님에게 설명해 보길 바랍니다.
하	• 문제를 만드는 것은 쉽지 않습니다. 채점기준을 모두 만족하진 못했지만 간단히 문제를 만들고 풀이까지 작성했다는 사실에 선생님은 감탄했습니다. 100%가 아니더라도 하나씩 도전하며 이루어갈 때 또 다른 것을 경험할 수 있음을 이번 기회에 느꼈으면 좋겠습니다. • 연립방정식의 활용 문제에 대한 복습도 다시 해보면 좋겠습니다. 선생님이 제작하여 온라인 플랫폼에 탑재한 수업영상이나 EBSmath 사이트의 ‘속력에 관한 연립방정식의 활용’을 통해 보충학습하길 바랍니다.

» 피드백 작성 시 유의점

- 3-1 문항의 경우, 학생입장에서 생소한 주제인 문제만들기이므로 주어진 채점기준을 모두 만족하도록 강조하기 보다는 학생 수준에 따라 적용할 수 있는 정도를 판단하여 그에 따라 피드백하는 것이 좋습니다.
- 3-2 문항의 경우, 3-1 문항의 복잡 정도에 따라 달라지므로 피드백 할 때에도 점수가 아닌 문항 구성을 고려하는 것이 필요합니다.

4. 서·논술 문항의 지필평가 적용

○·· 지필평가 적용을 위한 Tip

평가문항 1과 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가문항 1의 경우, 미지수가 2개인 연립방정식을 미지수가 1개인 일차방정식으로 바꾸는 방법에 대해 어느 정도 이해하고 있는지를 파악한 후, 이와 연계하여 연립방정식을 미지수가 1개인 일차방정식으로 바꾸어 해를 구할 수 있는지 측정하는 문항입니다. 이를 통해 미지수가 2개인 연립방정식의 해를 구하는 과정을 이해하고 설명할 수 있게 하는 것을 목적으로 합니다.
- 평가문항 1과 관련하여 수업과 수행평가를 실시한 후 지필평가에서는 오류가 있는 풀이를 제시하고 어느 부분에서 틀렸는지 판단하고 그 이유를 설명하게 한 후 옳은 해를 구하게 하는 서술형 문항을 제시할 수 있습니다. 이 문항에 대한 채점기준은 틀린 부분을 찾고 틀린 이유를 설명할 수 있는지에 대해 2점을 부여하고, 주어진 연립방정식의 해를 구하는 풀이과정과 답을 구하는 것으로 2점을 부여할 수 있습니다.
- 지필평가 문항과 채점기준의 예시는 다음과 같습니다.

서술형

다음은 주희가 연립방정식 $\begin{cases} 3x-y=7 \\ x-\dfrac{1}{2}y=\dfrac{5}{2} \end{cases}$ 의 해를 구하는 과정을 작성한 것이다. 물음에 답하시오. (4점)

y를 없애기 위해 일차방정식 $x-\dfrac{1}{2}y=\dfrac{5}{2}$의 양변에 2를 곱하면 주어진 연립방정식은

$\begin{cases} 3x-y=7 \cdots ① \\ x-y=5 \quad \cdots ② \end{cases}$

①과 ②를 변끼리 빼면 $2x=2$, $x=1$

$x=1$를 ②에 대입하면 $1-y=5$, $y=-4$

따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=1$, $y=-4$

(1) 처음으로 틀린 부분을 찾고, 틀린 이유를 설명하시오.(2점)

(2) 이 연립방정식의 해를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. (2점)

문항	평가 요소	배점	기대 수행
(1)	틀린 부분 찾고 틀린 이유 설명하기	2점	처음으로 틀린 부분과 틀린 이유를 모두 옳게 설명한 경우
		1점	처음으로 틀린 부분을 찾았으나, 틀린 이유를 옳게 설명하지 못한 경우
		0점	무응답 또는 그 외의 오답
(2)	연립방정식을 풀고 그 과정 설명하기	2점	연립방정식의 풀이 과정과 해를 모두 옳게 서술한 경우
		1점	연립방정식의 풀이과정은 옳게 서술했으나 해를 구하지 못한 경우
			연립방정식의 해만 옳게 구한 경우
		0점	무응답 또는 그 외의 오답

평가문항 2와 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가문항 2의 경우, 수업을 통해 연립방정식을 활용하여 주어진 문제 상황을 어떻게 해결할 수 있을지 탐구하고 연립방정식을 활용하여 문제를 해결하는 단계를 이해한 후 이를 실제 문제상황에 적용할 수 있는지 측정하고 피드백하는데 그 목적이 있습니다. 따라서 2-1 문항의 경우, 각 단계를 순서대로 제시하여 학생이 응답하며 그 절차를 인지할 수 있게 구성하였고, 2-2 문항의 경우, 학생 스스로 절차를 수행할 수 있게 제시하였습니다.
- 2-1 문항의 경우, 2-2 문항과 같이 변형하여 논술형 문항으로 제시할 수 있습니다. 이 문항에 대한 채점기준은 주어진 문제상황을 이해하고 연립방정식을 이용하여 해결하기에 2점, 문맥 설명하기에 1점을 부여할 수 있습니다.
- 지필평가 문항과 채점기준의 예시는 다음과 같습니다.

논술형

다음은 어느 시화집에 나오는 내용이다. 이 글에서 노새의 짐과 당나귀의 짐이 각각 몇 자루인지 연립방정식을 이용하여 구하고 이를 바탕으로 노새가 당나귀에게 한 말의 의미가 무엇인지 설명하시오. (3점)

> 노새와 당나귀가 터벅터벅 자루를 운반하는데, 당나귀가 짐이 무거워서 한탄하고 있었습니다. 당나귀의 한탄을 가만히 듣고 있던 노새가 당나귀에게 말했습니다. "연약한 소녀가 울듯이 어째서 너는 한탄하고 있니? 네 짐 중 한 자루를 내 등에다 옮기면 내 짐의 수는 네 짐의 수의 두 배가 된단다. 반면 내 짐 한 자루를 네 등에다 옮기면 내 짐의 수는 네 짐의 수와 같아지지."

평가 요소	배점	기대 수행
주어진 문제상황을 이해하고 연립방정식을 이용하여 해결하기	2점	노새의 짐의 수와 당나귀의 짐의 수를 각각 미지수로 정한 후 연립방정식을 세워 각각 몇 자루인지 구한 경우
	1점	노새의 짐의 수와 당나귀의 짐의 수를 각각 미지수로 정한 후 연립방정식을 세웠으나 각각 몇 자루인지 구하지 못한 경우
		노새의 짐과 당나귀의 짐이 각각 몇 자루인지 구했으나, 연립방정식을 세우지 못한 경우
	0점	무응답 또는 그 외의 오답
문맥 설명하기	1점	노새의 짐의 수와 당나귀의 짐의 수를 바탕으로 노새가 당나귀에게 한 말의 의미를 옳게 설명한 경우
	0점	무응답 또는 그 외의 오답

서·논술형
평가도구 자료집

04

이등변삼각형의 성질

04

이등변삼각형의 성질

1. 과제 개요

<table>
<tr><td>학교급</td><td>중학교</td><td colspan="2">학년/학년군</td><td>2학년/1~3학년군</td></tr>
<tr><td>교과군</td><td>수학</td><td colspan="2">과목명</td><td>기하</td></tr>
<tr><td>과제명</td><td colspan="4">이등변삼각형의 성질</td></tr>
<tr><td rowspan="3">성취기준 및 평가기준</td><td rowspan="3">[9수04-10] 이등변삼각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.</td><td>상</td><td colspan="2">이등변삼각형의 성질을 정당화할 수 있고, 이를 이용하여 다양한 문제를 해결할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>중</td><td colspan="2">이등변삼각형의 성질을 안내된 절차에 따라 설명할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>하</td><td colspan="2">이등변삼각형의 성질을 추측하고 말할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>교과 역량</td><td colspan="4">문제해결, 추론, 의사소통</td></tr>
<tr><td>출제 의도</td><td colspan="4">중학교 2학년에서 학습하는 도형의 성질을 이해하고 설명하는 활동은 중학교 전반에 걸친 대표적인 추론과 논증활동이다. 중학생들이 흔히 보이는 첫 번째 오류는 어떤 조건을 갖는 도형이 크기와 모양을 다양하게 가질 수 있음에도 불구하고 학생들의 이해를 돕기 위해 제시한 특정 이미지로 인해, 고정된 하나의 유일한 도형이라고 단정짓는 것이다. 이와 같은 오류를 보이는 학생들의 도형에 대한 이해를 돕기 위해 지오지브라와 같은 공학도구를 활용할 수 있다. 주어진 조건을 만족하는 도형이 고정되지 않은 여러 이미지를 갖는 도형임을 관찰하는 실험을 통해 도형의 성질을 추측하고 확인하는 경험이 중요하다. 특히 공학도구를 연계한 평가는 학생들이 평가 중에 실험하고 추측하는 과정을 경험하게 함으로써 학생들의 이해를 돕는 수업과 연계한 평가를 실시할 수 있다.
중학생들이 흔히 보이는 두 번째 오류는 수직이등분선과 각의 이등분선에 대해 부적절한 이해를 보이는 것이다. 학생들은 수직이등분선을 수선이나 중선으로 잘못 이해하고 있는데, 이는 수직이등분선이 반드시 삼각형의 꼭짓점을 지나야 한다는 오개념에 기초한다. 또한 각의 이등분선을 중선으로 잘못 이해하고 있으며, 이는 한 각의 이등분선이 그 각의 대변의 중점을 지나야 한다는 오개념에 기초한다. 이 두 오개념은 “이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.”는 이등변삼각형의 성질을 국소적으로 이해함으로써 비롯된다. 즉, 학생들은 이등변삼각형의 성질을 배우면서 한편으로 삼각형의 외심과 내심을 후속 학습하기 위해 이등변삼각형이 아닌 삼각형에서의 수직이등분선과 각의이등분선을 중선, 수선과 비교 관찰하는 경험이 필요하다. 이는 반례를 통해 “이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.”는 이등변삼각형의 성질을 보다 유의미하게 학습하는 기회를 제공할 수 있다. 더불어 학생들이 삼각형을 떠올리면 고착되어 있는 이미지인 정삼각형과 이등변삼각형을 벗어나 다양한 종류의 삼각형을 의도적으로 고려하게하는 경험을 제공할 수 있다.</td></tr>
</table>

서·논술형 평가 문항	평가 영역 / 역량	평가 요소
평가 문항 1 (서술형)	이등변삼각형의 성질/ 추론, 의사소통	• 이등변삼각형의 성질을 추측하기 위해 수선, 중선, 수직이등분선, 각의 이등분선의 공통점과 차이점 탐구하기 • 이등변삼각형의 성질 “이등변삼각형은 꼭지각의 이등분선이 밑변을 수직이등분한다.” 추측하기
평가 문항 2 (서술형)	이등변삼각형의 성질/ 추론, 의사소통, 문제해결	• 이등변삼각형에서 적절한 보조선으로 중선과 각의 이등분선을 이용하여 문제를 해결하고 설명하기
평가 문항 3 (서·논술형)	이등변삼각형이 되는 조건/ 추론, 의사소통, 문제해결	• 이등변삼각형의 뜻 알고, 이등변삼각형이 되는 조건 판단하고 설명하기 • 이등변삼각형이 되는 조건에 대한 주장을 판단하고 설명하기(논술형) • “두 내각의 크기가 서로 같은 삼각형은 이등변삼각형”임을 설명하기 위해 수선 또는 각의 이등분선을 적절한 보조선으로 선택하기

2. 교수·학습 활동 및 평가 계획

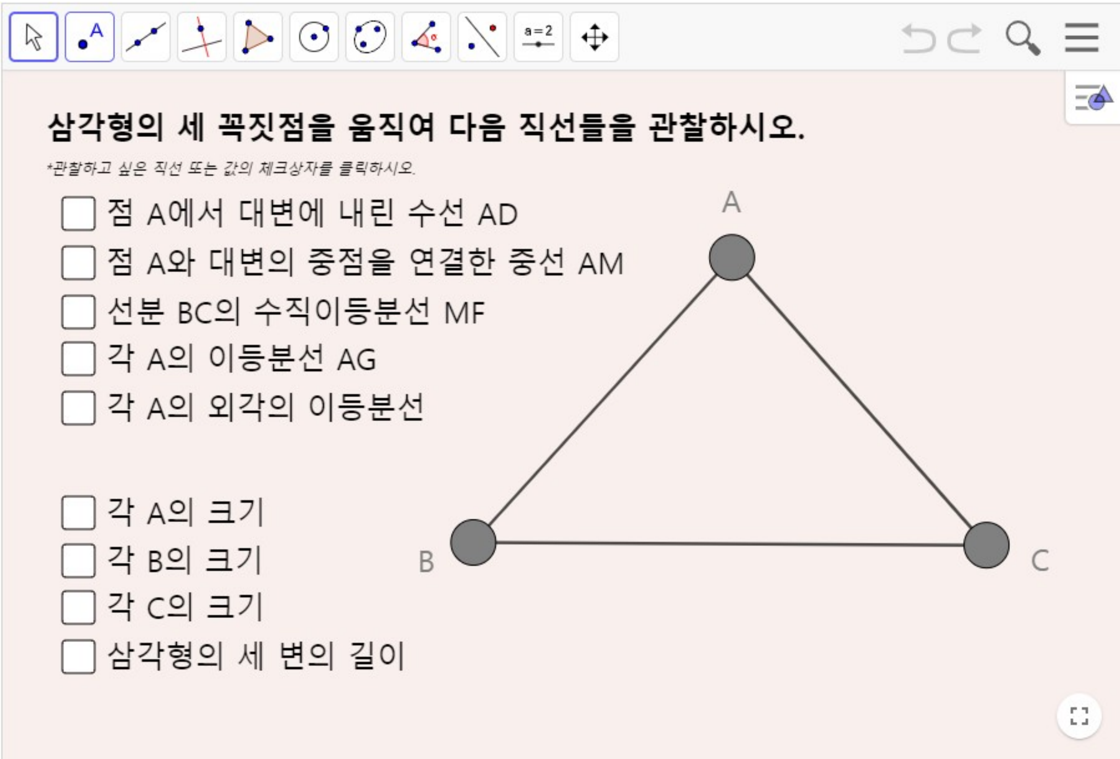
학습단계	학습 목표 (교과역량)	교수학습 활동	평가 문항	방법
1~2차시	이등변삼각형의 성질을 추측하기 위해 삼각형의 수선, 중선, 수직이등분선, 각의 이등분선을 알고, 그 직선들의 공통점과 차이점을 구분하여 설명할 수 있다. (추론, 의사소통)	[탐구1, 모둠] 공학도구(지오지브라)를 활용하여 다양한 모양의 삼각형에서 수선, 중선, 수직이등분선, 각의 이등분선을 비교 관찰하고 공통점과 차이점 알기 [교사] 학생들의 어려움을 파악하고 토론 이끌기 [탐구2, 모둠] 주어진 수선, 중선, 수직이등분선, 각의 이등분선이 일치하는 삼각형의 조건 추측하기 [교사] 학생들의 어려움을 파악하고 토론 이끌기 [학생(개인)] 평가문항에 답하기	평가 문항 1 [학생(개인)] • 이등변삼각형의 성질을 추측하기 위해 수선, 중선, 수직이등분선, 각의 이등분선의 공통점과 차이점 탐구하기 • 이등변삼각형의 성질 “이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선이 밑변을 수직이등분한다.” 추측하기 피드백	서술형 문항 개인별 평가
3차시	이등변삼각형의 성질을 설명하고 문제를 해결하기 위해 중선, 각의 이등분선을 이용할 수 있다. (추론, 의사소통, 문제해결)	[탐구1, 모둠] 중선을 이용해 “이등변삼각형은 두 밑각의 크기가 서로 같다.”를 설명하기 [교사] 두 삼각형의 합동을 이용해 설명할 수 있도록 토론 이끌기 [탐구2, 모둠] 각의 이등분선을 이용해 “이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.”를 설명하기 [교사] 두 삼각형의 합동을 이용해 설명할 수 있도록 토론 이끌기 [학생(개인)] 평가문항에 답하기	평가 문항 2 [학생(개인)] • 이등변삼각형에서 적절한 보조선으로 중선과 각의 이등분선을 이용하여 문제를 해결하고 설명하기 피드백	서술형 문항 개인별 평가
4~5차시	이등변삼각형이 되는 조건을 판단하고 설명할 수 있으며, 이를 이용해 문제를 해결할 수 있다. (추론, 의사소통, 문제해결)	[탐구1, 모둠] 이등변삼각형의 뜻을 알고, 이등변삼각형이 아닌 반례들을 탐색하기 [교사] 주어진 조건으로 그릴 수 있는 다양한 삼각형을 고려하여 이등변삼각형인지 판단하도록 토론 이끌기 [탐구2, 모둠] 이등변삼각형이 되는 조건을 설명하기 위해 수직이등분선이 적절한 보조선이 될 수 있는지 탐구하기 [교사] 학생들의 어려움을 파악하고 토론 이끌기 [탐구3, 모둠] 수선 또는 각의 이등분선을 이용해 “두 내각의 크기가 서로 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.”를 설명하기 [교사] 학생들의 어려움을 파악하고 토론 이끌기 [학생(개인)] 평가문항에 답하기	평가 문항 3 [학생(모둠 혹은 학급 전체)] • 이등변삼각형의 뜻을 알고, 이등변삼각형이 되는 조건 판단하고 설명하기 • 이등변삼각형이 되는 조건에 대한 주장을 판단하고 설명하기 • “두 내각의 크기가 서로 같은 삼각형은 이등변삼각형”임을 설명하기 위해 수선 또는 각의 이등분선을 적절한 보조선으로 선택하기 피드백	서술형 문항 논술형 문항 개인별 평가

3. 평가 문항

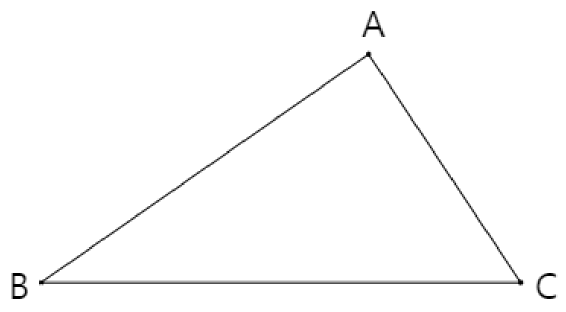
평가 문항 1(서술형)

다음 지오지브라 활동을 한 후 물음에 답하시오.

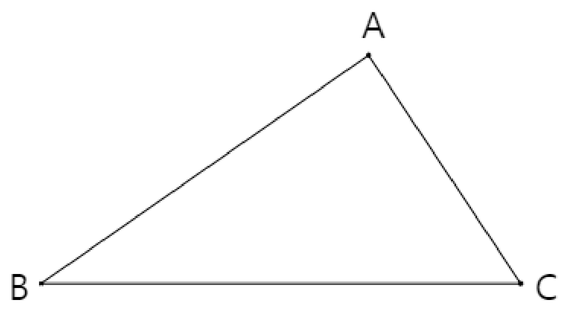
https://www.geogebra.org/m/dsa2jqpv



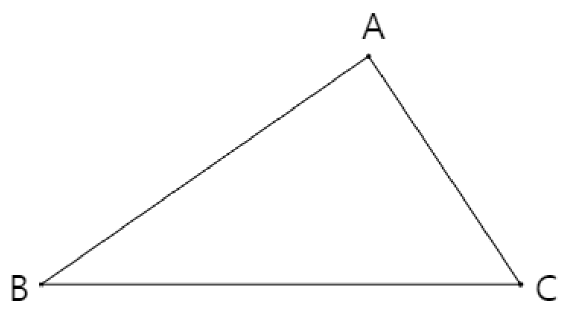
(1) 삼각형 ABC에 선분 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선 $\overline{MF}$ 와 중선 $\overline{AM}$ 을 그리고, 두 직선의 공통점과 차이점을 설명하시오. (2점)



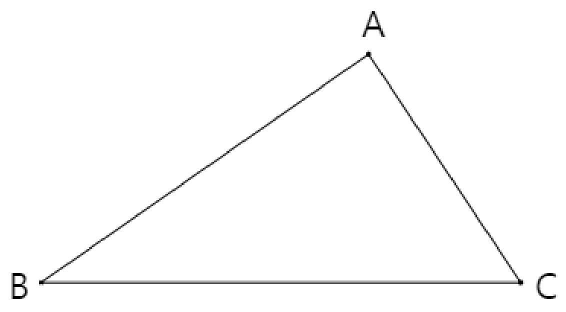
(2) 삼각형 ABC에 선분 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선 $\overline{MF}$ 와 수선 $\overline{AD}$ 를 그리고, 두 직선의 공통점과 차이점을 설명하시오. (2점)



(3) 삼각형 ABC에 각 A의 이등분선 $\overline{AG}$ 와 중선 $\overline{AM}$을 그리고 두 직선의 공통점과 차이점을 설명하시오. (2점)



(4) 삼각형 ABC에 각 A의 이등분선 $\overline{AG}$ 와 수선 $\overline{AD}$ 를 그리고, 두 직선의 공통점과 차이점을 설명하시오. (2점)

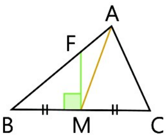
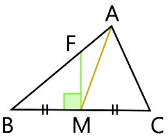
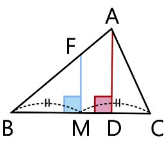
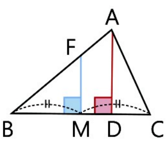
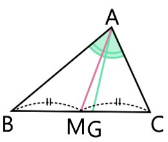
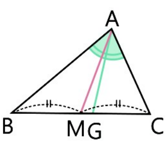
(5) 삼각형 ABC에서 $\overline{AD}$, $\overline{AM}$, $\overline{MF}$, $\overline{AG}$ 가 일치할 것으로 추측되는 삼각형은 어떤 삼각형인지 있는대로 고르고, 그 이유를 설명하시오. (2점)

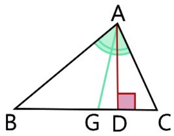
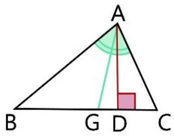
① 정삼각형
② $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형
③ $\angle A=90^\circ$ 인 직각삼각형
④ $\angle B=90^\circ$ 인 직각삼각형
⑤ $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형
⑥ 예각삼각형
⑦ $\angle A>90^\circ$ 인 둔각삼각형
⑧ $\angle B>90^\circ$ 인 둔각삼각형

>> 활용 Tip !

- 공학도구를 활용하여 주어진 삼각형의 점을 움직여보는 활동을 통해 다양한 삼각형에서 수선, 중선, 수직이등분선, 각의 이등분선의 모양을 관찰하고 공통점과 차이점을 비교하게 한다. 이러한 활동은 수직이등분선과 수선, 중선을 구분하고, 각의 이등분선과 수선, 중선을 구분하는데 도움을 줄 수 있다. 특히 공통점과 차이점을 설명할 때 두 직선이 지나거나 혹은 지나지 않는 꼭짓점과 변, 중점 그리고 수직과 같은 두 직선의 위치관계에 주목하게 할 필요가 있다.
- 공학도구의 도움을 받아 주어진 직선들을 구분하고 그 차이를 설명하는 것이 평가문항의 초점이므로 평가 중 공학도구를 사용하도록 할 수 있다.
- 다양한 삼각형에서 수선, 중선, 수직이등분선, 각의 이등분선을 관찰하는 활동을 통해 “이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.”는 이등변삼각형의 성질을 추측할 수 있게 한다.
- 학생들이 각 문항에 대한 답을 작성하기 전에 학급 전체 혹은 모둠 토의를 진행하여 논의를 풍부하게 할 수 있다.

○·· 채점 기준

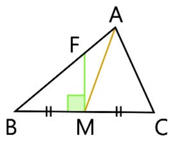
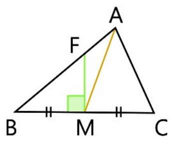
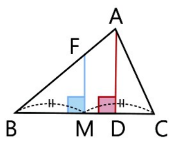
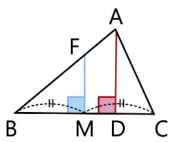
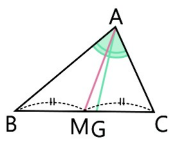
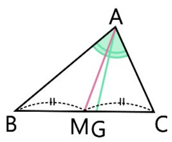
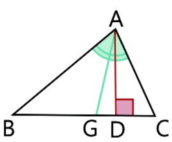
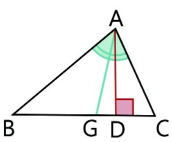
<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/배점</th><th colspan="3">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="5">서 1-(1)</td><td rowspan="5">이등변삼각형의 성질을 추측하기 위해 수직이등분선과 중선의 공통점과 차이점 탐구하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="3">• ㉠ 수직이등분선과 중선을 그리고 적절한 기호 표시를 하였으며 ㉡ 공통점과 차이점을 적절하게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td></td><td>• 공통점: 변 BC의 중점 M을 지난다.
• 차이점: 수직이등분선은 변 BC와 수직으로 만나지만 중선은 항상 그렇지 않다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="3">• ㉠, ㉡ 둘 중 한 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td></td><td>• 공통점: 변 BC의 중점 M을 지난다.
• 차이점: 수직이등분선은 변 BC와 수직으로 만나지만 중선은 항상 그렇지 않다.</td></tr>
<tr><td>0점</td><td colspan="3">• 무응답 또는 그 외 오답인 경우</td></tr>
<tr><td rowspan="5">서 1-(2)</td><td rowspan="5">이등변삼각형의 성질을 추측하기 위해 수직이등분선과 수선의 공통점과 차이점 탐구하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="3">• ㉠ 수직이등분선과 중선을 그리고 적절한 기호 표시를 하였으며 ㉡ 공통점과 차이점을 적절하게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td></td><td>• 공통점: 변 BC와 수직으로 만난다.
• 차이점: 수직이등분선은 변 BC의 중점 M을 지나지만 수선은 항상 그렇지 않다. 수선은 점 A를 만나지만 수직이등분선은 항상 그렇지 않다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="3">• ㉠, ㉡ 둘 중 한 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td></td><td>• 공통점: 변 BC와 수직으로 만난다.
• 차이점: 수직이등분선은 변 BC의 중점 M을 지나지만 수선은 항상 그렇지 않다. 수선은 점 A를 지나지만 수직이등분선은 항상 그렇지 않다.</td></tr>
<tr><td>0점</td><td colspan="3">• 무응답 또는 그 외 오답인 경우</td></tr>
<tr><td rowspan="5">서 1-(3)</td><td rowspan="5">이등변삼각형의 성질을 이해하기 위해 각의 이등분선과 중선의 공통점과 차이점 탐구하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="3">• ㉠ 각의 이등분선과 중선을 그리고 적절한 기호 표시를 하였으며 ㉡ 공통점과 차이점을 적절하게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td></td><td>• 공통점: 점 A를 지나고 변 BC와 한 점에서 만난다.
• 차이점: 중선은 변 BC의 중점 M을 지나지만 각의이등분선은 항상 그렇지 않다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="3">• ㉠, ㉡ 둘 중 한 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td></td><td>• 공통점: 점 A를 지나고 변 BC와 한 점에서 만난다.
• 차이점: 중선은 변 BC의 중점 M을 지나지만 각의이등분선은 항상 그렇지 않다.</td></tr>
<tr><td>0점</td><td colspan="3">• 무응답 또는 그 외 오답인 경우</td></tr>
</table>

문항	평가 요소	척도/ 배점	기대 수행	
서 1-(4)	이등변삼각형의 성질을 이해하기 위해 각의 이등분선과 수선의 공통점과 차이점 탐구하기	2점	• ㉠ 각의 이등분선과 수선을 그리고 적절한 기호 표시를 하였으며 ㉡ 공통점과 차이점을 적절하게 서술한 경우	
			예시답안	 • 공통점: 점 A를 지나고 변 BC와 한 점에서 만난다. • 차이점: 수선은 변 BC와 수직으로 만나지만 각의이등분선은 항상 그렇지 않다.
		1점	• ㉠, ㉡ 둘 중 한 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우	
			예시답안	 • 공통점: 점 A를 지나고 변 BC와 한 점에서 만난다. • 차이점: 수선은 변 BC와 수직으로 만나지만 각의이등분선은 항상 그렇지 않다.
		0점	• 무응답 또는 그 외 오답인 경우	
서 1-(5)	수선, 중선, 수직이등분선, 각의 이등분선 사이의 관계를 관찰하여 이등변삼각형의 성질 추측하기	2점	• ㉠ ①, ②, ⑤를 골랐으며 ㉡ 관찰을 통해 $\overline{AB}=\overline{AC}$의 조건이 필수적임을 설명하거나, 반례를 찾아 일치하지 않는 삼각형들을 제외하여 설명한 경우	
			예시답안	①, ②, ⑤ $\overline{AB}=\overline{AC}$의 조건을 갖는 삼각형에서만 $\overline{AD}$, $\overline{AM}$, $\overline{MF}$, $\overline{AG}$가 거의 일치하는 것을 관찰할 수 있다. (또는 조건을 만족하는 다양한 삼각형 중 $\overline{AD}$, $\overline{AM}$, $\overline{MF}$, $\overline{AG}$가 일치하지 않는 이등변삼각형이 아닌 반례를 찾아 ③, ④, ⑥, ⑦, ⑧을 제외한다.)
		1점	㉠, ㉡ 둘 중 한 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우	
			예시답안	①, ②, ⑤ $\overline{AB}=\overline{AC}$의 조건을 갖는 삼각형에서만 $\overline{AD}$, $\overline{AM}$, $\overline{MF}$, $\overline{AG}$가 거의 일치하는 것을 관찰할 수 있다. (또는 조건을 만족하는 다양한 삼각형 중 $\overline{AD}$, $\overline{AM}$, $\overline{MF}$, $\overline{AG}$가 일치하지 않는 이등변삼각형이 아닌 반례를 찾아 ③, ④, ⑥, ⑦, ⑧을 제외한다.)
		0점	• 무응답 또는 그 외 오답인 경우	

채점 시 유의점

- 1-(1)~(4) 문항은 수선, 중선, 수직이등분선, 각의 이등분선을 그리고 서로 비교하여 공통점과 차이점을 알고, 적절한 용어(점을 지난다, 중점을 지난다, 서로 수직으로 만난다 등)를 사용하여 의사소통하는 것이 핵심이다. 따라서 적절한 용어를 사용하여 의사소통했을 경우, 정답으로 인정한다.
- 1-(5) 문항은 정답을 고르는 것 뿐만 아니라 고른 삼각형들이 모두 이등변삼각형임에 주목하고 있는지 고려하여 채점한다. 즉, 이등변삼각형의 성질 "이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다."를 추측하는 것이 핵심이다. 또한 학생들이 이등변삼각형이 아닌 삼각형에서 반례를 탐색해보는 활동이 중요하다. 이를 통해 학생들은 후속 학습에서 이등변삼각형의 성질을 단지 추측하는 것을 넘어 적절한 근거를 추론해야만 함을 인지하게 될 것이다.

○·· 예시 답안

문항	척도/배점	예시답안
서 1-(1)	2점	 • 공통점: 변 BC의 중점 M을 지난다. • 차이점: 수직이등분선은 변 BC와 수직으로 만나지만 중선은 항상 그렇지 않다.
	1점	 • 공통점: 변 BC의 중점 M을 지난다. • 차이점: 수직이등분선은 변 BC와 수직으로 만나지만 중선은 항상 그렇지 않다.
	0점	무응답 또는 그 외 오답인 경우
서 1-(2)	2점	 • 공통점: 변 BC와 수직으로 만난다. • 차이점: 수직이등분선은 변 BC의 중점 M을 지나지만 수선은 항상 그렇지 않다. 수선은 점 A를 지나지만 수직이등분선은 항상 그렇지 않다.
	1점	 • 공통점: 변 BC와 수직으로 만난다. • 차이점: 수직이등분선은 변 BC의 중점 M을 지나지만 수선은 항상 그렇지 않다. 수선은 점 A를 지나지만 수직이등분선은 항상 그렇지 않다.
	0점	무응답 또는 그 외 오답인 경우
서 1-(3)	2점	 • 공통점: 점 A를 지나고 변 BC와 한 점에서 만난다. • 차이점: 중선은 변 BC의 중점 M을 지나지만 각의이등분선은 항상 그렇지 않다.
	1점	 • 공통점: 점 A를 지나고 변 BC와 한 점에서 만난다. • 차이점: 중선은 변 BC의 중점 M을 지나지만 각의이등분선은 항상 그렇지 않다.
	0점	무응답 또는 그 외 오답인 경우
서 1-(4)	2점	 • 공통점: 점 A를 지나고 변 BC와 한 점에서 만난다. • 차이점: 수선은 변 BC와 수직으로 만나지만 각의이등분선은 항상 그렇지 않다.
	1점	 • 공통점: 점 A를 지나고 변 BC와 한 점에서 만난다. • 차이점: 수선은 변 BC와 수직으로 만나지만 각의이등분선은 항상 그렇지 않다.
	0점	무응답 또는 그 외 오답인 경우

문항	척도/배점	예시답안
서 1-(5)	2점	①, ②, ⑤ $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}$ 의 조건을 갖는 삼각형에서만 $\overline{\mathrm{AD}}$, $\overline{\mathrm{AM}}$, $\overline{\mathrm{MF}}$, $\overline{\mathrm{AG}}$ 가 거의 일치하는 것을 관찰할 수 있다. (또는 조건을 만족하는 다양한 삼각형 중 $\overline{\mathrm{AD}}$, $\overline{\mathrm{AM}}$, $\overline{\mathrm{MF}}$, $\overline{\mathrm{AG}}$ 가 일치하지 않는 이등변삼각형이 아닌 반례를 찾아 ③, ④, ⑥, ⑦, ⑧을 제외한다.)
	1점	①, ②, ⑤
		$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}$ 의 조건을 갖는 삼각형에서만 $\overline{\mathrm{AD}}$, $\overline{\mathrm{AM}}$, $\overline{\mathrm{MF}}$, $\overline{\mathrm{AG}}$ 가 거의 일치하는 것을 관찰할 수 있다. (또는 조건을 만족하는 다양한 삼각형 중 $\overline{\mathrm{AD}}$, $\overline{\mathrm{AM}}$, $\overline{\mathrm{MF}}$, $\overline{\mathrm{AG}}$ 가 일치하지 않는 이등변삼각형이 아닌 반례를 찾아 ③, ④, ⑥, ⑦, ⑧을 제외한다.)
	0점	무응답 또는 그 외 오답인 경우

○·· 평가에 따른 피드백

수준	피드백
상	• 삼각형에서 수선, 중선, 수직이등분선, 각의 이등분선을 구분할 수 있고 각각을 비교하여 공통점과 차이점을 설명할 수 있습니다. 또한 수선, 중선, 수직이등분선, 각의 이등분선이 일치하는 삼각형들을 분류하고, 공통점을 찾아 이등변삼각형의 성질 “이등변삼각형은 꼭지각의 이등분선이 밑변을 수직이등분한다.”에 대한 추측을 정확하게 하였습니다.
중	• 삼각형에서 수선, 중선, 수직이등분선, 각의 이등분선을 구분할 수 있지만 공통점과 차이점을 적절한 용어를 사용하여 설명하는데 어려움을 가지고 있습니다. 점과 직선의 위치관계를 이용해 공통점과 차이점을 설명할 수 있도록 연습해볼 필요가 있습니다. • 수선, 중선, 수직이등분선, 각의이등분선이 일치하는 삼각형을 찾는데 어려움을 가지고 있습니다. 공학도구(지오지브라)를 이용해 삼각형의 꼭짓점을 움직여 도형을 관찰하고, 특히, 네 선이 일치하지 않는 삼각형을 찾아보는 것이 중요합니다. 우리는 이러한 예를 반례라고 하며, 이렇게 반례가 있는 삼각형들을 제외한 후 남은 삼각형들의 가장 중요한 공통점이 이등변삼각형임에 주목해야 합니다.
하	• 삼각형에서 수선, 중선, 수직이등분선, 각의 이등분선을 구분하는데 어려움을 가지고 있습니다. 공학도구(지오지브라)를 이용해 수선, 중선, 수직이등분선, 각의 이등분선을 관찰해 볼 필요가 있습니다. 네 선을 각각 관찰해 보고, 두 개씩 비교하여 관찰함으로써 꼭짓점을 지나는지, 중점을 지나는지, 변과 수직으로 만나는 지 등의 특징을 구분해야 합니다.

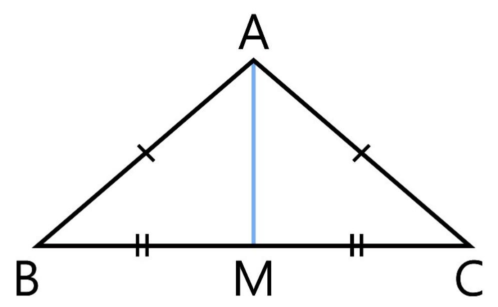
≫ 피드백 작성 시 유의점

- 1-(1)~(4) 문항의 경우, 학생들이 수선, 중선, 수직이등분선, 각의이등분선을 적절한 기호를 사용해 그리고, 점과 직선의 위치관계와 관련된 적절한 용어를 사용하여 공통점과 차이점을 설명하도록 피드백한다.
- 1-(5) 문항의 경우 ①, ②, ⑤의 삼각형을 찾아냈다는 것만으로도 이등변삼각형의 성질을 직관적으로 추측했다고 볼 수 있다. 하지만 학생들이 추측을 문장으로 만들어 의사소통하는 첫 단계이므로 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}$, 즉 이등변삼각형의 성질임을 추측한 학생들의 응답을 강조하여 전체 학생들이 주목할 수 있게 피드백하는 것이 중요하다.

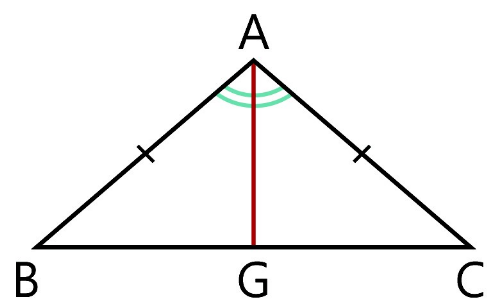
평가 문항 2(서술형)

다음 물음에 답하시오.

(1) 이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AM}$은 꼭짓점 A와 변 BC의 중점 M을 연결한 중선이다. 삼각형의 합동을 이용하여 $\angle AMB$의 크기를 구하고, "이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 서로 같다."는 이등변삼각형의 성질을 설명하시오. (5점)



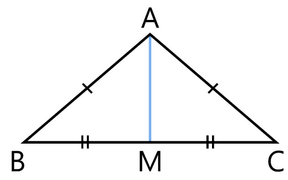
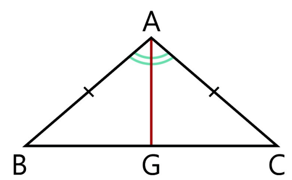
(2) 이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AG}$는 각 A를 이등분한 각의 이등분선이다. 삼각형의 합동을 이용하여 $\angle AGB$의 크기를 구하고, "이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다. "는 이등변삼각형의 성질을 설명하시오. (5점)



≫ 활용 Tip !

- 이등변삼각형의 성질을 설명하기 위해 두 삼각형의 합동을 이용해 대응하는 변의 길이 또는 각의 크기가 서로 같음을 보이는 아이디어가 핵심이라는 것을 알게 한다.
- 이등변삼각형의 성질을 설명하기 위해 각의이등분선 뿐만 아니라 중선을 보조선으로 이용할 수 있다. 이는 보조선을 선택함에 따라 고려할 수 있는 조건들이 달라져 적절한 보조선을 선택하는 것이 중요하다는 것을 학생들이 인지할 수 있게 한다.
- "이등변삼각형은 두 밑각의 크기가 서로 같다."는 이등변삼각형의 성질은 학생들이 초등학교 교육과정에서 설명 없이 직관적으로 알고 사용하고 있어 당연하게 받아들이는 성질이다. 그러므로 문제와 같이 다른 관점에서 접근하여 설명의 중요함을 인지하게 하는 것이 학생들의 정당화에 대한 이해에 도움이 될 수 있다.
- "이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다."는 이등변삼각형의 성질을 설명하는 것이 꼭지각의 이등분선이 밑변과 수직으로 만나고, 꼭지각의 이등분선이 밑변을 이등분한다라는 두 가지 조건을 각각 설명하는 것임을 학생들이 인지하게 할 필요가 있다.
- 학생들이 각 문항에 대한 답을 작성하기 전에 학급 전체 혹은 모둠 토의를 진행하여 논의를 풍부하게 할 수 있다.

○·· 채점 기준

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="8">서
2-(1)</td><td rowspan="8">이등변삼각형의 성질 설명하기(중선이 보조선인 경우)</td><td rowspan="2">5점</td><td colspan="2">㉠ △ABM과 △ACM이 합동임을 서술하고 ㉡ 두 삼각형의 합동을 이용하여 각의 크기를 구한 과정을 서술하였으며 ㉢ △ABM과 △ACM의 합동을 이용해 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 서로 같음을 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>△ABM과 △ACM에서
$\overline{AB}=\overline{AC}$
$\overline{BM}=\overline{CM}$
$\overline{AM}$은 공통이므로
△ABM≡△ACM (SSS합동) …㉠
이때, $\angle AMB=\angle AMC$
(서로 대응하는 두 각이 같다.)
$\angle AMB+\angle AMC=180^\circ$ 이므로
∴ $\angle AMB=90^\circ$ …㉡
이 때, △ABM≡△ACM이므로 $\angle B=\angle C$ 이다.
즉, 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 서로 같다.…㉢

</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3점</td><td colspan="2">㉡, ㉢ 에 대한 명시 없이 ㉠만 올바르게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>△ABM과 △ACM에서
$\overline{AB}=\overline{AC}$
$\overline{BM}=\overline{CM}$
$\overline{AM}$은 공통이므로
△ABM≡△ACM (SSS합동)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">1점</td><td colspan="2">㉡ 또는 ㉢만 올바르게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td rowspan="2">예시답안</td><td>△ABM≡△ACM이므로 $\angle AMB=\angle AMC$ (서로 대응하는 두 각이 같다.)
$\angle AMB+\angle AMC=180^\circ$ 이므로
∴ $\angle AMB=90^\circ$</td></tr>
<tr><td>△ABM≡△ACM이므로 $\angle B=\angle C$ 이다.
즉, 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 서로 같다.</td></tr>
<tr><td>0점</td><td colspan="2">무응답 또는 그 외 오답인 경우</td></tr>
<tr><td rowspan="2">서
2-(2)</td><td rowspan="2">이등변삼각형의 성질 설명하기(각의 이등분선이 보조선인 경우)</td><td rowspan="2">5점</td><td colspan="2">㉠ △ABG와 △ACG가 합동임을 서술하고 ㉡ 두 삼각형의 합동을 이용하여 각의 크기를 구한 과정을 서술하였으며 ㉢ △ABG와 △ACG가 합동을 이용해 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 서로 같음을 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>△ABG와 △ACG에서
$\overline{AB}=\overline{AC}$
$\angle BAG=\angle CAG$
$\overline{AG}$는 공통이므로
△ABG≡△ACG (SAS합동) …㉠
이때, $\angle AGB=\angle AGC$
(서로 대응하는 두 각)
$\angle AGB+\angle AGC=180^\circ$ 이므로
∴ $\angle AGB=90^\circ$ …㉡
이 때, △ABG≡△ACG이므로 $\overline{AG}\perp\overline{BC}$, $\overline{BG}=\overline{CG}$ 이다.
즉, 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.…㉢

</td></tr>
</table>

문항	평가 요소	척도/배점	기대 수행	
		3점	㉡, ㉢ 에 대한 명시 없이 ㉠만 올바르게 서술한 경우	
			예시답안	△ABG와 △ACG에서 $\overline{AB}=\overline{AB}=\overline{AC}$ $\angle BAG=\angle CAG$ $\overline{AG}$는 공통이므로 △ABG≡△ACG (SAS합동)
		1점	㉡ 또는 ㉢만 올바르게 서술한 경우	
			예시답안	△ABG≡△ACG이므로 $\angle AGB=\angle AGC$ (서로 대응하는 두 각) $\angle AGB+\angle AGC=180^\circ$ 이므로 $\therefore \angle AGB=90^\circ$
				△ABG≡△ACG이므로 $\overline{AG}\perp\overline{BC}$, $\overline{BG}=\overline{CG}$이다. 즉, 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.
		0점	무응답 또는 그 외 오답인 경우	

≫ 채점 시 유의점

- 2-(1)~(2) 문항은 이등변삼각형의 성질을 설명하기 위해 주어진 보조선에 따라 알고 있는 조건이 어떻게 달라지는지 알고 설명하는 것이 핵심이다. 즉, 알고 있는 조건만을 이용하여 삼각형의 합동을 이용해 대응하는 각 또는 길이가 같음을 설명하고 있는지 살펴 채점한다.
- 기호를 사용하지 않더라도 핵심 아이디어들을 사용하여 설명했다면 점수를 부여할 수 있다. 그러나 기호를 사용하여 설명함으로써 의사소통이 간결해지고 명확해질 수 있음을 강조한다.

○·· 예시 답안

문항	척도/배점	예시답안
서 2-(1)	5점	△ABM과 △ACM에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$ $\overline{BM}=\overline{CM}$ $\overline{AM}$은 공통이므로 △ABM≡△ACM (SSS합동) 이때, $\angle AMB = \angle AMC$ (서로 대응하는 두 각이 같다.) $\angle AMB + \angle AMC = 180^\circ$ 이므로 $\therefore \angle AMB = 90^\circ$ 이 때, △ABM≡△ACM이므로 $\angle B = \angle C$ 이다. 즉, 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 서로 같다.
	3점	△ABM과 △ACM에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$ $\overline{BM}=\overline{CM}$ $\overline{AM}$은 공통이므로 △ABM≡△ACM (SSS합동)
	1점	△ABM≡△ACM이므로 $\angle AMB = \angle AMC$ (서로 대응하는 두 각이 같다.) $\angle AMB + \angle AMC = 180^\circ$ 이므로 $\therefore \angle AMB = 90^\circ$.
		△ABM≡△ACM이므로 $\angle B = \angle C$ 이다. 즉, 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 서로 같다
	0점	무응답 또는 그 외 오답인 경우
서 2-(2)	5점	△ABG와 △ACG에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$ $\angle BAG = \angle CAG$ $\overline{AG}$는 공통이므로 △ABG≡△ACG (SAS합동) 이때, $\angle AGB = \angle AGC$ (서로 대응하는 두 각) $\angle AGB + \angle AGC = 180^\circ$ 이므로 $\therefore \angle AGB = 90^\circ$ 이 때, △ABG≡△ACG이므로 $\overline{AG} \perp \overline{BC}$, $\overline{BG} = \overline{CG}$ 이다. 즉, 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.
	3점	△ABG와 △ACG에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$ $\angle BAG = \angle CAG$ $\overline{AG}$는 공통이므로 △ABG≡△ACG (SAS합동)
	1점	△ABG≡△ACG이므로 $\angle AGB = \angle AGC$ (서로 대응하는 두 각) $\angle AGB + \angle AGC = 180^\circ$ 이므로 $\therefore \angle AGB = 90^\circ$
		△ABG≡△ACG이므로 $\overline{AG} \perp \overline{BC}$, $\overline{BG} = \overline{CG}$ 이다. 즉, 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.
	0점	무응답 또는 그 외 오답인 경우

○·· 평가에 따른 피드백

수준	피드백
상	이등변삼각형에서 주어진 보조선에 따라 알고 있는 조건이 달라짐을 파악하고 주어진 조건과 알고 있는 사실만을 이용하여 문제를 해결하는 과정을 잘 설명하였습니다.
중	이등변삼각형에서 주어진 보조선에 따라 알고 있는 조건이 달라짐을 파악하고 주어진 조건과 알고 있는 사실만을 이용하여 문제를 해결하는 과정을 잘 설명하였습니다. 그러나 설명은 일종의 주장하는 글쓰기이므로 주장하고 싶은바가 무엇인지 결론에서 드러나도록 목표를 명확히 해 보세요.
하	이등변삼각형에서 주어진 보조선에 따라 알고 있는 조건이 달라짐을 파악하는 것이 중요합니다. 표시된 기호를 살펴 어떤 조건들을 알고 있고 모르고 있는지 구분해 보세요. 또한 중학교 1학년 교육과정에서 배운 삼각형의 합동조건들을 잘 알고 이용할 수 있도록 보충 학습할 필요가 있습니다.

≫ 피드백 작성 시 유의점

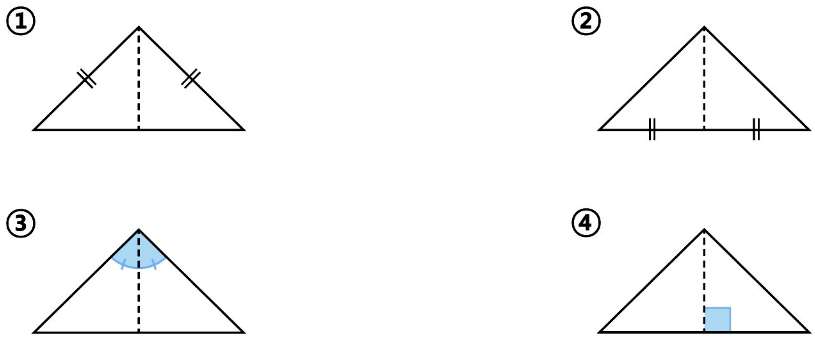
- 학생들이 보조선에 따라 달라지는 조건을 파악하고, 알고 있는 조건과 사실만을 고려하여 문제를 해결하고 설명하는 정당화 활동을 중요하게 생각할 수 있도록 피드백 한다.

평가 문항 3(서·논술형)

다음 지오지브라 활동을 한 후 물음에 답하시오.

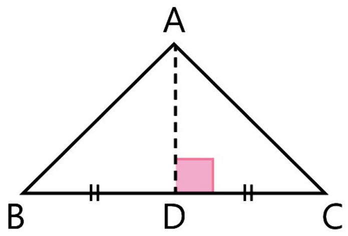
https://www.geogebra.org/m/mrkbkfkf

(1) 다음 중 이등변삼각형을 고르고, 그렇게 생각한(또는 그렇게 생각하지 않은) 이유를 각각 설명하시오.(4점)

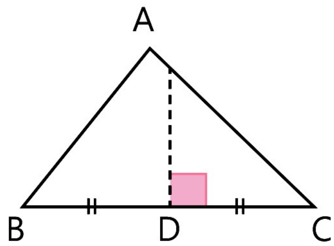


①	②
③	④

(2) (논술형) 다음은 $\triangle \mathrm{ABC}$ 가 이등변삼각형인지 아닌지에 대한 수오와 의영이의 대화이다.



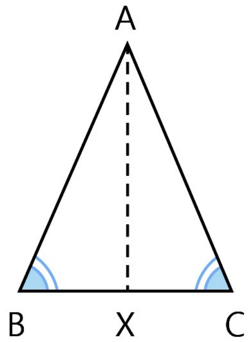
[수오]
이 그림은 점선에 대한 설명이 없어서 $\triangle \mathrm{ABC}$ 가 이등변삼각형인지 아직 알 수 없어.
만약 점선이 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 수직이등분선이고 점 A를 지나지 않는다면 이등변삼각형이 아니거든.
사실은 아주 작은 차이로 $\triangle \mathrm{ABC}$ 는 다음과 같은 모양의 삼각형일 수도 있어.



[의영]
네 말에 동의해.
하지만 점선이 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 수직이등분선 $\overline{\mathrm{AD}}$ 이고 점 A를 지난다는 설명이 있다면 $\triangle \mathrm{ABC}$ 는 이등변삼각형이야.
왜냐하면,

의영이의 설명을 완성하시오.(3점)

(3) 현아는 다음 그림의 $\triangle ABC$가 이등변삼각형이라고 주장하였다.



나는 $\triangle ABC$가 이등변삼각형이라고 생각해!
그러려면 $\overline{AB}=\overline{AC}$라는 것을 설명해야 하는데 $\overline{AX}$를 적당한 보조선으로 정해 그리는 게 가장 핵심이야!
나는 $\overline{AX}$를 [　　　　　　　] 선으로 정해서 그렸어.
그랬더니 다음과 같이 $\triangle ABX$와 $\triangle ACX$가 합동이라는 것을 설명할 수 있더라구.

[　　　　　　　　　　　　　　　　]

그러니까 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이 맞아.

다음 서술조건을 고려하여 현아의 설명을 완성하시오. (3점)

〈서술 조건〉

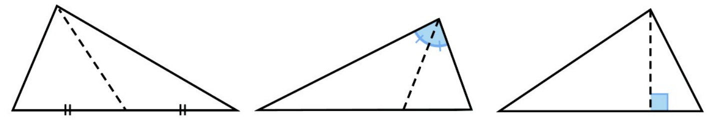
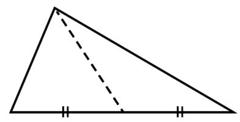
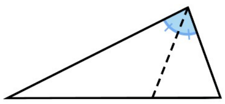
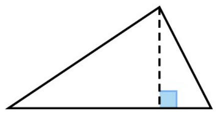
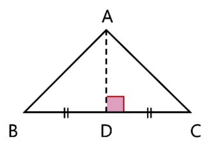
다음 사실들을 이용하여 설명하시오.

- 두 삼각형이 "대응하는 세 변의 길이가 각각 같다(SSS)"면 합동이다.
- 두 삼각형이 "대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같다(SAS)"면 합동이다.
- 두 삼각형이 "대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같다(ASA)"면 합동이다.

≫ 활용 Tip !

- 학생들은 이등변삼각형을 "두 변의 길이가 같고 두 내각의 크기가 같은 삼각형"처럼 알고 있는 경우가 많다. 이로 인해 이등변삼각형임을 설명한다는 것이 어떤 의미인지 이해하는데 어려움을 겪는다. 즉, 주어진 삼각형이 이등변삼각형인지 아닌지 판단하고 설명하기 위해 학생들은 이등변삼각형이 "두 변의 길이가 서로 같은 삼각형"임을 알아야한다. 즉, 학생들은 이등변삼각형이 되는 조건을 알기 위해 주어진 조건으로 삼각형의 두 변의 길이가 같다는 것을 설명할 수 있는지가 주요 목표임을 강조한다.
- 3-(1) 문항에서 모두 같은 크기와 모양으로 그려진 삼각형들의 서로 다른 조건을 인식하게 하기 위해서는 학생들이 주어진 삼각형의 조건은 같지만 모양이 다른 반례를 그려 설명의 근거로 제시할 수 있게 하는 경험이 중요하다. 공학도구는 삼각형의 꼭짓점을 움직여보는 활동만으로 다양한 삼각형을 탐색하고 반례를 찾기 쉽게 하므로 유용하다.
- 학생들은 이등변삼각형의 성질과 이등변삼각형이 되는 조건을 설명하는데 수직이등분선이 가장 많은 조건을 제공하므로 가장 효과적인 보조선이라고 생각하는 경우가 많다. 3-(2) 문항은 수직이등분선을 보조선으로 이용할 때 고려해야 하는 또 하나의 중요한 아이디어, 즉, 한 변의 수직이등분선은 반드시 그 변과 마주보는 꼭짓점을 지나지 않을 수 있음을 인지하게 한다. 특히 이 평가문항에 대한 이해는 학생들이 후속 학습할 외심을 이해하는데 필수적이다.
- 3-(3) 문항은 "두 내각의 크기가 서로 같은 삼각형은 이등변삼각형이다"라는 명제를 설명하기 위해 학생들이 적절한 보조선으로 수선 또는 각의이등분선을 선택하고 삼각형의 합동을 이용해 설명할 수 있게 한다. 3-(2) 문항을 통해 수직이등분선은 적절한 보조선이 될 수 없음을 알 수 있다.
- 학생들이 3-(3)문항에 대한 답을 작성하기 위해 서술 조건을 반드시 이해하고 서로 합의한 이미 알고 있는 사실만으로 새로운 사실을 설명하는 것이 이번 평가의 목표임을 반드시 전달할 필요가 있다.
- 학생들이 각 문항에 대한 답을 작성하기 전에 학급 전체 혹은 모둠 토의를 진행하여 논의를 풍부하게 할 수 있다.

○·· 채점 기준

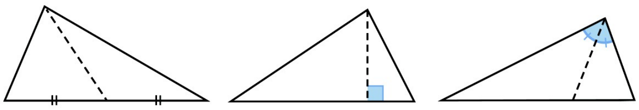
<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="8">서
3-(1)</td><td rowspan="8">이등변삼각형의
뜻 알기
(주어진 삼각형의
다양한 모양을
탐색하고
이등변삼각형이 아닌
반례 찾아 판단하고
설명하기)</td><td rowspan="2">4점</td><td colspan="2">㉠ ①을 이용해 이등변삼각형인 이유를 서술하고 ㉡ ②③④를 이용해 이등변삼각형이 아닌 이유 혹은 반례를 제시한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>①은 이등변삼각형이다. 이등변삼각형은 두 변의 길이가 같은 삼각형이기 때문이다.
②③④는 이등변삼각형이 아니다. 다음과 같은 반례가 있다.
</td></tr>
<tr><td rowspan="5">1~3
점</td><td colspan="2">㉠또는 ㉡ 중 일부를 서술한 경우(각각의 삼각형마다 1점)</td></tr>
<tr><td rowspan="4">예시답안</td><td>①은 이등변삼각형이다. 이등변삼각형은 두 변의 길이가 같은 삼각형이기 때문이다.</td></tr>
<tr><td>②는 이등변삼각형이 아니다. 다음과 같은 반례가 있다.
</td></tr>
<tr><td>③는 이등변삼각형이 아니다. 다음과 같은 반례가 있다.
</td></tr>
<tr><td>④는 이등변삼각형이 아니다. 다음과 같은 반례가 있다.
</td></tr>
<tr><td>0점</td><td colspan="2">무응답 또는 그 외 오답인 경우</td></tr>
<tr><td rowspan="7">서
3-(2)</td><td rowspan="7">이등변삼각형이 되는
조건 설명하기
(적절한 보조선
탐구하기 1)</td><td rowspan="2">3점</td><td colspan="2">㉠ △ABD와 △ACD가 합동임을 서술하고 ㉡ 두 삼각형의 합동을 이용하여 $\triangle ABC$는 이등변삼각형임을 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>△ABD와 △ACD에서
$\overline{BD}=\overline{CD}$
$\angle BDA=\angle CDA$
$\overline{AD}$는 공통이므로
△ABD≡△ACD (SAS합동) …㉠
합동인 두 삼각형에서 대응하는 변의 길이는 서로 같다.
즉, $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.…㉡

</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">㉠만 올바르게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>△ABD와 △ACD에서
$\overline{BD}=\overline{CD}$
$\angle BDA=\angle CDA$
$\overline{AD}$는 공통이므로
△ABD≡△ACD (SAS합동)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">㉡만 올바르게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>△ABD≡△ACD
즉, $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.</td></tr>
<tr><td>0점</td><td colspan="2">무응답 또는 그 외 오답인 경우</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="10">서
3-(3)</td><td rowspan="10">이등변삼각형이 되는
조건 설명하기
(적절한 보조선
탐구하기 2)</td><td rowspan="3">3점</td><td colspan="2">㉠ 적절한 보조선을 서술하고, ㉡ 합동 아이디어를 정확하게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td rowspan="2">예시답안</td><td>각의 이등분선…㉠
△ABX와 △ACX에서
$\angle BAX = \angle CAX$
$\overline{AD}$는 공통
$\angle BXA = \angle CXA$(∵ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180도 이므로
두 내각의 크기가 같으면 남은 한 내각의 크기도 같다.)
이므로 △ABX≡△ACX (ASA합동)…㉡</td></tr>
<tr><td>수선…㉠
△ABX와 △ACX에서
$\angle BXA = \angle CXA$
$\overline{AD}$는 공통
$\angle BAX = \angle CAX$(∵ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180도 이므로
두 내각의 크기가 같으면 남은 한 내각의 크기도 같다.)
이므로 △ABX≡△ACX (ASA합동)…㉡</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2점</td><td colspan="2">㉠만 올바르게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td rowspan="2">예시답안</td><td>△ABX와 △ACX에서
$\angle BAX = \angle CAX$
$\overline{AD}$는 공통
$\angle BXA = \angle CXA$(∵ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180도 이므로
두 내각의 크기가 같으면 남은 한 내각의 크기도 같다.)
이므로 △ABX≡△ACX (ASA합동)</td></tr>
<tr><td>△ABX와 △ACX에서
$\angle BXA = \angle CXA$
$\overline{AD}$는 공통
$\angle BAX = \angle CAX$(∵ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180도 이므로
두 내각의 크기가 같으면 남은 한 내각의 크기도 같다.)
이므로 △ABX≡△ACX (ASA합동)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">1점</td><td colspan="2">㉡만 올바르게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td rowspan="2">예시답안</td><td>각의 이등분선</td></tr>
<tr><td>수선</td></tr>
<tr><td>0점</td><td colspan="2">무응답 또는 그 외 오답인 경우</td></tr>
</table>

≫ 채점 시 유의점

- 3-(1) 문항은 이등변삼각형의 뜻을 알고 다양한 반례를 탐색하는 것이 중요한 문항이다. 이등변삼각형의 뜻을 "두 변의 길이가 같고, 두 내각의 크기가 같은 삼각형"이라고 답한다면 도형의 뜻을 정하는 최소조건에 대한 이해가 부족할 수 있다. 또한 학생들이 반례를 제시할 때 이등변삼각형에 가깝게 그리고 특히 중선이나 각의 이등분선을 밑변과 수직이 되도록 그리거나 수선을 밑변의 중점을 지나도록 그린다면 삼각형의 예가 정삼각형 또는 이등변삼각형에 고착되어 있거나 반례에 대한 이해가 부족하다고 보고 채점에 유의한다.
- 3-(2),(3) 문항은 이등변삼각형이 되는 조건을 설명하기 위해 합동의 아이디어가 중요하므로 이를 고려하여 채점한다. 또한 일반적인 삼각형에서 한 변의 수직이등분선이 그 변이 마주보는 꼭짓점을 지나지 않는다는 것을 구분하는 등 적절한 보조선을 선택하는 것이 핵심이다. 이러한 보조선과 이등변삼각형이 되는 조건의 이해를 연결하는 것은 학생들이 앞으로 학습할 외심을 이해하는데 필수적이다.
- 기호를 사용하지 않더라도 핵심 아이디어들을 사용하여 설명했다면 점수를 부여할 수 있다. 그러나 기호를 사용하여 설명함으로써 의사소통이 간결해지고 명확해질 수 있음을 강조한다.

○·· 예시 답안

문항	척도/배점	예시답안
서 3-(1)	4점	①은 이등변삼각형이다. 이등변삼각형은 두 변의 길이가 같은 삼각형이기 때문이다. ②③④는 이등변삼각형이 아니다. 다음과 같은 반례가 있다. 
	1점	①②③④는 모두 이등변삼각형이다. 이등변삼각형은 두 변의 길이가 같은 삼각형이기 때문이다.
	0점	무응답
		①②③④는 모두 이등변삼각형이다. 삼각형을 둘로 나누어 서로 같으면 이등변삼각형이기 때문이다.
서 3-(2)	3점	△ABD와 △ACD에서 $\overline{BD}=\overline{CD}$ $\angle BDA=\angle CDA$ $\overline{AD}$는 공통이므로 △ABD≡△ACD (SAS합동) 합동인 두 삼각형에서 대응하는 변의 길이는 서로 같다. 즉, $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.
	2점	△ABD와 △ACD에서 $\overline{BD}=\overline{CD}$ $\angle BDA=\angle CDA$ $\overline{AD}$는 공통이므로 △ABD≡△ACD (SAS합동)
	1점	△ABD≡△ACD 즉, $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.
	0점	무응답 또는 그 외 오답인 경우
서 3-(3)	3점	각의 이등분선, △ABX와 △ACX에서 $\angle BAX=\angle CAX$ $\overline{AD}$는 공통 $\angle BXA=\angle CXA$(∵ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180도 이므로 두 내각의 크기가 같으면 남은 한 내각의 크기도 같다.) 이므로 △ABX≡△ACX (ASA합동)
		수선, △ABX와 △ACX에서 $\angle BXA=\angle CXA$ $\overline{AD}$는 공통 $\angle BAX=\angle CAX$(∵ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180도 이므로 두 내각의 크기가 같으면 남은 한 내각의 크기도 같다.) 이므로 △ABX≡△ACX (ASA합동)
	2점	△ABX와 △ACX에서 $\angle BAX=\angle CAX$ $\overline{AD}$는 공통 $\angle BXA=\angle CXA$(∵ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180도 이므로 두 내각의 크기가 같으면 남은 한 내각의 크기도 같다.) 이므로 △ABX≡△ACX (ASA합동)
		△ABX와 △ACX에서 $\angle BXA=\angle CXA$ $\overline{AD}$는 공통 $\angle BAX=\angle CAX$(∵ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180도 이므로 두 내각의 크기가 같으면 남은 한 내각의 크기도 같다.) 이므로 △ABX≡△ACX (ASA합동)
	1점	각의 이등분선
		수선
	0점	무응답 또는 그 외 오답인 경우

○·· 평가에 따른 피드백

수준	피드백
상	이등변삼각형의 뜻을 잘 알고 있고, 주어진 조건을 갖는 다양한 삼각형의 모양을 탐색할 수 있습니다. 이등변삼각형이 되는 조건을 판단하고 적절한 보조선과 삼각형의 합동을 이용해 설명할 수 있습니다. 주장하고 싶은 목표가 분명하며 이미 알고 있는 사실만으로 근거를 들어 설명할 수 있습니다.
중	이등변삼각형의 뜻을 잘 알고 있고, 주어진 조건을 갖는 다양한 삼각형의 모양을 탐색할 수 있습니다. 이등변삼각형이 되는 조건을 설명하기 위해 적절한 보조선을 선택하는 것을 이해할 필요가 있습니다. 주장에 대한 근거를 선택할 때 모두에게 합의된 사실을 이용하면 적절하게 의사소통 할 수 있음을 이해할 필요가 있습니다.
하	이등변삼각형이 되는 조건을 알기 위해 이등변삼각형의 뜻을 정확히 알아야 합니다. 주어진 조건을 갖는 다양한 삼각형의 모양을 탐색하여 이등변삼각형이 되지 않는 다양한 반례를 탐색하고 관찰해야 합니다.

» 피드백 작성 시 유의점

- 학생들이 이등변삼각형이 되는 조건을 설명하기 위해 적절한 보조선을 선택하고 이에 따라 알고 있는 조건과 사실만을 고려하는 정당화 활동을 중요하게 생각할 수 있도록 피드백 한다.

4. 서·논술 문항의 지필평가 적용

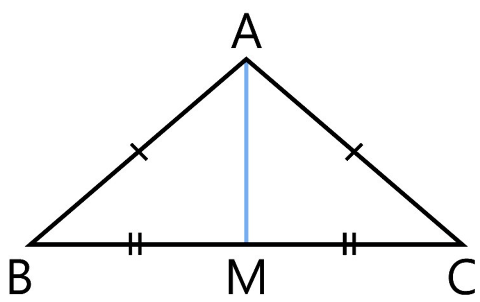
○·· 지필평가 적용을 위한 Tip

평가문항 2와 연계하여 지필평가 적용 시 고려할 사항

- 평가문항 2의 경우, 수업을 통해 수선, 중선, 수직이등분선, 각의 이등분선의 공통점과 차이점을 구분할 수 있고, 이를 바탕으로 두 삼각형이 합동이면 대응변의 길이 또는 대응각의 크기가 같음을 이용해 이등변삼각형의 성질을 설명하는 것을 목표로 하는 문항입니다. 즉, 학생들이 중선과 각의이등분선 중 어떤 것을 보조선으로 선택하는지에 따라 달라지는 조건을 이용해 주장하는 바에 대한 근거가 달라짐을 이해하고 있는지 측정하고 피드백 하는 것을 목적으로 합니다.
- 예를 들면, 단지 각의 크기만 구한 경우 점수를 1점만 부여하거나 부여하지 않으며 합동의 아이디어를 이용해 대응변의 길이나 대응각의 크기가 같음을 설명할 수 있는지에 따라 점수를 부여합니다.
- 지필평가 문항과 채점기준의 예시는 다음과 같습니다.

서술형

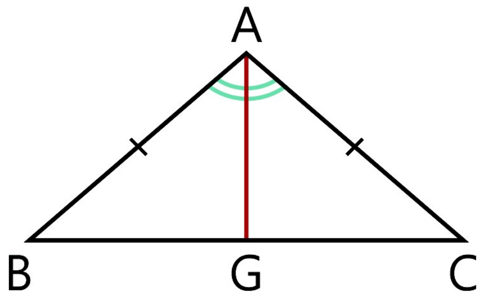
이등변삼각형 ABC에서 $\overline{\mathrm{AM}}$은 꼭짓점 A와 변 BC의 중점 M을 연결한 중선이다. 삼각형의 합동을 이용하여 $\angle \mathrm{AMB}$의 크기를 구하고, "이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 서로 같다."는 이등변삼각형의 성질을 설명하시오. (3점)



평가 요소	척도/배점	기대 수행
이등변삼각형의 성질 설명하기	3점	㉠ △ABM과 △ACM이 합동임을 서술하고 ㉡ 두 삼각형의 합동을 이용하여 $\angle \mathrm{AMB}$의 크기를 구한 과정을 서술하였으며 ㉢ △ABM과 △ACM의 합동을 이용해 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 서로 같음을 서술한 경우
	2점	㉡ 또는 ㉢ 에 대한 서술 없이 ㉠ △ABM과 △ACM이 합동임을 서술한 경우
	1점	㉠ 에 대한 서술 없이 $\angle \mathrm{AMB}$의 크기 90°를 구한 경우
	0점	그 외의 오답

서술형

이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AG}$ 는 각 A를 이등분한 각의 이등분선이다. 삼각형의 합동조건을 이용하여 $\angle AGB$ 의 크기를 구하고, "이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다."는 이등변삼각형의 성질을 설명하시오. (3점)



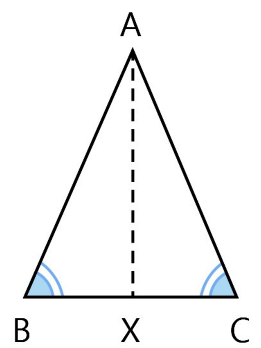
평가 요소	척도/배점	기대 수행
이등변삼각형의 성질 설명하기	3점	㉠ △ABG와 △ACG가 합동임을 서술하고 ㉡ 두 삼각형의 합동을 이용하여 $\angle AGB$ 의 크기를 구한 과정을 서술하였으며 ㉢ △ABG와 △ACG의 합동을 이용해 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 서로 같음을 서술한 경우
	2점	㉡ 또는 ㉢ 에 대한 서술 없이 ㉠ △ABG와 △ACG가 합동임을 서술한 경우
	1점	㉠ 에 대한 서술 없이 $\angle AGB$ 의 크기 90° 를 구한 경우
	0점	그 외의 오답

평가문항 3과 연계하여 지필평가 적용 시 고려할 사항

- 평가문항 3의 경우, 수업을 통해 수선, 중선, 수직이등분선, 각의 이등분선의 공통점과 차이점을 구분할 수 있고, 이를 바탕으로 두 삼각형이 합동이면 대응변의 길이 또는 대응각의 크기가 같음을 이용해 이등변삼각형이 되기 위한 조건을 설명하는 것을 목표로 하는 문항입니다. 즉, 학생들이 수직이등분선이나 중선보다는 수선 또는 각의이등분선이 적절하고 유용한 보조선이며, 선택한 보조선에 따라 달라지는 조건을 이용해 주장하는 바에 대한 근거가 달라짐을 이해하고 있는지 측정하고 피드백 하는 것을 목적으로 합니다.
- 예를 들면, 서술조건에 대한 고려없이 “이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다”는 사실을 설명하지 않고 이용한 경우 점수를 1점만 부여하거나 부여하지 않으며 합동의 아이디어를 이용해 대응변의 길이나 대응각의 크기가 같음을 설명할 수 있는지에 따라 점수를 부여합니다.
- 지필평가 문항과 채점기준의 예시는 다음과 같습니다.

서술형

현아는 두 내각의 크기가 서로 같은 삼각형 $\triangle ABC$가 이등변삼각형이라고 주장하였다. 다음 서술조건을 고려하여 현아의 설명을 완성하시오.(3점)



나는 $\triangle ABC$가 이등변삼각형이라고 생각해!
그러려면 $\overline{AB}=\overline{AC}$라는 것을 설명해야 하는데 $\overline{AX}$를 적당한 보조선으로 정해 그리는 게 가장 핵심이야!
나는 $\overline{AX}$를 [   ] 선으로 정해서 그렸어.
그랬더니 다음과 같이 $\triangle ABX$와 $\triangle ACX$가 합동이라는 것을 설명할 수 있더라구.

[   ]

그러니까 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이 맞아.

〈서술 조건〉
다음 사실들을 이용하여 설명하시오.
- 두 삼각형이 “대응하는 세 변의 길이가 각각 같다(SSS)”면 합동이다.
- 두 삼각형이 “대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같다(SAS)”면 합동이다.
- 두 삼각형이 “대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같다(ASA)”면 합동이다.

평가 요소	척도/ 배점	기대 수행
이등변삼각형이 되기 위한 조건 설명하기	3점	㉠ 적절한 보조선을 서술하고, ㉡ 합동 아이디어를 정확하게 서술한 경우
	2점	㉡만 올바르게 서술한 경우
	1점	㉠만 올바르게 서술한 경우
		㉡을 서술하였으나 합동을 설명하기 위한 일부조건이 부족하거나 불완전하게 서술한 경우
	0점	그 외의 오답

서·논술형
평가도구 자료집

05

확률

05

확률

1. 과제 개요

<table>
<tr><td>학교급</td><td>중학교</td><td>학년/학년군</td><td colspan="2">2학년/1~3학년군</td></tr>
<tr><td>교과군</td><td>수학</td><td>과목명</td><td colspan="2">확률과 그 기본성질</td></tr>
<tr><td>과제명</td><td colspan="4">실험을 통해 구한 상대도수로서의 확률과 경우의 수의 비율로서의 확률</td></tr>
<tr><td rowspan="3">성취기준 및 평가기준</td><td colspan="2" rowspan="3">[9수05-05] 확률의 개념과 그 기본 성질을 이해하고, 확률을 구할 수 있다.</td><td>상</td><td>확률의 의미와 기본 성질을 설명할 수 있으며, 실생활 상황에서 일어날 수 있는 사건의 확률을 구할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>중</td><td>확률의 의미와 기본 성질을 이해하고, 확률을 구할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>하</td><td>간단한 상황에서 주어진 사건이 일어날 수 있는 확률을 구할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>교과 역량</td><td colspan="4">문제해결, 추론, 의사소통, 정보 처리</td></tr>
<tr><td>출제 의도</td><td colspan="4">2015 개정 수학과 교육과정에 따르면 중학교 2학년 확률을 학습할 때 학생들은 확률의 개념을 실험이나 관찰을 통해 구한 상대도수로서의 의미와 경우의 수의 비율로서의 의미를 연결하여 이해하게 하며, 경우의 수의 비율로 확률을 다룰 때, 각 경우가 발생할 가능성이 동등하다는 것을 가정한다는 점에 유의하게 해야 한다. 즉, 학생들은 실험이나 관찰을 통해 불확실성에 대한 이해를 넘어 큰 수의 법칙을 경험할 기회가 필요하다. 이에 본 문항의 출제는 학생들이 경우의 수의 비율로서의 의미에만 초점을 두지 않고 실험을 반복하여 상대도수로서의 의미를 연결하여 이해하는 데 초점을 두었다.
첫 번째 문항에서 학생들은 경우의 수의 비율로 확률을 구할 때 각 경우가 발생할 가능성이 동등하다는 것을 알아야 한다. 또한 이를 바탕으로 상대도수로의 의미로 확률을 구하기 위해 컴퓨터 프로그램을 만들어 실험을 쉽고 빠르게 여러 번 반복할 수 있게 함으로써 실험 횟수를 원하는 만큼 늘릴 때 상대도수의 범위가 좁아진다는 것을 관찰할 수 있어야 한다. 경우의 수의 비율로서의 확률과 달리 상대도수의 의미로서의 확률은 불확실성을 드러내지만 많은 횟수의 시행에서는 경우의 수의 비율로서의 확률과 가까운 값으로 나타난다. 특히 학생들이 흔히 보이는 오류로는 가능성이 희박한 사건들을 동등한 가능성으로 판단하는 오류, 불확실성만을 지나치게 크게 고려해 상대도수를 이용해 확률을 구할 수 없다고 판단하는 오류 등이 있으므로 이를 식별한 평가문항이 필요하다고 판단하였다.
두 번째 문항에서 학생들은 사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률을 구하기 위해 각 경우가 발생할 가능성이 동등하다는 것을 알아야 한다. 실험은 학생들에게 발생할 가능성이 동등하다고 믿는 사건들이 나타나는 상대도수를 비교하게 함으로써 가능성이 동등하다고 믿는 신념을 반성하도록 도움을 줄 수 있다. 이로 인해 학생들이 사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률을 구하기 위해 적절한 경우의 수를 구할 수 있는지 평가하는 문항이 필요하다고 판단하였다.
세 번째 문항에서는 학생들이 경우의 수의 비율로서의 확률을 알 수 없는 상황에서 상대도수를 이용해 구한 확률을 바탕으로 경우의 수의 비율을 추리할 수 있는지 평가하고자 하였다. 상대도수를 이용해 구한 확률에 대한 이해는 이를 어떤 상황에서 사용할 수 있고 그 의미를 알고 있는지 평가함으로써 알 수 있다. 횟수가 충분히 큰 실험을 반복하여 나타나는 상대도수의 범위에 주목하고 있는지 평가 문항 1의 역방향의 관점에서 평가하고자 하였으며, 이를 통해 적절한 경우의 수의 비율로서의 확률을 추리할 수 있는지 평가하는 문항이 필요하다고 판단하였다.
본 평가를 통해 학생들은 확률의 의미를 두 가지 관점에서 연결하여 이해하는 기회를 가질 수 있으며, 학생들에게 문제를 해결하기 위해 주어진 정보를 처리하고 이를 바탕으로 추론하며 적절한 용어를 이용해 의사소통하는 기회를 제공할 수 있을 것으로 기대한다.</td></tr>
</table>

서·논술형 평가 문항	교과 영역 / 역량	평가 요소
평가 문항 1 (서술형)	확률과 그 기본 성질/ 정보처리, 추론, 의사소통	• 일어날 가능성이 같은 사건의 의미 이해하기 • 경우의 수의 비율로서의 확률의 의미 이해하기 • 상대도수로서의 확률의 의미 이해하기 • 확률의 두 가지 의미 연결하여 이해하기
평가 문항 2 (서술형)	확률과 그 기본 성질/ 정보처리, 추론, 의사소통	• 사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률 구하기 • 사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률을 구하고 비교하여 누가 유리한지 판단하고 가능성 언어로 표현하기
평가 문항 3 (논술형)	확률과 그 기본 성질/ 정보처리, 추론, 의사소통, 문제해결	• 경우의 수를 알 수 없는 상황에서 상대도수로서의 확률의 의미를 이용해 경우의 수의 비율 추리하기

2. 교수·학습 활동 및 평가 계획

학습단계	학습 목표 (교과역량)	교수학습 활동	평가 문항	방법
1~2차시	확률의 두 가지 관점을 비교하고 연결하여 설명할 수 있다. (정보처리, 추론, 의사소통)	[교사] 확률의 두 가지 관점 소개 [학생(모둠 혹은 학급 전체)] 물리적 실험을 통해 한 개의 동전을 던져 일어날 가능성이 같은 사건 파악하기, 경우의 수의 비율로서의 확률 구하고 설명하기 [교사] 한 개의 동전을 반복하여 던질 수 있는 컴퓨터 프로그램 소개하기 [학생(모둠 혹은 학급 전체)] 컴퓨터 프로그램을 이용해 실험 횟수를 늘리고 실험을 반복하여 상대도수의 의미를 갖는 확률 구하고 설명하기	평가 문항 1 [학생(개인)] 한 개의 동전을 던져 앞면이 나올 확률을 경우의 수의 비율과 상대도수 두 가지 관점에서 설명하기 피드백	서술형 문항 개인별 평가
3~4차시	사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률을 구하고 설명할 수 있다. (정보처리, 추론, 의사소통)	[교사] 달랑베르 문제 소개, 물리적 실험을 통해 두 개의 동전을 동시에 던져 일어날 수 있는 사건 파악하기, 두 개의 동전을 동시에 반복하여 던질 수 있는 컴퓨터 프로그램 소개하기 [학생(모둠 혹은 학급 전체)] 컴퓨터 프로그램을 이용해 실험을 반복하여 상대도수의 의미를 갖는 확률을 구하고 설명하기, 두 개의 동전을 동시에 던져 일어날 가능성이 같은 사건 파악하기, 경우의 수의 비율로서의 확률 구하고 설명하기	평가 문항 2 [학생(개인)] • 서로 다른 두 개의 동전을 동시에 던져 적어도 한 개가 앞면이 나올 확률을 상대도수와 경우의 수의 비율 두 가지 관점에서 설명하기 • 네 명의 학생이 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던져 두 눈의 합이 되는 수 중 각각 하나의 수를 고르고, 먼저 그 수가 나오는 학생이 이기는 내기를 할 때 확률을 비교하여 더 유리한 학생을 고르고 그렇게 생각한 이유를 가능성 언어로 설명하기 피드백	서술형 문항 개인별 평가
5~6차시	실험을 반복하여 구한 상대도수의 의미를 갖는 확률을 이용해 경우의 수의 비율로서의 의미를 갖는 확률을 추리할 수 있다. (정보처리, 추론, 의사소통, 문제해결)	[교사] 내용물의 전체 개수만을 알고 있는 랜덤박스에서 공을 뽑는 실험을 반복해 확률을 추리하는 문제를 물리적 실험을 통해 소개하기 [학생(모둠 혹은 학급 전체)] 컴퓨터 프로그램을 이용해 실험을 반복하여 상대도수의 의미를 갖는 확률을 구하고 설명하기, 전체 공의 개수를 고려해 각각의 색깔 공의 개수와 확률을 추리하고 설명하기	평가 문항 3 [학생(개인)] 모두 20개의 색깔 공 중 각각의 공의 개수를 알 수 없는 랜덤박스에서 공을 뽑는 실험을 반복하여 각각의 색깔 공 개수 추리하기 피드백	논술형 문항 개인별 평가

3. 평가 문항

평가 문항 1(서술형)

1. 종선이는 한 개의 동전을 던졌을 때, 앞면이 나올 확률을 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

1-1. 종선이는 한 개의 동전을 던졌을 때, 일어날 수 있는 사건들을 〈보기〉와 같이 적었다. 이 중 일어날 가능성이 같은 사건들을 모두 고르고, 그렇게 생각하는 이유를 설명하시오.(2점)

〈보기〉
① 앞면이 나온다. ② 뒷면이 나온다. ③ 동전이 바닥에 수직으로 세워진다.
④ 동전이 마룻바닥에 낀다. ⑤ 동전을 잃어버린다.

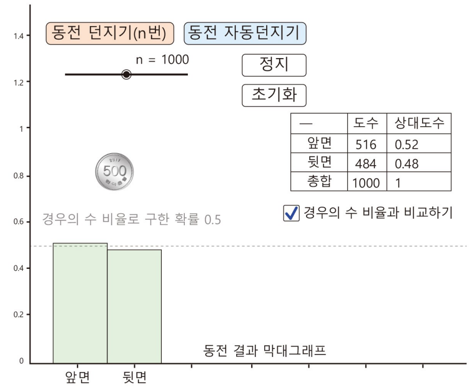
1-2. 다음 확률의 의미를 이용해 한 개의 동전을 던질 때 앞면이 나올 확률을 구하고 구한 과정을 설명하시오.(2점)

각 경우가 일어날 가능성이 같을 때, 일어나는 모든 경우의 수에 대한 사건 A가 일어나는 경우의 수의 비율

2. 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 확률의 또 다른 의미는 일정한 조건에서 실험이나 관찰을 n번 반복하여 어떤 사건 A가 a회 일어났을 때, 상대도수 $\frac{a}{n}$가 가까워지는 일정한 값이다.

(나) 종선이는 동전 던지기 실험을 다음과 같이 컴퓨터 프로그램으로 만들었다: https://www.geogebra.org/m/g2eahzpj
이 프로그램으로 동전 한 개를 여러 번 던지는 실험을 하면 동전을 던진 횟수, 앞면이 나온 횟수와 그 상대도수를 알 수 있다. 표 (1)은 동전을 100번씩 던질 때마다 앞면이 나온 횟수를 누적한 표이다. 총 3회 반복하여 표로 나타냈다. 표 (2), (3), (4)는 각각 동전을 10번씩 10회, 100번씩 10회, 1000번씩 10회 던졌을 때, 각 회차 마다 앞면이 나타난 횟수를 표로 나타낸 것이다.



(1)

동전을 던진 횟수	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
앞면이 나온 횟수	55	111	168	209	254	309	360	415	458	510

동전을 던진 횟수	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
앞면이 나온 횟수	63	113	167	223	279	330	377	436	488	545

동전을 던진 횟수	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
앞면이 나온 횟수	44	86	128	177	226	279	328	367	419	476

(2)

회차	1회	2회	3회	4회	5회	6회	7회	8회	9회	10회
동전을 10번 던져 앞면이 나온 횟수	2	5	5	5	3	6	5	7	5	6

(3)

회차	1회	2회	3회	4회	5회	6회	7회	8회	9회	10회
동전을 100번 던져 앞면이 나온 횟수	49	44	48	50	55	52	55	42	46	45

(4)

회차	1회	2회	3회	4회	5회	6회	7회	8회	9회	10회
동전을 1000번 던져 앞면이 나온 횟수	516	499	521	517	508	496	519	487	498	485

(다)

종선 : 동전을 던지는 횟수를 100번씩 늘려 앞면이 나온 횟수를 관찰하면 1000번 던질 때의 상대도수는 반드시 0.5가 돼. 그러니까 상대도수로 구한 확률은 0.5야.

수인 : 실험 시간을 줄이려면 동전을 10번 던졌을 때, 앞면이 나오는 상대도수로 구하면 돼. 상대도수로 구한 확률은 0.2야.

민서 : 동전을 10번 던져 앞면이 나오는 상대도수는 매번 달라져. 10회 동안 앞면이 나오는 상대도수는 0.2이상 0.7이하야. 같은 방법으로 동전을 던지는 횟수를 100번, 1000번으로 늘리면 각각의 상대도수는 0.42이상 0.55이하, 0.485이상 0.545이하처럼 범위가 점점 작아져. 그러니까 상대도수로 구한 확률은 대략 0.485이상 0.545이하가 될 거야.

(가)의 관점에서 (다)의 세 의견 중 옳지 않은 의견을 있는대로 고르고 (나)의 자료를 이용해 옳지 않은 이유를 설명하시오.(2점)

3. 한 개의 동전을 던졌을 때, 앞면이 나올 확률을 확률의 두 가지 의미를 모두 고려하여 서술하시오.(1점)

>> 활용 Tip !

- 학생들이 문항 1, 2에 답한 예시로 전체 학생들과 논의하면서 의견을 공유할 수 있습니다.
- 준비학습 단계에서 학생들이 동전 한 개를 10번씩 던져보며 물리적 실험에서 일어날 수 있는 사건들을 경험해보는 기회를 제공할 필요가 있습니다. 이를 통해 학생들은 동전 한 개를 던졌을 때 앞면과 뒷면이 나오는 사건만이 일어날 가능성이 같다는 것을 받아들일 수 있습니다.
- 문항 2의 컴퓨터 프로그램을 학생들이 원하는 만큼 실행해 결과를 관찰하는 경험을 제공할 필요가 있습니다. 이를 통해 학생들은 컴퓨터 프로그램이 실제 물리적 사건을 구현한 대안적 장치이며 앞면과 뒷면이 나올 가능성이 같고, 그 결과를 예측할 수 없는 무작위성을 반영한 장치라는 것을 받아들일 수 있습니다.
- 문항 2의 표를 빈칸으로 제시해 모둠별로 학생들이 직접 실험한 결과를 채우게 하면 보다 많은 자료를 이용해 상대도수의 범위를 비교할 수 있고, 이러한 방식은 교과 시간 내의 과정중심평가로 더 적합합니다.
- 문항 2에서 학생들이 직접 실험하여 수집한 자료들을 비교하면 상대도수의 범위가 어떻게 변화하는지 보다 명확하게 파악할 수 있습니다. 이는 문항 3에서 학생들이 상대도수로 구한 확률의 범위와 경우의 수의 비율로 구한 확률이 가깝다는 확률의 두 가지 의미를 이해하고 더 나아가 후속 학습할 개념인 큰 수의 법칙을 이해하는데 인지적으로 중요한 경험을 제공합니다.

○·· 채점 기준

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="5">서
1-1</td><td rowspan="5">일어날 가능성이 같은 사건의 의미 이해하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">• 한 개의 동전을 던져 일어날 가능성이 같은 사건을 모두 찾고 이유를 설명한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• ① 앞면, ② 뒷면. 동전을 10번 던져보니 앞면이나 뒷면은 비슷한 횟수로 일어나지만 다른 사건들을 거의 일어나지 않는다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">• 한 개의 동전을 던져 일어날 가능성이 같은 사건을 모두 찾았지만, 이유를 설명하지 못한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• ① 앞면, ② 뒷면.</td></tr>
<tr><td>0점</td><td colspan="2">• 무응답 또는 그 외 오답인 경우</td></tr>
<tr><td rowspan="5">서
1-2</td><td rowspan="5">경우의 수의 비율로서의 확률의 의미 이해하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">• 일어날 가능성이 같은 모든 경우의 수에 대해 동전의 앞면이 나올 경우의 수의 비율로 확률을 구하고 과정을 설명한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• $\frac{1}{2}$
• 모든 경우의 수는 앞면, 뒷면으로 2가지이고 앞면이 나올 경우의 수는 1가지이므로</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">• 확률을 구했지만, 구한 과정을 설명하지 못한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• $\frac{1}{2}$</td></tr>
<tr><td>0점</td><td colspan="2">• 무응답 또는 그 외 오답인 경우</td></tr>
<tr><td rowspan="5">서
2</td><td rowspan="5">상대도수로서의 확률의 의미 이해하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">1) 종선이의 의견에 적절한 표(1 또는 4)의 자료를 들어 반드시 경우의 수의 비율로 구한 확률과 일치하는 것이 아님을 반박하고
2) 수인이의 의견에 적절한 표(2 또는 3 또는 4)의 자료를 들어 가장 자주 나타나는 값(또는 평균)과 비교하여 반박하거나 실험횟수가 커질수록 상대도수의 범위가 대체로 작아진다는 점을 들어 10번은 너무 작은 횟수임을 반박한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 종선 : 표(1)과 (4)에서 동전을 1000번 던졌을 때, 상대도수가 0.5인 경우는 단 한 번도 없다. 즉, 1000번을 던져도 상대도수가 반드시 0.5가 되는 것은 아니다.
수인 : 표(2)에서 동전을 10번 던졌을 때, 상대도수 0.2는 가장 자주 나타나는 5와 차이가 많이 나는 값이다. (또는 표 (3) (4)처럼 동전을 던지는 횟수가 커질수록 상대도수의 범위는 작아진다. 즉, 실험횟수로 10번은 너무 작다.)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">• 종선과 수인 중 하나의 의견에 대해서만 옳게 설명한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 종선 : 표(1)과 (4)에서 동전을 1000번 던졌을 때, 상대도수가 0.5인 경우는 단 한 번도 없다. 즉, 1000번을 던져도 상대도수가 반드시 0.5가 되는 것은 아니다.
• 수인 : 표(2)에서 동전을 10번 던졌을 때, 상대도수 0.2는 가장 자주 나타나는 5와 차이가 많이 나는 값이므로 확률로 선택하기에 부적절하다.
• 수인 : 표(3)과 (4)처럼 동전을 던지는 횟수가 커질수록 상대도수의 범위는 작아진다. 즉, 실험횟수로 10번은 너무 작다.</td></tr>
<tr><td>0점</td><td colspan="2">• 무응답 또는 그 외 오답인 경우</td></tr>
<tr><td rowspan="3">서
3</td><td rowspan="3">확률의 두 가지 의미 연결하여 이해하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">• 확률의 두 가지 의미를 연결하여 설명한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 경우의 수의 비율로 구한 확률 $\frac{1}{2}$이 동전을 던지는 실험을 100번씩 10회 반복해 구한 상대도수의 범위 0.485이상 0.545이하의 어림한 평균과 비슷하므로 한 개의 동전을 던졌을 때, 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이다.</td></tr>
<tr><td>1점</td><td colspan="2">• 확률의 한 가지 의미만을 근거로 설명한 경우</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td></td><td>예시답안</td><td>• 동전은 앞면 뒷면 모두 2가지 경우가 일어날 가능성이 같고, 이 중 앞면이 1가지인 경우이므로 $\frac{1}{2}$이다.
• 동전을 100번 던지는 실험을 반복할 때 상대도수는 0.42이상 0.55이하로 나타난다. 평균을 어림하면 0.49정도이므로 확률은 0.49이다.
• 동전을 100번, 1000번 던지는 실험을 반복하면 상대도수의 범위는 점점 작아진다. 즉 확률은 0.485이상 0.545이하의 어떤 값이다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">• 무응답 또는 그 외 오답인 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 동전은 앞면 뒷면 옆면 모두 3가지 경우가 있고, 이 중 앞면이 1가지인 경우이므로 $\frac{1}{3}$이다.
• 동전을 1000번 던졌을 때 상대도수가 0.499이므로 반올림해서 0.5이다.</td></tr>
</table>

채점 시 유의점

- 문항 1-1은 일어날 가능성을 비교할 수 있는지 평가하는 것이 핵심이므로 임의로 가능성을 수로 나타내거나, 가능성 언어(확실하게 일어난다, 일어날 가능성이 크다, 일어날 가능성이 작다, 거의 일어나지 않는다.)를 이용해 비교할 수 있다면 정답으로 인정합니다.
- 문항 1-2는 모든 경우와 모든 경우의 수, 사건의 경우와 경우의 수를 설명하는 것이 핵심입니다. 학생들이 표본공간을 나열하여 경우의 수의 비율로서의 확률을 설명하는 것이 의사소통의 핵심이 될 수 있도록 강조합니다.
- 문항 2는 학생들이 직접 실험을 통해 구한 상대도수의 범위를 작성하더라도 정답으로 인정합니다. 핵심은 실험에서 나타난 상대도수가 실험횟수를 늘려 반복할 때 그 범위가 좁아진다는 것을 설명하는 것입니다. 또한 그 범위가 좁아지지 않는 학생이 있더라도 다른 학생들의 자료를 비교하거나, 실험을 다시 하면 범위가 좁아지지 않는 일은 흔치 않은 일임을 학생이 알고 있어야 하므로 이에 유의해 채점합니다.
- 문항 3은 상대도수를 이용해 정확한 확률을 구하기보다 상대도수의 범위 안에서 가까워질 것으로 기대하는 값, 또는 상대도수의 최댓값과 최솟값의 평균을 이용해 상대도수로서의 의미에서 확률을 구하고 경우의 수의 비율과 비교하는 것이 핵심입니다. 예시답안처럼 답이 0.5가 아니더라도 상대도수의 범위나 여러 상대도수 값을 고려해 상대도수로서의 확률의 의미를 경우의 수의 비율과 관련지어 적절한 설명을 했다면 정답으로 인정합니다. 한편, 상대도수로서의 의미를 서술하고 0.5라고 답한 경우에도 경우의 수의 비율 관점에서 결정론적으로 접근하여 설명했으며 경우의 수 비율 관점에 대한 설명도 없다면 적절한 설명으로 볼 수 없으므로 점수를 부여하지 않습니다.

○·· 예시 답안

<table>
<tr><td rowspan="3">서
1-1</td><td>2점</td><td>• ① 앞면, ② 뒷면. 동전을 10번 던져보니 앞면이나 뒷면은 비슷한 횟수로 일어나지만 다른 사건들을 거의 일어나지 않는다.</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>• ①앞면, ② 뒷면.</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>• 무응답 또는 그 외 오답인 경우</td></tr>
<tr><td rowspan="3">서
1-2</td><td>2점</td><td>• $\frac{1}{2}$
• 모든 경우의 수는 2(앞면, 뒷면)이고 앞면이 나올 경우의 수는 1이므로</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>• $\frac{1}{2}$</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>• 무응답 또는 그 외 오답인 경우</td></tr>
<tr><td>서
2</td><td>2점</td><td>• 종선 : 표(1)과 (4)에서 동전을 1000번 던졌을 때, 상대도수가 0.5인 경우는 단 한 번도 없다. 즉, 1000번을 던져도 상대도수가 반드시 0.5가 되는 것은 아니다.
• 수인 : 표(2)에서 동전을 10번 던졌을 때, 상대도수 0.2는 가장 자주 나타나는 5와 차이가 많이 나는 값이다.</td></tr>
</table>

	1점	• 종선 : 표(1)과 (4)에서 동전을 1000번 던졌을 때, 상대도수가 0.5인 경우는 단 한 번도 없다. 즉, 1000번을 던져도 상대도수가 반드시 0.5가 되는 것은 아니다. • 수인 : 표(2)에서 동전을 10번 던졌을 때, 상대도수 0.2는 가장 자주 나타나는 5와 차이가 많이 나는 값이므로 확률로 선택하기에 부적절하다. • 수인 : 표(3)과 (4)처럼 동전을 던지는 횟수가 커질수록 상대도수의 범위는 작아진다. 즉, 실험횟수로 10번은 너무 작다.
	0점	• 무응답 또는 그 외 오답인 경우
서 3	2점	• 경우의 수의 비율로 구한 확률 $\frac{1}{2}$이 동전을 던지는 실험을 100번씩 10회 반복해 구한 상대도수의 범위 0.485 이상 0.545이하의 어림한 평균과 비슷하므로 한 개의 동전을 던졌을 때, 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이다.
	1점	• 동전은 앞면 뒷면 모두 2가지 경우가 일어날 가능성이 같고, 이 중 앞면이 1가지인 경우이므로 $\frac{1}{2}$이다. • 동전을 100번 던지는 실험을 반복할 때 상대도수는 0.42이상 0.55이하로 나타난다. 평균을 어림하면 0.49정도이므로 확률은 0.49이다. • 동전을 100번, 1000번 던지는 실험을 반복하면 상대도수의 범위는 점점 작아진다. 즉 확률은 0.485이상 0.545이하의 어떤 값이다.
	0점	• 동전은 앞면 뒷면 옆면 모두 3가지 경우가 있고, 이 중 앞면이 1가지인 경우이므로 $\frac{1}{3}$이다. • 동전을 1000번 던졌을 때 상대도수가 0.499이므로 반올림해서 0.5이다.

○·· 평가에 따른 피드백

상	• 일어날 가능성이 같은 사건의 의미를 바탕으로 경우의 수의 비율로서의 확률의 의미를 정확하게 알고 있습니다. 또한 실험의 횟수가 늘어날 때 실험을 반복하여 상대도수를 관찰하여 그 범위의 변화를 바탕으로 상대도수 관점의 확률의 의미를 잘 설명할 수 있습니다. 또한 두 관점의 확률이 어떻게 연결되는지 잘 설명하였습니다.
중	• 일어날 가능성이 같은 사건의 의미를 바탕으로 경우의 수의 비율로서의 확률의 의미를 정확하게 알고 있습니다. 상대도수 관점에서의 확률의 의미를 파악할 수 있도록 실험을 반복하여 상대도수의 범위가 어떻게 나타나는지, 실험 횟수를 늘릴 때 상대도수의 범위가 어떻게 변화하는지 주목하여 설명해 본다면 확률의 두 가지 관점을 더 잘 알 수 있을 것으로 기대합니다. • 실험의 횟수가 늘어날 때 실험을 반복하여 상대도수를 관찰하여 그 범위의 변화를 바탕으로 상대도수 관점의 확률의 의미를 잘 설명할 수 있습니다. 하지만 일어날 가능성이 같은 사건의 의미를 바탕으로 경우의 수의 비율로서의 확률의 의미를 알 필요가 있습니다. 다양한 물체(주사위, 종이컵, 지우개 등)들을 던져보는 실험을 통해 어떤 사건들이 나타날 수 있는지 그 가능성은 비슷한지 비교해보세요.
하	• 일어날 가능성이 같은 사건의 의미를 바탕으로 경우의 수의 비율로서의 확률의 의미와 실험의 횟수가 늘어날 때 실험을 반복하여 상대도수를 관찰하여 그 범위의 변화를 바탕으로 상대도수 관점의 확률의 의미를 파악하는 데 어려움이 있습니다. 우리 주변에서 일어나는 일들에 관심을 갖고 확률의 의미를 파악할 필요가 있습니다. 다양한 물체(주사위, 종이컵, 지우개 등)들을 던져보는 실험을 통해 어떤 사건들이 나타날 수 있는지 그 가능성은 비슷한지 비교해보세요. 가능성을 언어(불가능하다, 자주 일어나지 않는다, 반반이다, 자주 일어난다, 확실히 일어난다)로 표현해보고, 수(0~1)로도 표현해보는 경험들을 많이 해 보는 것이 중요합니다.

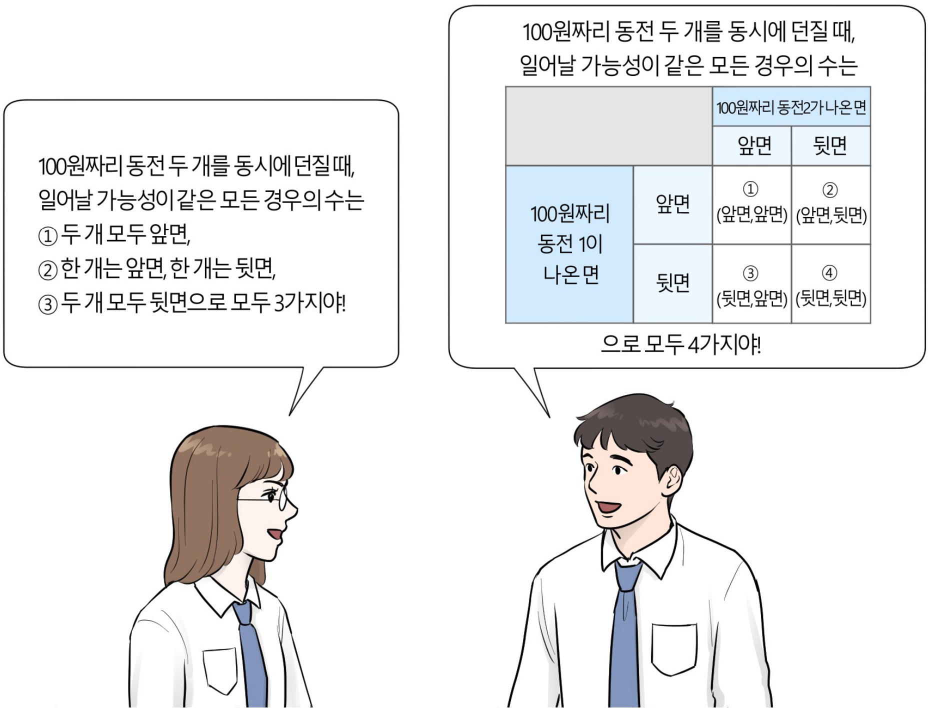
>> 피드백 작성 시 유의점

- 상 수준의 경우 두 가지 관점의 확률을 잘 이해하고 있음을 피드백합니다.
- 중 수준의 경우 두 가지 관점 중 한 가지 관점에서만 확률을 이해하고 있으므로, 다른 한 관점을 이해할 수 있도록 관련 활동을 추천하는 피드백을 제공합니다.
- 하 수준의 경우 확률에 대한 기본적인 경험이나 확률을 언어로 수로 나타내는 경험이 부족하므로 이를 실천할 수 있도록 피드백을 제공합니다.

평가 문항 2(서술형)

다음 글을 읽고, 물음에 답하시오.

(가) 100원짜리 동전 두 개를 동시에 던질 때, 일어날 가능성이 같은 모든 경우의 수

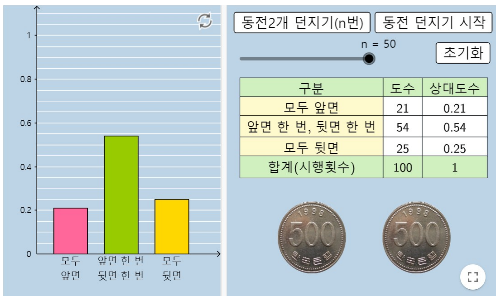


(나) 100원짜리 동전 두 개를 동시에 던지는 실험을 반복할 때, 각 사건의 상대도수

100원짜리 동전 두 개를 동시에 던지는 실험을 다음과 같이 컴퓨터 프로그램으로 만들었다.

https://www.geogebra.org/m/jqr37qvz

이 프로그램으로 실험을 여러 번 반복하면 던진 횟수, 두 개 모두 앞면인 횟수, 한 개는 앞면 한 개는 뒷면인 횟수, 두 개 모두 뒷면인 횟수와 그 상대도수를 알 수 있다.



이 컴퓨터 프로그램으로 실험을 100번씩 10회 했을 때, 각 회차에 두 개 모두 뒷면, 한 개는 뒷면 한 개는 앞면, 두 개 모두 앞면이 나타난 횟수는 다음과 같다.

회차	1회	2회	3회	4회	5회	6회	7회	8회	9회	10회
두 개 모두 앞면	28	23	14	19	20	25	26	31	15	29
한 개는 앞면 한 개는 뒷면	45	52	62	50	49	53	40	43	62	48
두 개 모두 뒷면	27	25	24	31	31	22	34	26	23	23

1. 100원짜리 동전 두 개를 동시에 던져, 적어도 한 개가 앞면이 나올 확률을 구하고, 그 이유를 설명하시오.(2점)

〈서술조건〉

- 제시문 (가)의 수인과 기현의 대화를 참고하여 100원짜리 동전 두 개를 동시에 던져 일어날 수 있는 경우를 모두 나열하시오. 이때, 제시문 (나)를 100원짜리 동전 두 개를 동시에 던져 일어날 수 있는 경우를 구하는 근거로 제시하시오.

2. 채수, 아름, 다은, 승우가 서로 다른 주사위 두 개를 동시에 던질 때, 두 눈의 수의 합이 되는 수 중 각각 하나씩 고르고 먼저 고른 수가 나오는 사람이 이기는 내기를 하고 있다. 이 내기에서 가장 유리한 사람은 누구인지 고르고, 그 이유를 설명하시오.(2점)

채수

나는 1부터 12까지 나올 수 있는 경우 중에서 12를 고를거야. 가장 큰 수가 나올 확률이 가장 높아.

아름

나는 두 눈의 수의 합으로 나올 수 없는 경우인 1을 제외하고 확률은 다 똑같다고 생각해.
그래서 내 전화번호의 마지막 자리인 3을 고를거야.

다은

나는 6, 7, 8이 나올 가능성이 같고, 확률도 가장 높다고 생각해. 왜냐하면 6은 1+5, 2+4, 3+3으로 세 가지 경우로 봐야해. 그래서 그 중 뭐든 상관없지만 6을 고를거야.

승우

7이 나올 확률이 가장 높아. 왜냐하면 1+6, 2+5, 3+4, 4+3, 5+2, 6+1로 6가지 경우로 봐야하거든.
그래서 나는 7을 고를게.

〈서술조건〉

- 서로 다른 주사위 두 개를 동시에 던져 일어날 수 있는 모든 경우의 수를 구하고 그 과정을 설명하시오.
- 네 학생이 고른 사건의 경우와 확률을 각각 구해 서로 비교하시오.
- 가장 유리하다고 판단한 사건의 확률을 다음 4가지 언어 중 하나를 골라 설명하시오.
  (불가능하다, 자주 일어나지 않는다, 반반이다, 자주 일어난다, 확실히 일어난다)

≫ 활용 Tip !

- 학생들이 문항 1, 2에 답한 예시로 전체 학생들과 논의하면서 의견을 공유할 수 있습니다.
- 준비학습 단계에서 학생들이 100원짜리 동전 두 개를 40번씩 던져보며 물리적 실험에서 일어날 수 있는 사건들을 경험해 보는 기회를 제공할 필요가 있습니다.
- 제시문 (나)의 표를 빈칸으로 제시하여 모둠별로 학생들이 직접 실험한 결과를 작성해보게 하면 보다 많은 자료를 이용해 상대도수의 범위를 비교하게 할 수 있습니다.
- 수업 설계 방향에 따라 제시문과 문항 1만 평가하거나 제시문과 문항 1을 수업에서 함께 논의한 후 문항 2를 평가할 수 있습니다. 사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률을 구함에 있어 학생들은 상대도수로서의 확률의 의미와 연결하여 일어날 가능성이 같은 경우들을 나열할 수 있어야 합니다.

○·· 채점 기준

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="5">서
1</td><td rowspan="5">사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률 구하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">• ㉠ 제시문 (나)의 근거를 이용해 일어날 가능성이 같은 경우의 수 4가지를 정확하게 나열하고, ㉡ 100원짜리 동전 두 개를 동시에 던져 적어도 한 개가 앞면이 나올 확률을 정확하게 구한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 100원짜리 동전 두 개를 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우는 (앞, 앞), (앞, 뒤), (뒤, 앞), (뒤, 뒤)의 네 가지이다. 경우의 수는 일어날 가능성이 같다는 것을 가정해야 한다. 그런데 제시문 (나)에서 두 개 모두 앞면인 사건과 두 개 모두 뒷면인 사건의 상대도수 범위는 0.14~0.31, 0.22~0.34로 비슷하지만, 한 개는 앞면 한 개는 뒷면인 사건의 상대도수 범위는 0.4~0.62로 비슷하지 않고, 대략 2배 더 크다는 것을 알 수 있다. 즉, 한 개는 앞면 한 개는 뒷면이 나오는 사건은 (앞, 뒤), (뒤, 앞)의 2가지 경우로 구분하여 세는 것이 적절하다.
이때, 적어도 한 개가 앞면이 나올 확률은 (앞, 앞), (앞, 뒤), (뒤, 앞)의 3가지 경우이므로 확률은 $\frac{3}{4}$이다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">• 제시문 (나)의 근거를 이용해 일어날 가능성이 같은 경우의 수 4가지를 정확하게 나열했지만, ‘적어도’의 의미를 정확하게 파악하지 못한 경우
• 100원짜리 동전 두 개를 동시에 던져 적어도 한 개가 앞면이 나올 확률을 정확하게 구했지만 제시문 (나)의 근거를 이용하지 않은 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 100원짜리 동전 두 개를 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우는 (앞, 앞), (앞, 뒤), (뒤, 앞), (뒤, 뒤)의 네 가지이다. 경우의 수는 일어날 가능성이 같다는 것을 가정해야 한다. 그런데 제시문 (나)에서 두 개 모두 앞면인 사건과 두 개 모두 뒷면인 사건의 상대도수 범위는 0.14~0.31, 0.22~0.34로 비슷하지만, 한 개는 앞면 한 개는 뒷면인 사건의 상대도수 범위는 0.4~0.62로 비슷하지 않고, 대략 2배 더 크다는 것을 알 수 있다. 즉, 한 개는 앞면 한 개는 뒷면이 나오는 사건은 (앞, 뒤), (뒤, 앞)의 2가지 경우로 구분하여 세는 것이 적절하다.
이때, 적어도 한 개가 앞면이 나올 확률은 (앞, 뒤), (뒤, 앞)의 2가지 경우이므로 확률은 $\frac{2}{4}$이다.
• 100원짜리 동전 두 개를 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우는 4가지이고 이 중 (뒤, 뒤)를 제외하면 되므로 확률은 $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$이다.</td></tr>
<tr><td>0점</td><td colspan="2">• 무응답 또는 그 외 오답인 경우</td></tr>
<tr><td rowspan="2">서
2</td><td rowspan="2">사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률을 구하고 비교하여 누가 유리한지 판단하고 가능성 언어로 표현하기</td><td rowspan="2">3점</td><td colspan="2">• ㉠ 서로 다른 주사위 두 개를 동시에 던져 일어날 수 있는 모든 경우의 수를 구하고, ㉡ 네 학생이 고른 수가 일어날 경우와 확률을 구한 후 이를 비교해 가장 유리한 학생을 골랐으며 ㉢ 구한 확률을 가능성 언어로 적절하게 표현한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 서로 다른 주사위 두 개를 던져 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$이다.
이때, 12가 나오는 경우는 (6,6)이고, 확률은 $\frac{1}{36}$
3이 나오는 경우는 (1,2), (2,1)이고, 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$
6이 나오는 경우는 (1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)이고, 확률은 $\frac{5}{36}$
7이 나오는 경우는 (6, 1), (5,2), (4,3), (3,4), (2,5), (1,6)이고, 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$이다. 즉, 7을 고른 승우가 가장 유리하다.
이때, 7이 나올 확률인 $\frac{1}{6}$은 자주 일어나지 않는 사건이다.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="5"></td><td rowspan="5"></td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">• ㉠, ㉡, ㉢ 중 두 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 서로 다른 주사위 두 개를 던져 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$이다.
12가 나오는 경우는 (6,6)이고, 확률은 $\frac{1}{36}$
3이 나오는 경우는 (1,2), (2,1)이고, 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$
6이 나오는 경우는 (1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)이고, 확률은 $\frac{5}{36}$
7이 나오는 경우는 (6, 1), (5,2), (4,3), (3,4), (2,5), (1,6)이고,
확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$이다. 즉, 7을 고른 승우가 가장 유리하다.
확률인 $\frac{1}{6}$인 7이 나오는 사건은 자주 일어난다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">• ㉠, ㉡, ㉢ 중 한 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 서로 다른 주사위 두 개를 던져 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$이다.
12가 나오는 경우는 (6,6)이고, 확률은 $\frac{1}{36}$
3이 나오는 경우는 (1,2), (2,1)이고, 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$
6이 나오는 경우는 (1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)이고, 확률은 $\frac{5}{36}$
7이 나오는 경우는 (6, 1), (5,2), (4,3), (3,4), (2,5), (1,6)이고,
확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$이다. 즉, 7을 고른 승우가 가장 유리하다.
확률인 $\frac{1}{6}$인 7이 나오는 사건은 자주 일어나지 않는다.</td></tr>
<tr><td>0점</td><td colspan="2">• 무응답 또는 그 외 오답인 경우</td></tr>
</table>

>> 채점 시 유의점

- 문항 1은 사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률을 구하기 위해 일어날 가능성이 동등한 경우들을 나열할 수 있는지 평가합니다. 이때 일어날 가능성이 동등하다는 것은 물리적 실험이나 컴퓨터 프로그램을 이용한 실험을 통해 상대도수로서의 확률의 의미를 연결할 수 있는지가 주요 채점 기준이 됩니다.
  또한, '적어도'라는 표현의 의미를 확률의 기본 성질과 관련하여 모든 경우의 수를 고려해 어떤 사건이 일어나지 않을 확률로 이해하는지 평가합니다. 사건 A가 일어날 확률을 p라고 하면 (사건 A가 일어나지 않을 확률)=1-p를 이용해 구할 수도 있지만 모든 경우를 나열하고 그 중 사건 A가 일어나는 경우를 적절하게 골라 답했다면 '적어도'의 의미를 이해했다고 판단하고 정답으로 채점합니다.
- 문항 2는 서로 다른 주사위 두 개를 던졌을 때, (1,2)와 (2,1)을 서로 다른 경우로 고려해 일어날 가능성이 동등한 36가지의 경우의 수를 구할 수 있는지 고려해 채점합니다. 이를 위해 서술 조건을 '네 학생 중 채수와 아름이 고른 사건의 경우를 나열하고, 네 학생의 확률을 각각 구해 서로 비교하시오.'와 같이 수정할 수 있습니다.
  학생들은 확률을 구하고 이를 비교해 '유리하다'의 표현을 이해할 수 있어야 하며, 네 사건 중 가장 큰 확률이라고 하더라도 실제 일어날 가능성은 높지 않음을 가능성 언어로 표현할 수 있어야 함을 고려해 채점합니다.
- 문항 2에서 학생들이 확률을 비교하기 위해 편의상 반드시 약분을 할 필요는 없습니다. 확률을 약분하여 나타낼 수 있는지 채점 기준에 포함하고 싶다면 서술조건에 '각각의 확률을 약분하여 간단히 나타내시오.'를 추가할 필요가 있습니다.
- 문항 2에서 7이 나오는 사건의 확률을 $\frac{3}{21}$과 같이 잘못 구했더라도 적절한 가능성 언어인 '자주 일어나지 않는다.'로 표현했다면 채점기준에 따라 1점을 부여합니다.

○·· 예시 답안

<table>
<tr><td rowspan="3">서
1</td><td>2점</td><td>• 100원짜리 동전 두 개를 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우는 (앞, 앞), (앞, 뒤), (뒤, 앞), (뒤, 뒤)의 네 가지이다. 경우의 수는 일어날 가능성이 같다는 것을 가정해야 한다. 그런데 제시문 (나)에서 두 개 모두 앞면인 사건과 두 개 모두 뒷면인 사건의 상대도수 범위는 0.14~0.31, 0.22~0.34로 비슷하지만, 한 개는 앞면 한 개는 뒷면인 사건의 상대도수 범위는 0.4~0.62로 비슷하지 않고, 대략 2배 더 크다는 것을 알 수 있다. 즉, 한 개는 앞면 한 개는 뒷면이 나오는 사건은 (앞, 뒤), (뒤, 앞)의 2가지 경우로 구분하여 세는 것이 적절하다.
이때, 적어도 한 개가 앞면이 나올 확률은 (앞, 앞), (앞, 뒤), (뒤, 앞)의 3가지 경우이므로 확률은 $\frac{3}{4}$이다.</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>• 100원짜리 동전 두 개를 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우는 (앞, 앞), (앞, 뒤), (뒤, 앞), (뒤, 뒤)의 네 가지이다. 경우의 수는 일어날 가능성이 같다는 것을 가정해야 한다. 그런데 제시문 (나)에서 두 개 모두 앞면인 사건과 두 개 모두 뒷면인 사건의 상대도수 범위는 0.14~0.31, 0.22~0.34로 비슷하지만, 한 개는 앞면 한 개는 뒷면인 사건의 상대도수 범위는 0.4~0.62로 비슷하지 않고, 대략 2배 더 크다는 것을 알 수 있다. 즉, 한 개는 앞면 한 개는 뒷면이 나오는 사건은 (앞, 뒤), (뒤, 앞)의 2가지 경우로 구분하여 세는 것이 적절하다.
이때, 적어도 한 개가 앞면이 나올 확률은 (앞, 뒤), (뒤, 앞)의 2가지 경우이므로 확률은 $\frac{2}{4}$이다.
• 100원짜리 동전 두 개를 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우는 4가지이고 이 중 (뒤, 뒤)를 제외하면 되므로 확률은 $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$이다.</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>• 무응답 또는 그 외 오답인 경우</td></tr>
<tr><td rowspan="3">서
2</td><td>3점</td><td>• 서로 다른 주사위 두 개를 던져 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$이다.
이때, 12가 나오는 경우는 (6,6)이고, 확률은 $\frac{1}{36}$
3이 나오는 경우는 (1,2), (2,1)이고, 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$
6이 나오는 경우는 (1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)이고, 확률은 $\frac{5}{36}$
7이 나오는 경우는 (6, 1), (5,2), (4,3), (3,4), (2,5), (1,6)이고, 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$이다.
즉, 7을 고른 승우가 가장 유리하다.
이때, 7이 나올 확률인 $\frac{1}{6}$은 자주 일어나지 않는 사건이다.</td></tr>
<tr><td>2점</td><td>• 서로 다른 주사위 두 개를 던져 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$이다.
12가 나오는 경우는 (6,6)이고, 확률은 $\frac{1}{36}$
3이 나오는 경우는 (1,2), (2,1)이고, 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$
6이 나오는 경우는 (1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)이고, 확률은 $\frac{5}{36}$
7이 나오는 경우는 (6, 1), (5,2), (4,3), (3,4), (2,5), (1,6)이고, 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$이다.
즉, 7을 고른 승우가 가장 유리하다.
확률인 $\frac{1}{6}$인 7이 나오는 사건은 자주 일어난다.</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>• 서로 다른 주사위 두 개를 던져 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$이다.
12가 나오는 경우는 (6,6)이고, 확률은 $\frac{1}{36}$
3이 나오는 경우는 (1,2), (2,1)이고, 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$
6이 나오는 경우는 (1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)이고, 확률은 $\frac{5}{36}$</td></tr>
</table>

		7이 나오는 경우는 (6, 1), (5,2), (4,3), (3,4), (2,5), (1,6)이고, 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$이다. 즉, 7을 고른 승우가 가장 유리하다. 확률인 $\frac{1}{6}$인 7이 나오는 사건은 자주 일어나지 않는다.
	0점	• 무응답 또는 그 외 오답인 경우

○·· 평가에 따른 피드백

상	• 사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률을 구할 때 일어날 가능성이 동등한 경우들을 잘 나열하였습니다. 일어날 가능성이 동등한 경우를 찾기 위해 상대도수로서의 확률의 의미를 고려하고 있으며 이를 상대도수의 범위를 이용하여 적절하게 설명할 수 있습니다. • '적어도'라는 표현의 의미를 정확하게 이해하고 확률의 기본 성질을 이용하여 어떤 사건이 일어나지 않는 사건의 확률을 구할 수 있습니다. • 확률을 적절한 가능성 언어로 표현하고 비교할 수 있습니다.
중	• 사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률을 구할 때 일어날 가능성이 동등한 경우들을 나열하는데 어려움이 있습니다. 일어날 가능성이 동등한 경우를 찾기 위해 상대도수로서의 확률의 의미를 적절하게 연결하여 이해할 수 있도록 실험을 반복해서 시행하고 나타나는 상대도수의 범위를 비교하여 일어날 가능성이 동등한 지 비교해 보세요. • '적어도'라는 표현의 의미를 정확하게 이해할 필요가 있습니다. • 확률을 적절한 가능성 언어로 표현하고 비교할 수 있어야 합니다.
하	• 사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률을 구하기 위해 사건 A와 사건 B를 구분하여 각각 일어나는 경우들을 나열할 수 있어야 합니다. 각각의 경우들을 나열했다면 각각의 경우를 짝지어 사건 A와 사건 B가 동시에 일어나는 하나의 경우로 고려함을 이해할 필요가 있습니다.

>> 피드백 작성 시 유의점

- 상 수준의 경우 상대도수로서의 확률의 의미를 고려하여 사건 A와 사건 B가 동시에 일어나는 모든 경우를 적절하게 나열함, '적어도'의 표현과 가능성 언어에 대한 적절한 이해가 잘 드러나도록 피드백 합니다.
- 중수준의 경우 학생 수준에 따라 상 수준과 중수준의 피드백 요소들 중 일부를 선택해 피드백을 제공합니다.
- 하 수준의 경우 각각의 사건의 확률을 나타내는 것에서 나아가 두 사건이 동시에 일어나는 경우를 새로운 하나의 경우로 고려해야 함을 인지할 수 있도록 피드백을 제공합니다.

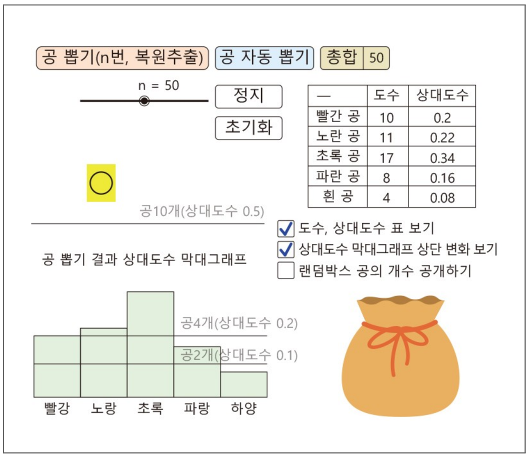
평가 문항 3(논술형)

빨강, 노랑, 파랑, 초록, 하양의 다섯 가지 색깔 공이 모두 합해 20개 들어있지만 내용물의 정확한 개수는 알 수 없는 랜덤박스가 있다. 민서는 랜덤박스에서 공을 반복해서 뽑는 실험을 통해 각각의 색깔 공의 개수를 추리하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

선생님은 민서가 실험을 원하는 만큼 반복할 수 있도록 랜덤박스 공 뽑기 실험을 다음과 같이 컴퓨터 프로그램으로 만들었다.

https://www.geogebra.org/m/y2vayxhn

이 프로그램으로 실험을 반복 하면 공을 뽑은 횟수, 각각의 색깔 공이 나온 횟수와 그 상대도수를 알 수 있다.



다음 표를 이용해 주머니 속에 담긴 각각의 색깔 공 개수를 추리하고, 추리 과정을 설명하시오.(3점)

회차	1회	2회	3회	4회	5회	6회	7회	8회	9회	10회
빨간 공이 나온 횟수	24	16	28	26	20	19	20	20	14	23
노란 공이 나온 횟수	18	21	12	21	22	21	17	15	18	25
초록 공이 나온 횟수	39	32	32	31	31	42	42	29	46	34
파란 공이 나온 횟수	17	25	17	18	21	12	17	32	14	16
흰 공이 나온 횟수	2	6	11	4	6	6	4	4	8	2
공을 뽑은 횟수	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100

≫ 활용 Tip !

- 학생들이 내용물의 개수를 알 수 없도록 프로그램 주소는 비공개하고, 교사용 컴퓨터를 활용하여 실험 결과를 함께 관찰합니다.
- 학생들은 컴퓨터 프로그램을 이용한 실험 결과에 대해 전체 학생들과 논의하면서 의견을 공유할 수 있습니다.
- 랜덤박스 공의 개수 공개하기를 눌러 공의 개수를 바꾸고 다시 비공개하여 추리하게 할 수 있습니다. 새로운 공의 개수 구성에 맞게 표의 자료 역시 새롭게 작성되어야 할 것입니다. 표를 빈 칸으로 구성해 학생들과 함께 실험하여 그 결과를 채워 넣을 수도 있습니다.
- 준비학습 단계에서 학생들은 임의로 선택한 20개의 5가지 색깔 공(또는 색깔 수 세기 칩)이 담긴 내용물이 보이지 않는 주머니에서 물리적 실험을 해 봄으로써 컴퓨터 프로그램으로 진행하는 실험의 의미를 이해할 수 있습니다. 또한 학생들은 공 자동 뽑기를 이용해 충분히 큰 횟수가 될 때까지 실험결과를 관찰할 수 있습니다. 제시된 표와 같이 던진 횟수가 100이 아닌 500, 1000등으로 횟수를 늘려 10회의 결과를 비교해 볼 수도 있습니다. 학생이 확신을 가질 수 있을 만큼 다양하게 자료를 탐색해 보는 것이 중요합니다.
- 학생들은 랜덤박스 안의 각 색깔 공의 개수를 추리하기 위해 상대도수를 비교해야 하고 이를 위해 계산기를 사용할 수 있도록 하는 것이 좋습니다.

○·· 채점 기준

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="7">논</td><td rowspan="7">경우의 수를 알 수 없는 상황에서 상대도수로서의 확률의 의미를 이용해 경우의 수의 비율로서의 확률 추리하기</td><td rowspan="2">3점</td><td colspan="2">• ㉠ 실험을 반복한 결과에서 각각의 색깔 공의 상대도수 범위를 구할 수 있고, ㉡ 상대도수 범위에서 가까워질 것으로 기대하는 상대도수로서의 확률을 구하거나 경우의 수의 비율로서의 확률을 추리할 수 있으며 ㉢ 적절한 공의 개수를 추리한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 각 색깔 공의 상대도수 범위는 빨강: 0.14~0.28, 노랑: 0.15~0.25, 초록: 0.29~0.46, 파랑: 0.12~0.32, 하양: 0.02~0.11이다.
빨강, 노랑, 파랑 공의 경우 상대도수 범위가 비슷하므로 공의 개수도 비슷하다고 생각할 수 있다. 실험의 횟수를 늘려 상대도수 범위가 점점 좁아지는 것을 고려하면 상대도수가 가까워질 것으로 기대되는 값은 약 0.2~0.22이다.
전체 공의 개수가 20개이므로 $20\times0.2=4$, $20\times0.22=4.4$이므로 4~5개로 추리할 수 있다. 같은 방법으로 초록 공의 상대도수가 가까워질 것으로 기대되는 값은 약 0.37이다. $20\times0.37=7.4$, 이므로 7~8개로 추리할 수 있다. 흰 공의 상대도수가 가까워질 것으로 기대되는 값은 약 0.06~0.07이다. $20\times0.06=1.2$, $20\times0.07=1.4$이므로 1~2개로 추리할 수 있다.
그런데 흰 공이 나온 횟수 중 11번은 다른 횟수들에 비해 지나치게 큰 편이므로 이를 제외한 자료만으로 상대도수가 가까워질 것으로 기대되는 값은 약 0.05이다. $20\times0.05=1$이므로 1개로 추리하는 것이 더 적절하다.
종합하면 빨강, 노랑, 초록, 파랑, 하양 각각의 공의 개수는 4, 4, 7, 4, 1로 추리할 수 있다.
(이때, 추리한 확률의 합을 1로 진술하거나 추리한 공의 개수의 합은 20이어야 한다.)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">• ㉠, ㉡ 또는 ㉠, ㉢과 같이 두 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 각 색깔 공의 상대도수 범위는 빨강: 0.14~0.28, 노랑: 0.15~0.25, 초록: 0.29~0.46, 파랑: 0.12~0.32, 하양: 0.02~0.11이다.
각각의 상대도수가 가까워질 것으로 기대되는 값은 0.2, 0.2, 0.35, 0.2, 0.05이다.
(이때, 추리한 확률의 합은 1이어야 한다.)
• 각 색깔 공의 상대도수 범위는 빨강: 0.14~0.28, 노랑: 0.15~0.25, 초록: 0.29~0.46, 파랑: 0.12~0.32, 하양: 0.02~0.11이다.
빨강, 노랑, 초록, 파랑, 하양 각각의 공의 개수는 4, 4, 7, 4, 1로 추리할 수 있다.
(이때, 추리한 공의 개수의 합은 20이어야 한다.)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">• ㉠, ㉡중 한 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 각 색깔 공의 상대도수 범위는 빨강: 0.14~0.28, 노랑: 0.15~0.25, 초록: 0.29~0.46, 파랑: 0.12~0.32, 하양: 0.02~0.11이다.
• 각각의 상대도수가 가까워질 것으로 기대되는 값은 0.2, 0.2, 0.35, 0.2, 0.05이다.
(이때, 추리한 확률의 합은 1이어야 한다.)</td></tr>
<tr><td>0점</td><td colspan="2">• 무응답 또는 그 외 오답인 경우</td></tr>
</table>

>> 채점 시 유의점

- 학생들이 직접 실험을 통해 구한 상대도수의 범위를 작성하더라도 정답으로 인정합니다. 핵심은 실험에서 나타난 상대도수가 실험횟수를 늘려 반복할 때 그 범위가 좁아진다는 것을 설명하는 것입니다. 또한 그 범위가 좁아지지 않는 학생이 있더라도 다른 학생들의 자료를 비교하거나, 실험을 다시 하면 범위가 좁아지지 않는 일은 흔치 않은 일임을 학생이 알고 있어야 하므로 이에 유의해 채점합니다.
- 상대도수로서의 확률을 정확히 구하기보다 상대도수의 범위 안에서 가까워질 것으로 기대하는 값, 또는 상대도수의 최댓값과 최솟값의 평균을 이용해 상대도수로서의 의미에서 확률을 구하는 것에 초점을 둡니다. 예시답안처럼 각각의 색깔 공의 상대도수 범위 안의 값을 골라 적절한 설명을 했다면 정답으로 인정합니다. 그러나 상대도수로서의 확률의 의미를 제시하지 않고 공의 개수만을 추측한 경우 결정론적으로 접근한 관점으로 고려하여 점수를 부여하지 않습니다.
- 각 색깔 공의 확률을 추리할 때 또는 각 색깔 공의 개수를 추리할 때 둘 중 하나에서 확률의 합은 1이며 각 색깔 공의 개수는 전체 공의 개수인 20개임을 고려하여 답하였다면 3점을 모두 부여합니다.

○·· 예시 답안

<table>
<tr><td rowspan="4">논</td><td>3점</td><td>• 각 색깔 공의 상대도수 범위는 빨강: 0.14~0.28, 노랑: 0.15~0.25, 초록: 0.29~0.46, 파랑: 0.12~0.32, 하양: 0.02~0.11이다.
빨강, 노랑, 파랑 공의 경우 상대도수 범위가 비슷하므로 공의 개수도 비슷하다고 생각할 수 있다. 실험의 횟수를 늘려 상대도수 범위가 점점 좁아지는 것을 고려하면 상대도수가 가까워질 것으로 기대되는 값은 약 0.2~0.22이다.
전체 공의 개수가 20개이므로 $20 \times 0.2 = 4$, $20 \times 0.22 = 4.4$이므로 4~5개로 추리할 수 있다. 같은 방법으로 초록 공의 상대도수가 가까워질 것으로 기대되는 값은 약 0.37이다. $20 \times 0.37 = 7.4$, 이므로 7~8개로 추리할 수 있다. 흰 공의 상대도수가 가까워질 것으로 기대되는 값은 약 0.06~0.07이다. $20 \times 0.06 = 1.2$, $20 \times 0.07 = 1.4$이므로 1~2개로 추리할 수 있다.
그런데 흰 공이 나온 횟수 중 11번은 다른 횟수들에 비해 지나치게 큰 편이므로 이를 제외한 자료만으로 상대도수가 가까워질 것으로 기대되는 값은 약 0.05이다. $20 \times 0.05 = 1$이므로 1개로 추리하는 것이 더 적절하다.
종합하면 빨강, 노랑, 초록, 파랑, 하양 각각의 공의 개수는 4, 4, 7, 4, 1로 추리할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>2점</td><td>• 각 색깔 공의 상대도수 범위는 빨강: 0.14~0.28, 노랑: 0.15~0.25, 초록: 0.29~0.46, 파랑: 0.12~0.32, 하양: 0.02~0.11이다.
각각의 상대도수가 가까워질 것으로 기대되는 값은 0.2, 0.2, 0.35, 0.2, 0.05이다.
• 각 색깔 공의 상대도수 범위는 빨강: 0.14~0.28, 노랑: 0.15~0.25, 초록: 0.29~0.46, 파랑: 0.12~0.32, 하양: 0.02~0.11이다.
빨강, 노랑, 초록, 파랑, 하양 각각의 공의 개수는 4, 4, 7, 4, 1로 추리할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>• 각 색깔 공의 상대도수 범위는 빨강: 0.14~0.28, 노랑: 0.15~0.25, 초록: 0.29~0.46, 파랑: 0.12~0.32, 하양: 0.02~0.11이다.
• 각각의 상대도수가 가까워질 것으로 기대되는 값은 0.2, 0.2, 0.35, 0.2, 0.05이다.</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>• 무응답 또는 그 외 오답인 경우</td></tr>
</table>

○·· 평가에 따른 피드백

상	사건이 일어나는 경우의 수를 파악할 수 없는 상황에서 상대도수의 의미로서의 확률을 구해 경우의 수의 비율로서의 확률을 적절하게 추리하였습니다. 반드시 일어나는 사건의 확률은 1임을 고려하여 전체 공의 개수 20개가 적절하게 분배되도록 추리하고 있어 확률의 기본성질을 잘 이해하고 있습니다. 흰 공이 나온 횟수 중 다른 자료들과 차이가 많이 나는 자료를 고려하여 상대도수의 범위를 구하는 자료 분석의 과정이 적절합니다.
중	사건이 일어나는 경우의 수를 파악할 수 없는 상황에서 상대도수의 의미로서의 확률을 구해 경우의 수의 비율로서의 확률을 적절하게 추리하였습니다. 반드시 일어나는 사건의 확률은 1임을 고려하여 전체 공의 개수 20개가 적절하게 분배되도록 추리하는 것은 확률의 기본 성질을 고려해야 하므로 중요합니다.
하	사건이 일어나는 경우의 수를 파악할 수 없는 상황에서 상대도수의 의미로서의 확률을 구해 경우의 수의 비율로서의 확률을 추리하는데 어려움이 있습니다. 사건이 일어나는 경우의 수를 파악할 수 없는 상황에서 상대도수의 의미로서의 확률을 구해 경우의 수의 비율로서의 확률을 추리할 수 있다는 것에 주목하면 두 관점을 연결하여 이해하는 것이 왜 중요한 지 알게 될 것입니다. 이를 위해 실험을 반복하여 상대도수의 범위가 어떻게 나타나는지, 실험 횟수를 늘릴 때 상대도수의 범위가 어떻게 변화하는지 주목할 필요가 있습니다.

≫ 피드백 작성 시 유의점

- 상 수준의 경우 상대도수로서의 확률의 의미를 이용해 경우의 수의 비율로서의 확률을 잘 추리하였음을 피드백합니다. 반드시 일어나는 사건 즉, 전체 확률의 합이 1이라는 점을 고려하는 것은 확률의 기본성질을 잘 이해하고 있다고 피드백 할 수 있습니다. 상대도수의 범위를 구할 때 다른 자료들에 비해 지나치게 차이나는 특이값을 고려하는 것은 통계적 문제 해결의 과정 중 자료 분석의 관점에서 중요하므로 이를 추가로 피드백 할 수 있습니다.
- 중 수준의 경우 상대도수로서의 확률의 의미를 잘 이해하고 있음을 안내하고, 확률의 기본 성질을 고려하여 경우의 수의 비율로서의 확률을 추리할 수 있도록 피드백을 제공합니다.
- 하 수준의 경우 상대도수로서의 확률의 의미를 이해하는데 제한점이 있으며 경우의 수의 비율로서의 확률의 의미만을 강하게 고려하고 있으므로 상대도수로서의 확률을 의미있게 이해할 수 있는 상황들을 자주 접할 수 있도록 피드백을 제공합니다.

4. 서·논술 문항의 지필평가 적용

○·· 지필평가 적용을 위한 Tip

평가문항 1과 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가문항 1은 확률을 구할 때 경우의 수의 비율로 구한 확률과 상대도수로 구한 확률이 가까운 지 확률의 두 가지 의미를 모두 고려하여 설명하는 것이 목표입니다. 학생들은 가능성이 같은 사건들의 경우를 모두 나열하여 경우의 수의 비율을 구할 수 있어야 하며 자료를 이용해 상대도수의 범위를 구하고 이를 적절한 근거로 제시할 수 있어야 합니다.
- 평가문항 1은 총 3점을 부여할 수 있으며 총점에 따라 각각의 부분 점수를 조정할 수 있습니다.
- 지필평가 문항과 채점기준의 예시는 다음과 같습니다.

서술형 **다음 자료를 보고 물음에 답하시오.**

(가) 1부터 6까지 자연수가 적힌 정육면체 주사위 1개를 던졌을 때, 6의 눈이 나올 확률

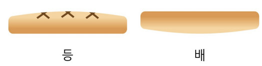
회차	1회	2회	3회	4회	5회	6회	7회	8회	9회	10회
총 던진 횟수	120	120	120	120	120	120	120	120	120	120
6의 눈이 나온 횟수	20	26	20	18	18	24	24	26	20	24

(나) 다음 그림과 같은 원판을 돌렸을 때, 당첨될 확률

회차	1회	2회	3회	4회	5회	6회	7회	8회	9회	10회
총 던진 횟수	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
당첨이 나온 횟수	5	15	11	7	7	10	12	12	5	10

(다) 다음 그림과 같은 윷 1개를 굴렸을 때, 등이 나올 확률

회차	1회	2회	3회	4회	5회	6회	7회	8회	9회	10회
총 던진 횟수	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60
등이 나온 횟수	33	32	43	40	41	34	39	38	39	33



(가)~(다) 중 경우의 수의 비율로 구한 확률과 상대도수로 구한 확률이 같은 사건을 모두 고르시오. (3점)

〈서술조건〉
- (가)~(다)에 대해 각각 경우의 수의 비율과 상대도수로 확률을 구하시오.
- (가)~(다)에 대해 각각 두 가지 의미의 확률이 같다고 판단한 이유를 설명하시오.

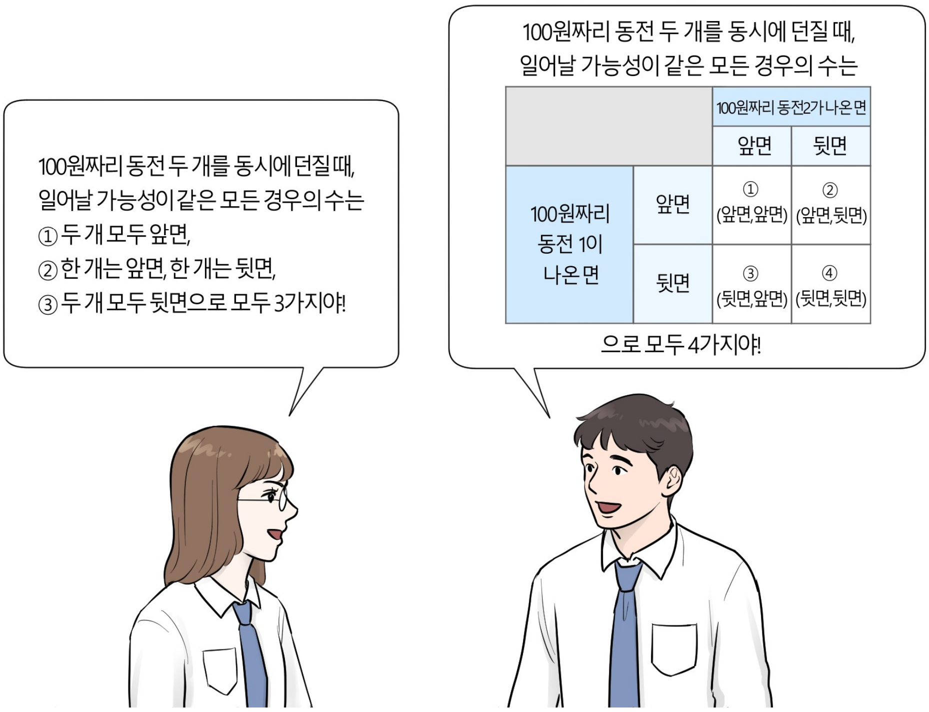
평가 요소	척도/배점	기대 수행
확률의 두 가지 의미 연결하여 이해하기	3점	• (가), (나) – (가) 주사위를 던졌을 때, 나올 수 있는 눈은 1~6이므로 모두 6가지 경우 중 6의 눈이 나오는 경우는 1가지 이므로 경우의 수의 비율로 구한 확률은 $\frac{1}{6}$이다. 주사위를 120번씩 10회 던지는 실험에서 상대도수는 $\frac{9}{60}$이상 $\frac{13}{60}$이하로 나타나고 이는 경우의 수의 비율로 구한 확률 $\frac{10}{60}$과 가깝다. – (나) 원판을 돌렸을 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는 당첨과 꽝 2가지이다. 그러나 두 사건은 일어날 가능성이 서로 다르기 때문에 각도를 기준으로 경우의 수의 비율을 구하면 당첨이 나올 확률은 $\frac{90}{360}=\frac{1}{4}$이다.(또는 원판을 4등분하여 당첨 1가지, 꽝 3가지로 모든 경우의 수 4가지 중 1가지로 구하면 $\frac{1}{4}$이다.) 원판을 40번씩 10회 돌리는 실험에서 상대도수는 $\frac{5}{40}$이상 $\frac{15}{40}$이하로 나타나고 이는 경우의 수의 비율로 구한 확률 $\frac{10}{40}$과 가깝다. • (다) 윷을 굴렸을 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는 등과 배 2가지이다. 그러나 두 사건은 일어날 가능성이 서로 다르기 때문에 경우의 수의 비율을 구할 수 없다. 만약, 경우의 수의 비율을 $\frac{1}{2}$이라고 하더라도 윷을 60번씩 10회 돌리는 실험에서 상대도수는 $\frac{32}{60}$이상 $\frac{43}{60}$이하로 나타나고 이는 경우의 수의 비율로 가정한 $\frac{30}{60}$과 가깝지 않다.
	각 1점	• (가) 주사위를 던졌을 때, 나올 수 있는 눈은 1~6이므로 모두 6가지 경우 중 6의 눈이 나오는 경우는 1가지 이므로 경우의 수의 비율로 구한 확률은 $\frac{1}{6}$이다. 주사위를 120번씩 10회 던지는 실험에서 상대도수는 $\frac{9}{60}$이상 $\frac{13}{60}$이하로 나타나고 이는 경우의 수의 비율로 구한 확률 $\frac{10}{60}$과 가깝다. • (나) 원판을 돌렸을 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는 당첨과 꽝 2가지이다. 그러나 두 사건은 일어날 가능성이 서로 다르기 때문에 각도를 기준으로 경우의 수의 비율을 구하면 당첨이 나올 확률은 $\frac{90}{360}=\frac{1}{4}$이다.(또는 원판을 4등분하여 당첨 1가지, 꽝 3가지로 모든 경우의 수 4가지 중 1가지로 구하면 $\frac{1}{4}$이다.) 원판을 40번씩 10회 돌리는 실험에서 상대도수는 $\frac{5}{40}$이상 $\frac{15}{40}$이하로 나타나고 이는 경우의 수의 비율로 구한 확률 $\frac{10}{40}$과 가깝다. • (다) 윷을 굴렸을 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는 등과 배 2가지이다. 그러나 두 사건은 일어날 가능성이 서로 다르기 때문에 경우의 수의 비율을 구할 수 없다. 만약, 경우의 수의 비율을 $\frac{1}{2}$이라고 하더라도 윷을 60번씩 10회 돌리는 실험에서 상대도수는 $\frac{32}{60}$이상 $\frac{43}{60}$이하로 나타나고 이는 경우의 수의 비율로 가정한 $\frac{30}{60}$과 가깝지 않다.
	0점	• 무응답 또는 그 외 오답인 경우

평가문항 2-1과 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가문항 2-1은 사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률을 구하기 위해 일어날 가능성이 동등한 경우를 모두 찾는 것이 목표입니다. 학생들은 제시문(나)를 이용해 상대도수로서의 확률의 의미와 연결하여 근거를 제시할 수 있어야 합니다. 또한 확률의 기본 성질을 고려하여 '적어도'의 표현을 이해하고 문제를 해결할 수 있어야 합니다.
- 평가문항 2-1은 총 2점을 부여할 수 있으며 총점에 따라 각각의 부분 점수를 조정할 수 있습니다.
- 지필평가 문항과 채점기준의 예시는 다음과 같습니다.

서술형 **다음 글을 읽고, 물음에 답하시오.**

(가) 100원짜리 동전 두 개를 동시에 던질 때, 일어날 가능성이 같은 모든 경우의 수



(나) 100원짜리 동전 두 개를 동시에 던지는 실험을 반복할 때, 각 사건의 상대도수

100원짜리 동전 두 개를 동시에 던지는 실험을 100번씩 10회 했을 때, 각 회차에 두 개 모두 뒷면, 한 개는 뒷면 한 개는 앞면, 두 개 모두 앞면이 나타난 횟수는 다음과 같다.

회차	1회	2회	3회	4회	5회	6회	7회	8회	9회	10회
두 개 모두 앞면	28	23	14	19	20	25	26	31	15	29
한 개는 앞면 한 개는 뒷면	45	52	62	50	49	53	40	43	62	48
두 개 모두 뒷면	27	25	24	31	31	22	34	26	23	23

1. 100원짜리 동전 두 개를 동시에 던져, 적어도 한 개가 앞면이 나올 확률을 구하고, 그 이유를 설명하시오.(2점)

〈서술조건〉

- 제시문 (가)의 수인과 기현의 대화를 참고하여 100원짜리 동전 두 개를 동시에 던져 일어날 수 있는 경우를 모두 나열하시오. 이때, 제시문 (나)를 100원짜리 동전 두 개를 동시에 던져 일어날 수 있는 경우를 구하는 근거로 제시하시오.

<table>
<tr><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th>기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="3">사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률 구하기</td><td>2점</td><td>• 100원짜리 동전 두 개를 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우는 (앞, 앞), (앞, 뒤), (뒤, 앞), (뒤, 뒤)의 네 가지이다. 경우의 수는 일어날 가능성이 같다는 것을 가정해야 한다. 그런데 제시문 (나)에서 두 개 모두 앞면인 사건과 두 개 모두 뒷면인 사건의 상대도수 범위는 0.14~0.31, 0.22~0.34로 비슷하지만, 한 개는 앞면 한 개는 뒷면인 사건의 상대도수 범위는 0.4~0.62로 비슷하지 않고, 대략 2배 더 크다는 것을 알 수 있다. 즉, 한 개는 앞면 한 개는 뒷면이 나오는 사건은 (앞, 뒤), (뒤, 앞)의 2가지 경우로 구분하여 세는 것이 적절하다.
이때, 적어도 한 개가 앞면이 나올 확률은 (앞, 앞), (앞, 뒤), (뒤, 앞)의 3가지 경우이므로 확률은 $\frac{3}{4}$이다.</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>• 100원짜리 동전 두 개를 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우는 (앞, 앞), (앞, 뒤), (뒤, 앞), (뒤, 뒤)의 네 가지이다. 경우의 수는 일어날 가능성이 같다는 것을 가정해야 한다. 그런데 제시문 (나)에서 두 개 모두 앞면인 사건과 두 개 모두 뒷면인 사건의 상대도수 범위는 0.14~0.31, 0.22~0.34로 비슷하지만, 한 개는 앞면 한 개는 뒷면인 사건의 상대도수 범위는 0.4~0.62로 비슷하지 않고, 대략 2배 더 크다는 것을 알 수 있다. 즉, 한 개는 앞면 한 개는 뒷면이 나오는 사건은 (앞, 뒤), (뒤, 앞)의 2가지 경우로 구분하여 세는 것이 적절하다.
이때, 적어도 한 개가 앞면이 나올 확률은 (앞, 뒤), (뒤, 앞)의 2가지 경우이므로 확률은 $\frac{2}{4}$이다.
• 100원짜리 동전 두 개를 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우는 4가지이고 이 중 (뒤, 뒤)를 제외하면 되므로 확률은 $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$이다.</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>• 무응답 또는 그 외 오답인 경우</td></tr>
</table>

평가문항 2-2와 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가문항 2-2는 사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률을 구하기 위해 일어날 가능성이 동등한 경우를 모두 찾는 것이 목표입니다. 또한 확률을 서로 비교하여 '유리하다'의 판단을 할 수 있고, 가능성 언어를 이용하여 구한 확률이 '자주 일어나지 않는 사건'임을 설명하는 것이 목표입니다. 확률은 일상생활 맥락에서 특히 가치 판단에 유용한 도움을 주므로 일상 언어와 연결하여 확률의 의미를 이해하는 것은 필수적입니다.
- 평가문항 2-2는 총 3점을 부여할 수 있으며 총점에 따라 각각의 부분 점수를 조정할 수 있습니다.
- 지필평가 문항과 채점기준의 예시는 다음과 같습니다.

서술형 **다음 글을 읽고, 물음에 답하시오.**

네 학생 채수, 아름, 다은, 승우가 서로 다른 주사위 두 개를 동시에 던질 때, 두 눈의 수의 합이 되는 수 중 각각 하나씩 고르고 먼저 고른 수가 나오는 사람이 이기는 내기를 한다. 이 내기에서 가장 유리한 사람은 누구인지 고르고, 그 이유를 설명하시오. (2점)

채수

나는 1부터 12까지 나올 수 있는 경우 중에서 12를 고를거야. 가장 큰 수가 나올 확률이 가장 높아.

아름

나는 두 눈의 수의 합으로 나올 수 없는 경우인 1을 제외하고 확률은 다 똑같다고 생각해. 그래서 내 전화번호의 마지막 자리인 3을 고를거야.

다은

나는 6, 7, 8이 나올 가능성이 같고, 확률도 가장 높다고 생각해. 왜냐하면 6은 1+5, 2+4, 3+3으로 세 가지 경우로 봐야해. 그래서 그 중 뭐든 상관없지만 6을 고를거야.

승우

7이 나올 확률이 가장 높아. 왜냐하면 1+6, 2+5, 3+4, 4+3, 5+2, 6+1로 6가지 경우로 봐야하거든. 그래서 나는 7을 고를게.

〈서술조건〉

- 서로 다른 주사위 두 개를 동시에 던져 일어날 수 있는 모든 경우의 수를 구하고 그 과정을 설명하시오.
- 네 학생이 고른 사건의 경우와 확률을 각각 구해 서로 비교하시오.
- 가장 유리하다고 판단한 사건의 확률을 다음 4가지 언어 중 하나를 골라 설명하시오.
  (불가능하다, 자주 일어나지 않는다, 반반이다, 자주 일어난다, 확실히 일어난다)

<table>
<tr><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th>기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="4">사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률을 구하고 비교하여 누가 유리한지 판단하고 가능성 언어로 표현하기</td><td>3점</td><td>서로 다른 주사위 두 개를 던져 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$이다.
이때, 12가 나오는 경우는 (6,6)이고, 확률은 $\frac{1}{36}$
3이 나오는 경우는 (1,2), (2,1)이고, 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$
6이 나오는 경우는 (1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)이고, 확률은 $\frac{5}{36}$
7이 나오는 경우는 (6, 1), (5,2), (4,3), (3,4), (2,5), (1,6)이고, 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$이다.
즉, 7을 고른 승우가 가장 유리하다.
이때, 7이 나올 확률인 $\frac{1}{6}$은 자주 일어나지 않는 사건이다.</td></tr>
<tr><td>2점</td><td>서로 다른 주사위 두 개를 던져 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$이다.
12가 나오는 경우는 (6,6)이고, 확률은 $\frac{1}{36}$
3이 나오는 경우는 (1,2), (2,1)이고, 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$
6이 나오는 경우는 (1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)이고, 확률은 $\frac{5}{36}$
7이 나오는 경우는 (6, 1), (5,2), (4,3), (3,4), (2,5), (1,6)이고, 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$이다.
즉, 7을 고른 승우가 가장 유리하다.
확률인 $\frac{1}{6}$인 7이 나오는 사건은 자주 일어난다.</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>서로 다른 주사위 두 개를 던져 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$이다.
12가 나오는 경우는 (6,6)이고, 확률은 $\frac{1}{36}$
3이 나오는 경우는 (1,2), (2,1)이고, 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$
6이 나오는 경우는 (1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)이고, 확률은 $\frac{5}{36}$
7이 나오는 경우는 (6, 1), (5,2), (4,3), (3,4), (2,5), (1,6)이고,
확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$이다. 즉, 7을 고른 승우가 가장 유리하다.
확률인 $\frac{1}{6}$인 7이 나오는 사건은 자주 일어나지 않는다.</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>무응답 또는 그 외 오답인 경우</td></tr>
</table>

평가문항 3과 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가문항 3은 실험결과를 제시하고 학생이 상대도수로서의 확률의 의미를 이해하고 경우의 수의 비율로서의 확률을 추리하는 것이 목표입니다. 지필평가의 여건 상 계산기를 사용할 수 없는 경우 횟수를 1000회로 늘려 자료를 제공하면 상대도수의 범위를 보다 좁힐 수 있습니다.
- 평가문항 3은 총 3점을 부여할 수 있으며 총점에 따라 각각의 부분 점수를 조정할 수 있습니다.
- 지필평가 문항과 채점기준의 예시는 다음과 같습니다.

논술형

빨강, 노랑, 파랑, 초록, 하양의 다섯 가지 색깔 공이 모두 합해 20개 들어있지만 내용물의 정확한 개수는 알 수 없는 랜덤박스가 있다. 민서는 랜덤박스에서 공을 반복해서 뽑는 실험을 통해 각각의 색깔 공의 개수를 추리하려고 한다. 다음 표를 이용해 주머니 속에 담긴 각각의 색깔 공 개수를 추리하고, 추리 과정을 설명하시오.(3점)

회차	1회	2회	3회	4회	5회	6회	7회	8회	9회	10회
빨간 공이 나온 횟수	24	16	28	26	20	19	20	20	14	23
노란 공이 나온 횟수	18	21	12	21	22	21	17	15	18	25
초록 공이 나온 횟수	39	32	32	31	31	42	42	29	46	34
파란 공이 나온 횟수	17	25	17	18	21	12	17	32	14	16
흰 공이 나온 횟수	2	6	11	4	6	6	4	4	8	2
공을 뽑은 횟수	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100

평가 요소	척도/배점	기대 수행
경우의 수를 알 수 없는 상황에서 상대도수로서의 확률의 의미를 이용해 경우의 수의 비율로서의 확률 추리하기	3점	• 각 색깔 공의 상대도수 범위는 빨강: 0.14~0.28, 노랑: 0.15~0.25, 초록: 0.29~0.46, 파랑: 0.12~0.32, 하양: 0.02~0.11이다. 빨강, 노랑, 파랑 공의 경우 상대도수 범위가 비슷하므로 공의 개수도 비슷하다고 생각할 수 있다. 실험의 횟수를 늘려 상대도수 범위가 점점 좁아지는 것을 고려하면 상대도수가 가까워질 것으로 기대되는 값은 약 0.2~0.22이다. 전체 공의 개수가 20개이므로 $20\times0.2=4$, $20\times0.22=4.4$이므로 4~5개로 추리할 수 있다. 같은 방법으로 초록 공의 상대도수가 가까워질 것으로 기대되는 값은 약 0.37이다. $20\times0.37=7.4$, 이므로 7~8개로 추리할 수 있다. 흰 공의 상대도수가 가까워질 것으로 기대되는 값은 약 0.06~0.07이다. $20\times0.06=1.2$, $20\times0.07=1.4$이므로 1~2개로 추리할 수 있다. 그런데 흰 공이 나온 횟수 중 11번은 다른 횟수들에 비해 지나치게 큰 편이므로 이를 제외한 자료만으로 상대도수가 가까워질 것으로 기대되는 값은 약 0.05이다. $20\times0.05=1$이므로 1개로 추리하는 것이 더 적절하다. 종합하면 빨강, 노랑, 초록, 파랑, 하양 각각의 공의 개수는 4, 4, 7, 4, 1로 추리할 수 있다.
	2점	• 각 색깔 공의 상대도수 범위는 빨강: 0.14~0.28, 노랑: 0.15~0.25, 초록: 0.29~0.46, 파랑: 0.12~0.32, 하양: 0.02~0.11이다. 각각의 상대도수가 가까워질 것으로 기대되는 값은 0.2, 0.2, 0.35, 0.2, 0.05이다. • 각 색깔 공의 상대도수 범위는 빨강: 0.14~0.28, 노랑: 0.15~0.25, 초록: 0.29~0.46, 파랑: 0.12~0.32, 하양: 0.02~0.11이다. 빨강, 노랑, 초록, 파랑, 하양 각각의 공의 개수는 4, 4, 7, 4, 1로 추리할 수 있다.
	1점	• 각 색깔 공의 상대도수 범위는 빨강: 0.14~0.28, 노랑: 0.15~0.25, 초록: 0.29~0.46, 파랑: 0.12~0.32, 하양: 0.02~0.11이다. • 각각의 상대도수가 가까워질 것으로 기대되는 값은 0.2, 0.2, 0.35, 0.2, 0.05이다.
	0점	• 무응답 또는 그 외 오답인 경우

서·논술형

평가도구 자료집

06

대푯값과 산포도의 의미

06

대푯값과 산포도의 의미

1. 과제 개요

학교급	중학교	학년/학년군	3학년 / 1~3학년군
교과군	**수학**	과목명	수학
과제명	**대푯값과 산포도의 의미**		
성취기준 및 평가기준	[9수05-06] 중앙값, 최빈값, 평균의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다.	상	중앙값, 최빈값, 평균 중 자료에 적절한 대푯값을 선택하여 구하고, 이를 이용하여 자료의 특징을 설명할 수 있다.
		중	주어진 자료를 정리하여 중앙값, 최빈값, 평균을 구할 수 있다.
		하	중앙값, 최빈값, 평균의 뜻을 말하고, 크기순으로 정렬된 자료에서 중앙값, 최빈값, 평균을 구할 수 있다.
	[9수05-07] 분산과 표준편차의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다.	상	분산과 표준편차의 의미를 이해하고, 이를 이용하여 자료의 특징을 설명할 수 있다.
		중	분산과 표준편차를 구할 수 있다.
		하	편차의 의미를 알고, 이를 구할 수 있다.
교과 역량	추론, 의사소통, 태도 및 실천		
출제 의도	통계는 수학의 다른 영역에 비해 실생활과 매우 밀접함에도 불구하고 그 의미보다는 계산 중심으로 수업과 평가가 이루어지는 경우가 많아 학생들이 통계를 통계답게 학습하지 못하고 수학의 유용성 또한 인지하지 못하곤 한다. 이에 따라 본 평가 문항은 초등학교에서 배운 평균을 포함하여 대푯값의 개념과 대푯값으로서의 중앙값, 최빈값의 의미를 이해하고 적절한 사례를 찾아볼 수 있게 함으로써 단순한 계산에서 벗어나 보다 의미있는 수업과 평가가 이루어질 수 있게 구성하고자 하였다. 또한 자료의 분포 상태를 알아보기 위하여 변량들이 대푯값을 중심으로 흩어져 있는 정도를 하나의 수로 나타낸 값인 산포도를 바탕으로 편차의 합이 항상 0이므로 편차의 평균 또한 항상 0임을 통해 편차의 평균이 산포도가 될 수 없는 이유를 설명할 수 있는지 수업과 평가를 통해 측정하고자 하였다. 즉, 산포도와 편차의 의미를 바탕으로 표준편차를 이해하고 구하는 과정을 인지할 수 있게 하는 데 목적을 두고 수업과 평가를 설계하였다. 또한 수학 교과 역량 중 추론은 '수학적 사실을 추측하고 논리적으로 분석하고 정당화하며 그 과정을 반성하는 능력'을, 의사소통은 '수학 지식이나 아이디어, 수학적 활동의 결과, 문제 해결 과정, 신념과 태도 등을 말이나 글, 그림, 기호로 표현하고 다른 사람의 아이디어를 이해하는 능력'을, 태도 및 실천은 '수학의 가치를 인식하고 자주적 수학 학습 태도와 민주 시민의식을 갖추어 실천하는 능력'을 의미하므로, 본 평가 문항을 시행함에 있어 추론과 의사소통, 태도 및 실천 역량과 관련된다고 판단하였다.		

서 · 논술형 평가 문항	평가 영역 / 역량	평가 요소
평가 문항 1 (서술형)	대푯값(중앙값, 최빈값)/ 의사소통, 태도 및 실천	• 중앙값, 최빈값 구하는 방법 설명하기 • 중앙값 또는 최빈값이 적절한 경우 및 사례 제시하기
평가 문항 2 (서술형)	편차/ 추론, 의사소통	• 변량의 편차와 편차의 평균 구하기 • 편차의 평균이 산포도가 될 수 없는 이유 설명하기
평가 문항 3 (서술형)	표준편차/ 추론, 의사소통	• 자료의 표준편차 구하기

2. 교수·학습 활동 및 평가 계획

학습단계	학습 목표 (교과역량)	교수학습 활동	평가 문항	방법
1~2차시	대푯값으로서의 평균의 의미를 이해하고 이를 보완하기 위해 중앙값과 최빈값을 사용할 수 있다.	[준비학습, 전체] 주어진 두 자료의 평균 구하기 [학생(모둠)] 평균은 같으나 분포가 다른 두 자료를 보고 평균의 의미에 대해 토의하기 [교사] 자료를 대표하는 값으로서 평균의 의미 정리하기, 평균을 바탕으로 대푯값의 뜻과 의미 설명하기 [학생(모둠 혹은 학급 전체)] 평균이 대푯값으로 적절하지 않을 경우, 대푯값 정하고 그 근거 제시하기 [교사] 중앙값, 최빈값의 뜻과 구하는 방법 설명하기 [학생(개인)] 주어진 자료의 중앙값, 최빈값 구하기	평가 문항 1 [학생(개인)] 중앙값, 최빈값을 구하는 방법을 이해하고, 적절한 경우와 사례 제시하기 피드백	서술형 문항 개인별 평가
3차시	편차의 의미를 이해하고 편차의 합이 항상 0인 이유를 설명할 수 있다.	[준비학습, 전체] 5명의 수학 점수의 평균이 10점이라고 할 때, 5명의 수학 점수 예측하기. 이를 바탕으로 평균만으로 5명의 수학 점수의 분포를 알 수 없음을 인지하기 [교사] 점수의 분포는 각 점수가 평균으로부터 얼마나 떨어져 있는 지로 설명할 수 있음을 이해하게 하고, 이를 바탕으로 편차의 개념 설명하기 [학생(모둠 혹은 학급 전체)] 편차의 합이 항상 0일 수 밖에 없는 이유 탐구하고 발표하기 [교사] 점수의 분포는 각 점수가 평균으로부터 얼마나 떨어져 있는 지로 설명할 수 있음에도 불구하고 점수의 분포를 대푯값 등과 같은 하나의 수로 나타내고자 할 때, 편차를 그대로 사용할 수 없음을 이해하게 하기. 이와 연계하여 산포도의 의미 설명하기	평가 문항 2 [학생(개인)] 편차의 평균이 산포도가 될 수 없는 이유 설명하기 피드백	서술형 문항 개인별 평가
4~5차시	주어진 자료의 분산과 표준편차를 구하고 이를 바탕으로 산포도의 의미를 이해한다.	[준비학습, 전체] 편차 및 산포도의 의미 이해하기 [학생(모둠 혹은 학급 전체)] 편차를 이용하여 점수의 분포를 하나의 수로 나타낼 수 있는 방법 탐구하기 [교사] 점수의 분포는 편차를 평균과의 차이를 이용하여 설명하는 것이 타당함을 이해하게 하고 편차의 절댓값이나 제곱을 하는 방법에 대해 설명하기 [학생(모둠 혹은 학급 전체)] 편차의 제곱을 이용하여 산포도를 구하는 방법을 탐구하고 발표하기 [교사] 발표내용에 대한 피드백과 연계하여 분산과 표준편차를 구하는 방법과 산포도로서의 의미 설명하기 [학생(개인)] 주어진 자료의 표준편차 구하기	평가 문항 3 [학생(개인)] 자료의 표준편차 구하기 피드백	서술형 문항 개인별 평가

3. 평가 문항

평가 문항 1(서술형)

일상생활에서 자료 전체의 특징을 알아보고자 할 때 주로 사용하는 대푯값은 평균이다. 그런데 평균보다 중앙값이나 최빈값이 자료의 특징을 더 잘 나타내는 경우가 있다. 물음에 답하시오.

1-1. 중앙값, 최빈값을 구하는 방법에 대해 각각 설명하시오. (2점)

1-2. 중앙값, 최빈값 중 하나만 선택하여 어떤 경우에 해당 대푯값이 평균보다 자료의 중심적인 경향이나 특징을 잘 나타낼 수 있는지 설명하고 그 사례를 제시하오. (2점)

활용 Tip !

- 일상생활에서 많이 사용되는 대푯값을 단순히 구하게 하기 보다는 대푯값의 의미를 이해하고 사용할 수 있게 하는데 목적을 둔다.
- 1-1 문항의 경우, 수업을 통해 배운 중앙값과 최빈값을 구하는 방법에 대해 어느 정도 이해하고 있는지를 파악할 수 있다.
- 1-2 문항의 경우, 평균이 대푯값으로 적절하지 않을 경우, 대푯값을 정하고 그 근거를 제시하는 모둠활동과 연계한 문항이다. 이를 통해 자료의 대푯값으로서 평균보다 중앙값(최빈값)이 적절한 경우에 대해 설명하고 그 사례를 제시할 수 있는지 측정하고 피드백할 수 있다. 또한 교사의 판단에 따라 중앙값과 최빈값을 모두 서술하게 할 수도 있다.

○·· 채점 기준

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="6">서
1-1</td><td rowspan="6">중앙값, 최빈값 구하는 방법 설명하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">• 중앙값, 최빈값을 구하는 방법을 모두 옳게 설명한 경우(각 1점)</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 중앙값은 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열할 때, 중앙에 위치하는 값을 찾아 구한다.
• 최빈값은 자료의 변량 중에서 가장 많이 나타나는 값을 찾아 구한다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">• 중앙값, 최빈값 중 하나만 옳게 설명한 경우(1점)</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 중앙값은 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열할 때, 중앙에 위치하는 값을 찾아 구한다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">• 그 외의 오답(0점)</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 무응답</td></tr>
<tr><td rowspan="8">서
1-2</td><td rowspan="8">중앙값 또는 최빈값의 적용 사례 및 근거 설명하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">• 중앙값(또는 최빈값)이 자료의 중심적인 경향이나 특징을 잘 나타내는 경우를 옳게 설명하고(1점), 적절한 사례(1점)를 제시한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 중앙값이 대푯값으로 적절한 경우
– 자료의 변량 중에서 매우 크거나 작은 값이 포함되어 있는 경우에는 중앙값이 평균보다 그 자료의 중심적인 경향을 더 잘 나타낼 수 있기 때문이다.
(예) 줄넘기 횟수　10, 12, 15, 16, 17, 18, 100</td></tr>
<tr><td rowspan="4">1점</td><td colspan="2">• 중앙값(또는 최빈값)이 자료의 중심적인 경향이나 특징을 잘 나타내는 경우를 옳게 설명하고(1점), 적절한 사례(1점)를 제시한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 중앙값이 대푯값으로 적절한 경우
– 자료의 변량 중에서 매우 크거나 작은 값이 포함되어 있는 경우에는 중앙값이 평균보다 그 자료의 중심적인 경향을 더 잘 나타낼 수 있기 때문이다.</td></tr>
<tr><td colspan="2">• 중앙값(또는 최빈값)이 자료의 중심적인 경향이나 특징을 잘 나타내는 경우를 옳게 설명하진 못했으나(0점), 적절한 사례(1점)를 제시한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 중앙값이 대푯값으로 적절한 예
– 줄넘기 횟수:　10, 12, 15, 16, 17, 18, 100</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">• 그 외의 오답(0점)</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 무응답</td></tr>
</table>

≫ 채점 시 유의점

- 1-1 문항은 중앙값과 최빈값을 구하는 방법에 대해 설명할 수 있는지 확인하고 피드백하는 것이 핵심이므로, 특정 단어나 문구의 기술 여부로 채점하지 않도록 한다.
- 1-2 문항에서는 중앙값과 최빈값 중 하나를 선택하고, 자신이 선택한 대푯값이 평균보다 더 적절한 경우에 대한 이해 여부를 측정함으로써 대푯값의 의미를 명확히 이해하고 있는지 확인할 수 있다. 따라서 예시는 평균보다 더 적절한 경우를 제시할 수 있어야 하므로 그 기준에 맞다면 정답으로 인정하고 피드백하여 보완할 수 있게 한다. 또한 해당 대푯값이 평균보다 자료의 중심적인 경향이나 특징을 잘 나타내는 경우에 대한 설명은 자신이 제시한 예시를 바탕으로 설명하거나 일반화하여 설명하는 경우를 모두 인정하는 것이 바람직하다.

○·· 예시 답안

문항	척도/배점	예시답안
서 1-1	2점	• 중앙값은 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열할 때, 중앙에 위치하는 값을 찾아 구한다. • 최빈값은 자료의 변량 중에서 가장 많이 나타나는 값을 찾아 구한다.
	1점	• 중앙값은 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열할 때, 중앙에 위치하는 값을 찾아 구한다.
		• 최빈값은 자료의 변량 중에서 가장 많이 나타나는 값을 찾아 구한다.
	0점	• 무응답
서 1-2	2점	• 중앙값이 대푯값으로 적절한 경우 - 자료의 변량 중에서 매우 크거나 작은 값이 포함되어 있는 경우에는 중앙값이 평균보다 그 자료의 중심적인 경향을 더 잘 나타낼 수 있기 때문이다. (예) 줄넘기 횟수 10, 12, 15, 16, 17, 18, 100
		• 최빈값이 대푯값으로 적절한 경우 - 자료의 변량이 나타내는 값 자체보다는 변량이 중복되어 나타나는 회수(개수)가 더 의미있을 때는 평균이나 중앙값보다는 최빈값이 그 자료의 중심적인 경향을 더 잘 나타낼 수 있기 때문이다. 특히 최빈값은 자료에 따라 두 개 이상일 수도 있다. (예) 우리 반 학생들의 신발 사이즈: 235, 240, 240, …, 255, 255, 255, 255, 255, 255, 255, 260
	1점	• 중앙값이 대푯값으로 적절한 경우 - 자료의 변량 중에서 매우 크거나 작은 값이 포함되어 있는 경우에는 중앙값이 평균보다 그 자료의 중심적인 경향을 더 잘 나타낼 수 있기 때문이다.
		• 중앙값이 대푯값으로 적절한 사례 - 줄넘기 횟수: 10, 12, 15, 16, 17, 18, 100
		• 최빈값이 대푯값으로 적절한 경우 - 자료의 변량이 나타내는 값 자체보다는 변량이 중복되어 나타나는 회수(개수)가 더 의미있을 때는 평균이나 중앙값보다는 최빈값이 그 자료의 중심적인 경향을 더 잘 나타낼 수 있기 때문이다. 특히 최빈값은 자료에 따라 두 개 이상일 수도 있다.
		• 최빈값이 대푯값으로 적절한 사례 - 우리 반 학생들의 신발 사이즈: 235, 240, 240, …, 255, 255, 255, 255, 255, 255, 255, 260
	0점	• 무응답

○·· 평가에 따른 피드백

수준	피드백
상	중앙값과 최빈값을 구하는 방법을 명확히 인지하고 있습니다. 또 자료의 변량 중에서 매우 크거나 작은 값이 포함되어 있는 경우에는 중앙값이 평균보다 그 자료의 중심적인 경향을 더 잘 나타낼 수 있음을 이해하고 그 사례를 제시할 수 있습니다.
중	중앙값을 구하는 방법을 알고, 어떤 경우에 중앙값이 평균보다 대푯값으로 적절한지 이해하고 예를 들어 설명할 수 있습니다. 다만 최빈값의 경우, 대푯값으로서의 의미와 구하는 방법을 명확히 이해하지 못한 듯 합니다. 최빈값에 대해서는 원격수업 플랫폼에 제공해준 영상이나 EBSmath 사이트의 '최빈값의 뜻과 성질' 등을 통한 재학습이 필요합니다.
하	중앙값과 최빈값이 무엇인지는 알고 있으나 어떻게 구하는지 명확히 이해하지 못하고 있습니다. 단순히 중앙값과 최빈값을 구하는 방법을 알기 보다는 수업시간에 선생님과 얘기했던 중앙값과 최빈값의 의미를 이해하는 것이 먼저일 듯 합니다. 특히 중앙값의 경우, EBSmath 사이트의 '평균이 그대를 속일지라도'를 시청하며 대푯값으로서의 의미를 이해하는 것이 필요합니다.

›› 피드백 작성 시 유의점

- 1-1 문항의 경우, 중앙값과 최빈값을 구하는 방법을 이해하고 있는지 판단하고 그에 따라 피드백한다.
- 1-2 문항의 경우, 자료의 대푯값으로서 평균보다 중앙값(최빈값)이 적절한 경우에 대해 설명하고 그 사례를 제시할 수 있는지 측정하고 피드백한다. 이 문항은 1-1 문항과 연계하여 대푯값으로서의 개념을 묻고 있으므로 1-1 문항의 이해 정도를 판단하고 병행하여 피드백하는 것이 좋다.
- 학교별, 교사별로 사용하는 대체학습 자료나 녹화한 수업영상, 학습자료뿐만 아니라 자기주도적 학습지원사이트인 EBSmath 등을 적극적으로 활용하여 보다 구체적으로 피드백하는 것이 바람직하다.

평가 문항 2(서술형)

다음은 어느 수학동아리 학생 9명을 대상으로 작년 한 해 동안 읽은 수학 관련 도서의 수를 조사하여 나타낸 자료이다. 물음에 답하시오.

어느 수학동아리 학생들의 작년 한 해 동안 읽은 수학 관련 도서의 수

(단위: 권)

5, 3, 6, 7, 9, 3, 4, 8, 9

2-1. 위 자료의 편차의 평균을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. (3점)

〈서술 조건〉

- 각 변량의 편차를 구하는 과정을 반드시 포함하시오. (2점)
- 편차의 평균을 구하시오. (1점)

2-2. 편차의 평균이 산포도가 될 수 없는 이유를 구체적으로 설명하시오. (2점)

〈서술 조건〉

- 산포도의 의미를 언급하시오. (1점)
- 편차의 평균이 산포도가 될 수 없는 이유를 설명하시오. (1점)

≫ 활용 Tip !

- 편차는 평균을 기준으로 변량의 크기를 나타낸 것으로 변량의 분포를 알 수 있으나 그 합이 항상 0이므로 산포도의 역할은 할 수 없음을 이해하고 편차를 활용하여 산포도를 어떻게 나타낼 수 있을지 사고하게 하는데 목적을 둔다.
- 2-1 문항의 경우, 산포도를 언급하기 전에 편차를 구할 수 있는지 파악할 수 있다. 편차의 평균을 구하는 이유는 2-2문항을 설명하기 위한 사전 과정이므로 교사의 판단에 따라 소문항으로 분리하거나 2-2문항으로 재구성할 수도 있다.
- 2-2 문항의 경우, 자료의 분포 상태를 알아보기 위하여 변량들이 대푯값을 중심으로 흩어져 있는 정도를 하나의 수로 나타낸 값인 산포도에 대해 설명하게 한다. 이를 바탕으로 편차의 합이 항상 0이므로 편차의 평균 또한 항상 0임을 통해 편차의 평균이 산포도가 될 수 없는 이유를 설명할 수 있는지 측정함으로써 수업에서 다룬 내용에 대한 이해 정도를 파악하고 피드백 할 수 있다.

○·· 채점 기준

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="8">서
2-1</td><td rowspan="8">변량의 편차와
편차의 평균 구하기</td><td rowspan="2">3점</td><td colspan="2">• 편차의 평균을 구하고(1점), 그 과정을 옳게 설명한 경우(2점)</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 자료의 평균은
$\frac{5+3+6+7+9+3+4+8+9}{9}=6$
이므로 편차는 $-1,\ -3,\ 0,\ 1,\ 3,\ -3,\ -2,\ 2,\ 3$이다.
따라서 편차의 평균은
$\frac{-1-3+0+1+3-3-2+2+3}{9}=0$
이다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">• 편차의 의미를 알고 이를 옳게 구했으나(2점), 편차의 평균은 구하지 못한 경우(0점)</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 자료의 평균은
$\frac{5+3+6+7+9+3+4+8+9}{9}=6$
이므로 편차는 $-1,\ -3,\ 0,\ 1,\ 3,\ -3,\ -2,\ 2,\ 3$이다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">• 주어진 자료의 평균만 옳게 구하고(1점), 각 변량의 편차를 옳게 구하지 못한 경우(0점)</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 자료의 평균은
$\frac{5+3+6+7+9+3+4+8+9}{9}=6$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">• 그 외의 오답(0점)</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 무응답</td></tr>
<tr><td rowspan="8">서
2-2</td><td rowspan="8">편차의 평균이 산포도가
될 수 없는 이유
설명하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">• 산포도의 의미를 설명하고(1점), 이를 바탕으로 편차의 평균이 산포도가 될 수 없는 이유를 옳게 설명한 경우(1점)</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 산포도란 자료의 분포 상태를 알아보기 위하여 변량들이 대푯값을 중심으로 흩어져 있는 정도를 하나의 수로 나타낸 값을 말한다. 그런데 편차는 평균을 기준으로 변량의 크기를 나타낸 것이므로 변량의 분포는 알 수 있으나 그 합은 항상 0이므로 편차의 평균 또한 항상 0이다. 따라서 편차의 평균은 하나의 수로 나타낸 값이지만 자료가 평균을 중심으로 흩어져 있는 정도는 알 수 없으므로 산포도가 될 수 없다.</td></tr>
<tr><td rowspan="4">1점</td><td colspan="2">• 산포도의 의미를 옳게 설명했으나(1점), 이를 바탕으로 편차의 평균이 산포도가 될 수 없는 이유를 설명하지 못한 경우(0점)</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 산포도란 자료의 분포 상태를 알아보기 위하여 변량들이 대푯값을 중심으로 흩어져 있는 정도를 하나의 수로 나타낸 값을 말한다.</td></tr>
<tr><td colspan="2">• 편차의 평균이 산포도가 될 수 없는 이유를 옳게 설명했으나(1점), 산포도의 의미를 설명하지 못한 경우(0점)</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 편차의 합은 항상 0이므로 편차의 평균 또한 항상 0이다. 따라서 편차의 평균은 산포도가 될 수 없다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">• 그 외의 오답(0점)</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 무응답</td></tr>
</table>

>> 활용 Tip !

- 2-1 문항은 편차는 자료의 평균을 구한 후 (변량)-(평균)으로 구할 수 있음을 이해하고 있는지 측정하는 것이 핵심이다.
- 2-2 문항에서 산포도의 의미는 자료의 분포 상태를 알아보기 위하여 변량들이 대푯값을 중심으로 흩어져 있는 정도를 하나의 수로 나타낸 값이긴 하나 중학교 3학년 과정에서 다루는 산포도는 표준편차이므로 대푯값을 평균으로 설명하는 것도 인정하는 것이 좋다. 또한 편차의 평균이 산포도가 될 수 없는 이유는 편차의 합이 항상 0이므로 편차의 평균 또한 항상 0임을 언급하면 정답으로 인정하도록 한다.

○·· 예시 답안

<table>
<tr><th>문항</th><th>척도/
배점</th><th>예시답안</th></tr>
<tr><td rowspan="4">서
2-1</td><td>3점</td><td>• 자료의 평균은
$\frac{5+3+6+7+9+3+4+8+9}{9}=6$
이므로 편차는 $-1,\ -3,\ 0,\ 1,\ 3,\ -3,\ -2,\ 2,\ 3$이다.
따라서 편차의 평균은
$\frac{-1-3+0+1+3-3-2+2+3}{9}=0$
이다.</td></tr>
<tr><td>2점</td><td>• 자료의 평균은
$\frac{5+3+6+7+9+3+4+8+9}{9}=6$
이므로 편차는 $-1,\ -3,\ 0,\ 1,\ 3,\ -3,\ -2,\ 2,\ 3$이다.</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>• 자료의 평균은
$\frac{5+3+6+7+9+3+4+8+9}{9}=6$</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>• 무응답</td></tr>
<tr><td rowspan="3">서
2-2</td><td>2점</td><td>• 산포도란 자료의 분포 상태를 알아보기 위하여 변량들이 대푯값을 중심으로 흩어져 있는 정도를 하나의 수로 나타낸 값을 말한다. 그런데 편차는 평균을 기준으로 변량의 크기를 나타낸 것이므로 변량의 분포는 알 수 있으나 그 합은 항상 0이므로 편차의 평균 또한 항상 0이다. 따라서 편차의 평균은 하나의 수로 나타낸 값이지만 자료가 평균을 중심으로 흩어져 있는 정도는 알 수 없으므로 산포도가 될 수 없다.</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>• 산포도란 자료의 분포 상태를 알아보기 위하여 변량들이 대푯값을 중심으로 흩어져 있는 정도를 하나의 수로 나타낸 값을 말한다.
• 편차의 합은 항상 0이므로 편차의 평균 또한 항상 0이다. 따라서 편차의 평균은 산포도가 될 수 없다.</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>• 무응답</td></tr>
</table>

○·· 평가에 따른 피드백

수준	피드백
상	편차는 변량에서 자료의 평균을 뺀 값임을 이해하고 이를 구할 수 있으며 자료의 분포 상태를 알아보기 위하여 변량들이 대푯값을 중심으로 흩어져 있는 정도를 하나의 수로 나타낸 값인 산포도의 의미를 잘 알고 있습니다. 또한 산포도의 의미와 편차의 합이 항상 0임을 바탕으로 편차의 평균은 산포도가 될 수 없음을 이해하고 설명할 수 있습니다. 이제 한 걸음 더 나아가 편차를 구하는 이유는 무엇이며 어떤 의미가 있을지 생각해 보기 바랍니다.
중	편차는 변량에서 자료의 평균을 뺀 값임을 이해하고 이를 구할 수 있으며 편차의 합이 항상 0임을 바탕으로 편차의 평균은 산포도가 될 수 없음을 설명할 수 있습니다. 하지만 자료의 분포 상태를 알아보기 위하여 변량들이 대푯값을 중심으로 흩어져 있는 정도를 하나의 수로 나타낸 값인 산포도의 의미를 보다 명확히 이해할 수 있도록 EBSmath 사이트의 '산포도와 편차'를 시청하며 재학습하기 바랍니다.
하	편차는 변량에서 자료의 평균을 뺀 값임을 이해하고 이를 구할 수 있습니다. 그런데 산포도의 의미와 편차의 평균이 항상 0인 이유를 설명하는데 어려움을 보입니다. 편차의 의미를 다시 살펴본 후 EBSmath 사이트의 '산포도와 편차'를 시청하며 재학습하기 바랍니다. 다음 시간에 재평가를 실시할테니 내용이 이해하기 어려우면 친구나 선생님한테 꼭 도움을 요청하기 바랍니다.

›› 피드백 작성 시 유의점

- 2-1 문항의 경우, 편차를 구하는 방법과 절차를 이해하고 있는지 판단하고 그에 따라 피드백한다.
- 2-2 문항의 경우, 산포도의 의미와 편차의 합이 항상 0임을 바탕으로 편차의 평균은 산포도가 될 수 없음을 이해하고 설명할 수 있는지 측정하고 피드백한다. 다만 피드백할 때, 편차의 평균은 산포도가 될 수 없음을 이해하고 설명하는 과정은 학생 수준에 따라 제외할 수도 있다.
- 학교별, 교사별로 사용하는 대체학습 자료나 녹화한 수업영상, 학습자료뿐만 아니라 자기주도적 학습지원사이트인 EBSmath 등을 적극적으로 활용하여 보다 구체적으로 피드백하는 것이 바람직하다.

평가 문항 3(서술형)

다음은 어느 농구경기에서 현수네 팀원들이 얻은 득점을 나타낸 것이다. 이 자료의 표준편차를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. (4점)

농구경기에서 현수네 팀원들이 얻은 득점

(단위: 점)

8, 10, 2, 6, 4

〈서술 조건〉

• 편차를 구하고 이를 이용하여 분산을 구하는 과정을 반드시 포함하시오.

활용 Tip !

• 자료의 변량은 10개를 넘지 않도록 하여 계산 자체보다는 산포도로서의 표준편차를 구하는 과정을 이해하고 있는지 측정하는데 목적을 둔다.

• 학생 수준에 따라 〈서술 조건〉은 제외하거나 소문항으로 구성할 수도 있다.

○·· 채점 기준

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="12">서
3</td><td rowspan="12">자료의 표준편차
구하기</td><td rowspan="2">4점</td><td colspan="2">표준편차를 구하고(1점), 그 과정을 옳게 설명한 경우(3점)</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>자료의 평균은
$$\frac{8+10+2+6+4}{5}=6$$
이므로 편차는 $2,\ 4,\ -4,\ 0,\ -2$이다.
자료의 분산은
$$\frac{2^2+4^2+(-4)^2+0+(-2)^2}{5}=\frac{4+16+16+4}{5}=8$$
이다. 따라서 표준편차는 $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$이다.</td></tr>
<tr><td rowspan="4">3점</td><td colspan="2">편차를 구하고 이를 이용하여 분산을 구하는 과정을 옳게 설명했으나(3점), 표준편차를 구하지 못한 경우(0점)</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>자료의 평균은
$$\frac{8+10+2+6+4}{5}=6$$
이므로 편차는 $2,\ 4,\ -4,\ 0,\ -2$이다.
따라서 자료의 분산은 다음과 같다.
$$\frac{2^2+4^2+(-4)^2+0+(-2)^2}{5}=\frac{4+16+16+4}{5}=8$$</td></tr>
<tr><td colspan="2">표준편차를 구하고(1점) 그 과정을 설명했으나, 그 과정에 대한 설명이 다소 부족한 경우(2점)</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>자료의 평균은
$$\frac{8+10+2+6+4}{5}=6$$
이다. 자료의 분산은 8이므로 표준편차는 $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$이다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">각 변량의 편차를 모두 옳게 구했으나(2점), 분산을 구하지 못한 경우(0점)</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>자료의 평균은
$$\frac{8+10+2+6+4}{5}=6$$
이므로 편차는 $2,\ 4,\ -4,\ 0,\ -2$이다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">주어진 자료의 평균을 옳게 구했으나(1점), 이후의 과정을 설명하지 못한 경우(0점)</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>자료의 평균은 다음과 같다.
$$\frac{8+10+2+6+4}{5}=6$$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">그 외의 오답(0점)</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>무응답</td></tr>
</table>

≫ 활용 Tip !

- 자료의 평균을 구하는 식은 생략해도 가급적 인정한다.
- 각 변량의 편차를 구하는 것과 분산을 구하는 과정은 〈서술 조건〉에 명시했으므로 반드시 채점요소로 적용하도록 한다.
- 표준편차는 $\sqrt{8}$로 답하는 경우도 정답으로 인정한다.

○·· 예시 답안

문항	척도/배점	예시답안
서3	4점	자료의 평균은 $\dfrac{8+10+2+6+4}{5}=6$ 이므로 편차는 $2,\ 4,\ -4,\ 0,\ -2$이다. 자료의 분산은 $\dfrac{2^2+4^2+(-4)^2+0+(-2)^2}{5}=\dfrac{4+16+16+4}{5}=8$ 이다. 따라서 표준편차는 $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$이다.
	3점	자료의 평균은 $\dfrac{8+10+2+6+4}{5}=6$ 이므로 편차는 $2,\ 4,\ -4,\ 0,\ -2$이다. 따라서 자료의 분산은 다음과 같다. $\dfrac{2^2+4^2+(-4)^2+0+(-2)^2}{5}=\dfrac{4+16+16+4}{5}=8$
		자료의 평균은 $\dfrac{8+10+2+6+4}{5}=6$ 이다. 자료의 분산은 8이므로 표준편차는 $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$이다.
	2점	자료의 평균은 $\dfrac{8+10+2+6+4}{5}=6$ 이므로 편차는 $2,\ 4,\ -4,\ 0,\ -2$이다.
	1점	자료의 평균은 다음과 같다. $\dfrac{8+10+2+6+4}{5}=6$
	0점	무응답

○·· 평가에 따른 피드백

수준	피드백
상	자료의 분포 상태를 알아보기 위하여 변량들이 평균을 중심으로 흩어져 있는 정도를 하나의 수로 나타낸 값인 표준편차의 의미를 이해하고, 표준편차를 구하는 과정을 명확히 인지하고 있습니다. 이제 한 걸음 더 나아가 자료의 평균과 표준편차가 주어지면 자료의 분포를 어떻게 예측할 수 있을지 생각해 보기 바랍니다.
중	표준편차를 구하기 위해 자료의 평균을 먼저 구한 후 각 변량의 편차의 제곱의 평균인 분산을 구해야 함을 알고 있습니다. 하지만 분산을 구한 후 그 제곱근인 표준편차를 구하는 의미를 고려하지 않고 답하였습니다. 분산과 표준편차 사이의 관계를 이해할 수 있도록 추가 학습이 필요합니다. 분산 즉, 편차의 제곱의 평균을 구하면 모든 값을 양수로 바꾼 후 그 수들을 대표하는 하나의 수로 나타낼 수는 있지만 제곱을 했기에 처음 변량의 수치와 직접적으로 비교하긴 어렵습니다. 그래서 처음 자료의 변량과 같은 단위로 바꿔주기 위해 분산의 양의 제곱근을 구하게 되고 이를 표준편차라고 하는 것입니다. 이 내용에 대해 이해했는지 구술평가로 재평가를 하려고 하니 복습해 오기 바랍니다.
하	〈서술 조건〉에 명시한 바와 같이 편차를 구하는 과정은 잘 수행했으나, 분산과 표준편차를 구하는 과정은 이해하지 못하고 있습니다. 이 과정을 다시 살펴본 후 EBSmath 사이트의 '분산과 표준편차'를 시청하며 학습해 보기 바랍니다. 다음 시간에 재평가를 실시할 예정이니 내용이 이해하기 어려우면 친구나 선생님한테 꼭 도움을 요청하기 바랍니다.

» 피드백 작성 시 유의점

- 자료의 표준편차를 구하기 위해 '자료의 평균 구하기', '편차 구하기', '분산 구하기', '표준편차 구하기' 등의 절차를 이해하고 수행할 수 있는지 측정하는 문항이므로 그에 맞게 피드백할 수 있도록 한다.
- 학교별, 교사별로 사용하는 대체학습 자료나 녹화한 수업영상, 학습자료뿐만 아니라 자기주도적 학습지원사이트인 EBSmath 등을 적극적으로 활용하여 보다 구체적으로 피드백하는 것이 바람직하다.

4. 서·논술 문항의 지필평가 적용

○·· 지필평가 적용을 위한 Tip

평가문항 1과 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가문항 1의 경우, 수업을 통해 배운 중앙값과 최빈값을 구하는 방법에 대해 어느 정도 이해하고 있는지를 파악한 후, 평균이 대푯값으로 적절하지 않을 경우에 대한 수업과 연계하여 대푯값을 정하고 그 근거를 제시하는 문항입니다. 이를 통해 자료의 대푯값으로서 평균보다 중앙값(최빈값)이 적절한 경우에 대해 설명하고 그 사례를 제시할 수 있는지 측정하고 피드백하는 것을 목적으로 합니다.
- 평가문항 1과 관련하여 수업과 수행평가를 실시한 후 지필평가에서는 주어진 자료의 대푯값 두개를 알려주고 그 대푯값이 평균, 중앙값, 최빈값 중 어떤 것인지 판단하고 그 이유를 설명하는 형태로 변형하여 서술형 문항으로 제시할 수 있습니다. 이 문항에 대한 채점기준은 주어진 대푯값이 무엇인지 판단하고 그 이유를 옳게 설명했을 때 교사의 판단에 따라 옳게 판단한 것과 그 이유를 각 1점씩 부여할 수도 있고, 판단과 이유를 묶어 1점을 부여할 수도 있습니다.
- 지필평가 문항과 채점기준의 예시는 다음과 같습니다.

서술형

자료의 대푯값을 민정이는 6, 제승이는 5라고 하였다. 중앙값, 최빈값 중에서 민정이와 제승이가 선택한 대푯값은 무엇인지 말하고, 그 이유를 설명하시오. (2점)

3, 6, 2, 6, 6, 5, 4, 4, 6, 5, 6,
3, 2, 6, 5, 2, 5, 2, 3, 5, 3

평가 요소	척도/배점	기대 수행
대푯값을 판단하고 이유 설명하기	2점	민정이와 제승이가 선택한 대푯값과 그 이유를 모두 옳게 설명한 경우
	1점	민정이가 선택한 대푯값과 그 이유만 옳게 설명한 경우
		제승이가 선택한 대푯값과 그 이유만 옳게 설명한 경우
	0점	그 외의 오답

평가문항 2,3과 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가문항 2의 경우, 편차는 평균을 기준으로 변량의 크기를 나타낸 것으로 변량의 분포를 알 수 있으나 그 합이 항상 0이므로 산포도의 역할은 할 수 없음을 이해하고 편차를 활용하여 산포도를 어떻게 나타낼 수 있을지 사고하게 하는데 목적이 있습니다. 그런데 이는 수업과 연계하여 편차의 의미를 다루는 것이고 전체적인 맥락에서는 편차가 산포도 즉 표준편차를 구하는 과정의 일부로서의 의미가 더 크다고 판단되므로 지필평가에서는 주어진 자료의 편차를 구할 수 있는지를 측정하는 정도로만 간단히 다룰 수 있습니다.
- 평가문항 3의 경우, 주어진 자료를 보고 산포도로서의 표준편차를 구하는 과정을 이해하고 있는지 측정하는데 목적이 있습니다.
- 평가문항 2, 3과 관련하여 수업하고 평가한 후 지필평가에서는 두 학생의 여러 차례에 걸친 성적을 보고 분포상태를 비교하기 위해 산포도를 구하고 이를 근거로 설명하는 형태로 변형하여 논술형 문항으로 제시할 수 있습니다. 이 문항에 대한 채점기준은 두 학생의 수학 점수에 대한 표준편차 구하기에 각 1점, 산포도로서의 표준편차의 의미를 바탕으로 어느 학생이 평균을 중심으로 더 고른지 판단하고 그 이유 설명하기에 2점을 부여할 수 있습니다.
- 지필평가 문항과 채점기준의 예시는 다음과 같습니다.

논술형

다음 표는 두 학생의 2학년 한 해 동안의 수학 점수를 나타낸 것이다. 두 학생 A, B 중 어느 학생의 수학 점수가 평균을 중심으로 더 고른지 판단하고, 산포도를 근거로 그 이유를 설명하시오. (4점)

2학년 한 해 동안의 수학 점수 (단위: 점)

	1학기 중간	1학기 기말	2학기 중간	2학기 기말
A 학생	74	78	72	80
B 학생	89	91	80	88

평가 요소	척도/배점	기대 수행
표준편차 구하기	2점	두 학생 A, B의 수학 점수에 대한 표준편차를 모두 옳게 구한 경우
	1점	A 학생의 수학 점수에 대한 표준편차만 옳게 구한 경우
		B 학생의 수학 점수에 대한 표준편차만 옳게 구한 경우
	0점	그 외의 오답
산포도를 근거로 자료의 분포상태 설명하기	2점	A 학생의 수학 점수가 평균을 중심으로 더 고르다고 판단하고, 그 이유를 표준편차가 작을수록 평균에 가까이 분포한다는 사실을 바탕으로 옳게 설명한 경우
	1점	A 학생의 수학 점수가 평균을 중심으로 더 고르다고 판단했으나, 산포도를 근거로 한 그 이유에 대한 설명이 다소 미흡한 경우
	0점	그 외의 오답

(단, 산포도의 의미와 해석에 관한 채점은 두 학생 A, B의 수학 점수의 표준편차를 구한 경우에 한 한다.)

서·논술형

평가도구 자료집

고등학교

07. 지수
08. 함수의 극한
09. 적분의 활용
10. 수열의 극한
11. 조건부확률
12. 통계적 추정

서·논술형
평가도구 자료집

07

지수

07 지수

1. 과제 개요

학교급	고등학교	학년/학년군	2학년
교과군	**수학**	과목명	수학Ⅰ
과제명	**지수**		
성취기준 및 평가기준	[12수학Ⅰ01-01] 거듭제곱과 거듭제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.	상	거듭제곱근의 성질을 설명할 수 있고, 거듭제곱근의 성질을 이용한 문제해결 과정을 설명할 수 있다.
		중	실수의 거듭제곱근 중 실수인 것의 개수를 구할 수 있고, 거듭제곱근의 성질을 이용하여 식의 값을 구할 수 있다.
		하	거듭제곱근의 뜻을 알고, 주어진 실수의 거듭제곱근을 구할 수 있다.
	[12수학Ⅰ01-02] 지수가 유리수, 실수까지 확장될 수 있음을 이해한다. [12수학Ⅰ01-03] 지수법칙을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있다.	상	지수가 정수, 유리수, 실수로 확장되는 과정을 설명할 수 있고, 지수법칙을 이용한 문제해결 과정을 설명할 수 있다.
		중	실수까지 확장된 지수법칙을 이용하여 다양한 식을 간단히 나타낼 수 있다.
		하	유리수까지 확장된 지수법칙을 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있다.
교과 역량	문제해결, 추론, 창의융합, 의사소통, 정보처리		
출제 의도	(평가 문항 1) n제곱근의 정의와 계산 공식을 적용하기 위한 조건을 정확히 알고 있는지 확인하기 위한 문항입니다. n제곱근의 풀이 과정 중 오류가 발생한 곳을 찾고 올바르게 고칠 수 있도록 논술형 문항을 출제하였습니다. (평가 문항 2) 중학교에서는 지수의 조건이 자연수였습니다. 〈고등학교 수학Ⅰ〉에서는 지수의 조건이 정수, 유리수, 실수로 확장되고, 밑이 될 수 있는 조건도 변합니다. 식의 계산에서 지수법칙을 정확히 알고 적용할 수 있도록 지수법칙의 명제와 관련한 논술형 문항을 출제하였습니다. (평가 문항 3) 실생활과 관련된 지수함수 활용 문제를 해결하기 위해 필요한 조건을 찾아보고, 조건을 나타내는 상수에 숫자를 대입하여 정확한 계산을 해야 합니다. 이때, 상수에 숫자를 대입하여 계산하는 것으로 끝나는 것이 아니라 지수함수의 정의역, 치역의 범위를 고려하여 의미있는 풀이가 이루어 지도록 논술형 문항을 출제하였습니다.		

서·논술형 평가 문항	평가 영역 / 역량	평가 요소
평가 문항 1 (논술형)	n제곱근/ 의사소통	• n제곱근 계산에서의 오류 찾기
평가 문항 2 (논술형)	지수의 확장/ 문제해결, 의사소통	• 지수가 정수, 유리수, 실수까지 확장되었을 때 밑이 될 수 있는 조건 확인하기
평가 문항 3 (논술형)	지수함수의 활용/ 문제해결, 추론, 창의융합, 정보처리	• 문제를 풀기 위해 필요한 조건 찾기 • 문제의 조건을 나타내는 상수에 숫자를 대입하여 문제해결하기

2. 교수·학습 활동 및 평가 계획

학습단계	학습 목표 (교과역량)	교수학습 활동	평가 문항	방법
1~2차시	거듭제곱과 거듭제곱근의 정의를 알고, 그 성질을 이해한다. (의사소통)	[교사] 거듭제곱근의 개념과 성질 이해 [학생(개인)] 거듭제곱과 거듭제곱근의 정의 알기 [학생(개인)] 거듭제곱근의 성질을 알고 평가 문항1 풀어보기	평가 문항 1 › [학생(개인)] 거듭제곱근 계산에서 오류를 찾고 올바르게 고쳐보기 피드백 ››	논술형 문항 개인별 평가
3~5차시	지수가 정수, 유리수, 실수까지 확장될 수 있음을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있다. (문제해결, 의사소통)	[교사] 지수를 정수, 유리수, 실수까지 확장 [학생(개인)] 지수가 0 또는 음의 정수일 때, a^0, a^{-n}을 새롭게 정의하여 지수법칙 증명하기 [학생(개인)] 지수가 유리수일 때의 지수법칙은 거듭제곱의 성질, 지수가 정수일 때의 지수법칙을 이용하기 [학생(개인)] 지수가 실수일 때는 지수의 소수점 아래의 수가 일정한 수에 가까워진다는 것으로 설명하고 평가 문항 2 풀어보기	평가 문항 2 › [학생(개인)] 지수가 정수, 유리수, 실수일 때, 밑의 조건을 알고 옳은 명제는 증명하고 트린 명제는 반례 찾기 피드백 ››	논술형 문항 개인별 평가
6~7차시	지수함수의 활용문제를 풀 수 있다. (문제해결, 추론, 창의융합, 정보처리)	[교사] 지수함수의 활용 문제 해결 [학생(개인)] 실생활과 관련된 지수함수의 활용문제인 평가 문항3 풀어보기 [학생(개인)] 상수가 포함된 지수함수 활용 문제에서 문제를 해결하기 위한 조건 찾기 [학생(개인)] 상수에 주어진 숫자를 대입하여 계산한 후 지수함수의 정의역과 치역의 범위에 해당하는 유의미한 값 찾기	평가 문항 3 › [학생(개인)] 문제 해결을 위해 필요한 조건을 찾고, 조건에 숫자를 대입하여 문제해결 하기 피드백 ››	논술형 문항 개인별 평가

3. 평가 문항

평가 문항 1(논술형)

다음은 거듭제곱근의 성질을 이용하여 $\sqrt[6]{(-3)^{18}}$ 의 값을 구한 과정이다. 잘못된 부분을 찾아 바르게 고치고, 그 이유를 서술하시오. (2점)

$$\sqrt[6]{(-3)^{18}}=\sqrt[6]{(-3)^{6\times3}}=\left\{\sqrt[6]{(-3)^6}\right\}^3=(-3)^3=-27$$

활용 Tip !

- 거듭제곱근의 성질을 설명할 때, 지수법칙을 이용하여 설명하는 방법을 활용할 수 있습니다.
- $a>0$일 때, n이 2 이상의 자연수일 때, $(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$ 이 성립함을 이해하도록 합니다.
- $a<0$일 때, n이 짝수이면 $(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$ 이 성립하지 않고, n이 홀수이면 $(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$ 이 성립함을 이해할 수 있도록 숫자를 대입하여 계산해보고 이해를 돕습니다.

○·· 채점 기준

평가 요소	세부 평가 요소	척도/배점	기대 수행
거듭제곱근의 성질을 알고 주어진 풀이에서 오류 찾기	거듭제곱근의 성질 이해하기	1	거듭제곱근의 성질을 정확히 알고 이유를 옳게 제시한 경우
		0	거듭제곱근의 성질을 제시하지 못하거나 미작성인 경우
	거듭제곱근 오류 포함 문항 옳게 고치기	1	오류가 포함된 풀이를 옳게 고친 경우
		0	오류를 옳게 고치지 못하거나 미작성인 경우

총체적 채점 기준

성취수준	기대 수행
A	문제에서 주어진 식은 6제곱근으로 짝수 제곱근이고 근호 안의 값이 양수이므로 거듭제곱근의 성질을 사용할 수 있다고 완벽하게 서술하였습니다. 이를 기반으로 오류가 포함된 계산과정에서 $(-3)^{18}$은 양수이므로 3^{18}으로 수정한 후 올바르게 계산하였습니다.
B	문제에서 주어진 식은 6제곱근으로 짝수 제곱근이므로 거듭제곱근의 성질을 사용할 수 있다고 서술해야 하는 부분에서 근호 안의 값이 양수라는 말이 생략되어 서술되어 아쉽습니다. 하지만 문제에서 주어진 오류가 포함된 계산 과정에서 $(-3)^{18}$은 양수이므로 3^{18}으로 수정한 후 옳게 계산하였습니다.
C	n제곱근의 성질을 사용할 때 조건을 정확히 알아야 함을 명심해야 합시다. n제곱근의 성질을 문자로만 익히는 것뿐만 아니라 숫자를 대입했을 때도 정확히 계산할 수 있도록 연습하고, 제시된 풀이의 오류를 올바르게 수정할 수 있도록 집중해서 문제 풀이해 봅시다.

»채점 시 유의점

- 오류 찾기 문제는 틀린 부분을 옳게 고치는 것과 이유를 설명하도록 문제를 구성합니다. 문제를 정확하게 푸는 것도 중요하지만 기본 개념을 정확히 알고 서술하는 것도 중요하기 때문입니다.
- 이유를 제시할 때, 말로 설명해도 되지만 수식을 사용하여 설명할 수도 있습니다. 이 때, 문자의 조건을 정확히 표현해야 함을 안내하고, 채점기준에 표현시켜야 합니다.

○·· 예시 답안

문항	예시답안
평가 문항1 (논술 1)	6제곱근이고 근호 안의 값이 양수이므로, 거듭제곱근의 성질이 성립한다. $\sqrt[6]{(-3)^{18}}=\sqrt[6]{3^{18}}=\sqrt[6]{3^{6\times3}}=\left\{\sqrt[6]{3^6}\right\}^3=3^3=27$ 이 된다.

○·· 평가에 따른 피드백

수준	피드백
상	• 거듭제곱근의 정의를 정확히 알고 있고, 질문의 핵심을 파악하여 정답을 서술하였습니다. 거듭제곱근의 성질을 설명할 때, 짝수 제곱근일 때와 홀수 제곱근일 때 n제곱근의 실수 값의 개수가 다르다는 것을 정확히 알고 근호 안의 실수가 양수인지 음수인지 제시하여 설명한 점이 훌륭합니다.
중	• 거듭제곱근의 정의를 정확히 아는 것이 필요합니다. $\sqrt[n]{a}$ 에서 n이 2이상의 자연수일 때, n제곱근의 값이 실수 값인 것은 n이 홀수일 때는 근호 안의 수가 실수일 때 1개 존재하고, n이 짝수일 때는 $a>0$일 때는 2개 존재, $a=0$일 때는 1개 존재, $a<0$일 때는 존재하지 않습니다. 문제에서 요구하는 답을 정확히 적을 수 있도록 문제를 파악하고, 정의를 정확히 알고 문제를 푸는 것이 중요합니다. 오류를 찾아 옳게 풀이한 점은 훌륭합니다. • 거듭제곱근의 성질을 설명할 때, 짝수 제곱근일 때와 홀수 제곱근일 때 n제곱근의 실수 값의 개수가 다르다는 것을 정확히 알고 근호 안의 실수가 양수인지 음수인지 제시하여 서술한 점 훌륭합니다. 하지만 오류를 찾아 옳게 풀이할 때 근호 안의 값을 양수로 고친 후 값을 구해야 합니다. $\sqrt[n]{a}$ 에서 n이 짝수일 때 $a>0$인 경우만 n제곱근의 실수 값이 존재하기 때문입니다. • 거듭제곱근의 성질을 설명할 때, 짝수 제곱근일 때와 홀수 제곱근일 때 n제곱근의 실수 값의 개수가 다르다는 것을 정확히 알고 근호 안의 실수가 양수인지 음수인지 제시하여 서술한 점 훌륭합니다. 하지만 오류가 포함된 풀이를 하지 않았습니다. 문제를 정확하게 읽고 오류를 찾고 옳게 서술하도록 합시다.
하	• 거듭제곱근의 정의가 어려울 수 있습니다. 중학교 3학년 때 배웠던 제곱근의 정의를 다시 복습해 봅시다. n제곱과 n제곱근의 정의를 바탕으로 n제곱근의 성질을 차근히 학습한다면 오류 찾기 문제도 해결할 수 있을 것입니다.

>> 피드백 작성 시 유의점

- n제곱근 중에서 실수 값을 찾을 때, 방정식 $x^n=a$의 실근 개수를 구하는 것을 활용할 수 있습니다. 함수 $y=x^n$의 그래프와 직선 $y=a$이 만나는 교점의 개수를 직관적으로 확인하도록 하는 것도 좋은 방법일 것입니다.
- 오류를 찾고 옳게 고친 후 이유를 설명하는 과정을 통해 학생의 고차원적인 사고가 발달할 수 있습니다. 알고 있는 것을 정확하게 수학적으로 표현하고 설명하는 능력이 필요합니다.

평가 문항 2(논술형)

다음 지수법칙이 성립하면 증명하고, 성립하지 않는 지수법칙의 경우 틀린 부분을 옳게 고치고 반례를 들어 서술하시오. (8점)

(1) $a \neq 0$, $b \neq 0$**이고,** n**이 정수일 때,** $(ab)^n = a^n b^n$ **(4점)**

(2) $a \neq 0$, $b \neq 0$**이고,** r**이 유리수일 때,** $(ab)^r = a^r b^r$ **(4점)**

활용 Tip !

- a^n에서 지수 n이 자연수일 때는 밑의 조건이 실수이지만, 지수가 정수로 확장이 되면 $\frac{1}{a^n}$ 의 값이 정의되기 위해서 $a \neq 0$인 조건이 필요합니다.
- $\sqrt[n]{a}$에서 거듭제곱근의 성질과 연관하여 $a < 0$이면 n이 짝수일 때, 실수에서 $\sqrt[n]{a}$의 값이 정의되지 않으므로 $a^{\frac{1}{n}}$의 값도 정의되지 않습니다. 따라서 $a^r = a^{\frac{m}{n}}$ (m은 정수, $n \geq 2$인 정수) r이 유리수일 때, 지수법칙이 성립하기 위해서는 $a > 0$이어야 한다는 것을 이해해야 합니다.
- 교과서의 지수법칙의 다양한 성질을 활용하여 문항을 구성할 수 있습니다.

○·· 채점 기준

평가 요소	세부 평가 요소	척도/배점	기대 수행
지수가 정수일 때, 지수법칙이 성립하기 위한 밑의 조건	명제의 참·거짓 판단	1	주어진 명제가 참이라고 제시한 경우
		0	주어진 명제가 거짓이라고 제시하거나 미작성인 경우
	명제의 증명	3	주어진 명제를 논리적으로 증명한 경우
		2	주어진 명제를 증명하는데 조건을 생략한 경우
		1	주어진 명제를 증명하는데 식의 계산이 틀린 경우
		0	논리적인 증명이 아니거나 미작성인 경우
지수가 유리수일 때, 지수법칙이 성립하기 위한 밑의 조건	명제의 참·거짓 판단	1	주어진 명제가 거짓이라고 제시한 경우
		0	주어진 명제가 참이라고 제시하거나 미작성인 경우
	명제의 증명	3	조건을 옳게 수정하고, 반례를 옳게 작성한 경우
		2	반례만 옳게 작성한 경우
		1	조건만 옳게 수정한 경우
		0	오답이거나 미작성인 경우

총체적 채점 기준

성취수준	기대 수행
A	지수가 정수일 때와 유리수일 때 지수법칙이 성립하기 위한 밑의 조건을 정확히 알고 있습니다. 이를 바탕으로 주어진 명제의 참·거짓을 정확하게 판단하였습니다. 지수가 정수일 때, 밑의 조건은 0이 아닌 실수라는 것을 알고 논리적으로 증명하였습니다. 지수가 유리수일 때, 밑의 조건은 $a>0,\ b>0$일 때 성립한다고 올바르게 수정하였습니다. 문제에서 요구하는 정확한 반례를 제시하여 서술하였습니다.
B	지수가 정수일 때와 유리수일 때 지수법칙이 성립하기 위한 밑의 조건을 정확히 알고 있습니다. 이를 바탕으로 주어진 명제의 참·거짓을 정확하게 판단하였습니다. 지수가 정수일 때, 밑의 조건은 0이 아닌 실수라는 것을 알고 논리적으로 증명하였습니다. 지수가 유리수일 때, 밑의 조건은 $a>0,\ b>0$일 때 성립한다고 올바르게 수정하였지만 정확한 반례를 제시하지 못한 점은 아쉽습니다.
C	지수가 정수일 때와 유리수일 때 지수법칙이 성립하기 위한 밑의 조건을 정확히 알고 있습니다. 이를 바탕으로 주어진 명제의 참·거짓을 정확하게 판단하였습니다. 지수가 정수일 때, 밑의 조건은 0이 아닌 실수라는 것을 알고 증명하였지만 논리적으로 부족한 점이 있었습니다. 지수가 유리수일 때, 밑의 조건은 $a>0,\ b>0$일 때 성립한다고 올바르게 수정하였지만 정확한 반례를 제시하지 못한 점은 아쉽습니다.
D	지수가 정수일 때와 유리수일 때 지수법칙이 성립하기 위한 밑의 조건을 정확히 알고 있습니다. 이를 바탕으로 주어진 명제의 참·거짓을 정확하게 판단하였습니다. 증명이 논리적으로 명확하게 서술되지 않아 아쉽습니다. 지수가 유리수일 때, 밑의 조건은 $a>0,\ b>0$일 때 성립한다는 것을 정확히 기억하고 문제를 해결합시다.
E	지수가 정수일 때와 유리수일 때 지수법칙이 성립하기 위한 밑의 조건을 정확히 알아야 서술할 수 있습니다. 숫자로 주어지는 경우는 올바르게 계산하였습니다. 하지만 문자로 주어진 경우 개념을 정확하게 알아야 서술할 수 있으므로 지수법칙의개념 이해가 필요해 보입니다.

» 채점 시 유의점

- 증명과정 중 문자를 도입할 때는 반드시 조건을 제시해야 함을 안내합니다.
- 문제를 정확하게 읽고 출제자의 의도에 맞게 답을 기록해야 합니다.
- 반례를 제시하는 것을 어려워하는 경우가 있습니다. 반례의 의미를 정확히 알고 답안을 작성할 수 있도록 지도합니다.

○·· 예시 답안

문항	예시답안
평가 문항2 (논술 2)	(2-1) 주어진 명제의 지수법칙은 성립한다. 따라서 명제를 증명하자. $n=-p$ (p는 양의 정수)로 놓으면 $(ab)^n=(ab)^{-p}=\frac{1}{(ab)^p}=\frac{1}{a^pb^p}=\frac{1}{a^p}\times\frac{1}{b^p}=a^{-p}b^{-p}=a^nb^n$ 이다.
	(2-2) 주어진 명제의 지수법칙은 성립하지 않는다. 지수법칙이 성립하기 위해서는 조건 $a\neq0,\ b\neq0$을 $a>0,\ b>0$으로 수정해야 한다. 반례를 들어보자. $a=-2,\ b=-3$이고, $r=\frac{1}{2}$일 때, $\{(-2)\times(-3)\}^{\frac{1}{2}}=6^{\frac{1}{2}}$이지만 $\{(-2)\times(-3)\}^{\frac{1}{2}}=(-2)^{\frac{1}{2}}\times(-3)^{\frac{1}{2}}$은 존재하지 않는다.

○·· 평가에 따른 피드백

수준	피드백
상	• 지수법칙에서 지수의 조건에 따라 밑의 조건이 변한다는 것을 정확히 알고 완벽하게 증명하였습니다. 지수법칙을 증명할 때, a^0, a^{-n}을 정의해야 하는 것을 이해하고 있으며, 거듭제곱근의 성질 $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$와 지수가 정수일 때 지수법칙이 성립함을 알고 논리적으로 증명에 활용하였습니다. n제곱근에서 n의 값이 짝수일 때에는 근호 안의 값이 양수여야 한다는 것을 알고 정확하게 반례를 제시한 점이 훌륭합니다.
중	• 지수법칙에서 지수가 정수인 경우, 지수가 자연수일 때와는 다르게 밑의 조건이 변한다는 것을 정확히 알고 올바른 명제에 대해서는 논리적으로 증명하였습니다. 제시된 명제가 틀린 경우 문제를 정확하게 읽고 틀린 부분을 수정하거나 반례를 정확하게 제시해야 합니다. 정확한 논술을 위해서는 수학의 기본 개념을 정확히 알고 적용할 수 있는 능력이 필요합니다. • 지수법칙에서 지수가 정수인 경우 지수가 자연수일 때와는 다르게 밑의 조건이 변한다는 것을 알고 증명하였으나 증명을 위해 제시하는 문자의 조건을 정확하게 기술하지 못한 점이 아쉽습니다. 제시된 명제가 틀리다는 것을 판단한 후 틀린 부분을 옳게 수정하고, 반례를 정확하게 제시한 점이 훌륭합니다. • 지수법칙에서 지수의 조건에 따른 밑의 조건이 변한다는 것을 정확히 알고 증명을 하였으나 증명을 위해 제시하는 문자는 조건을 정확하게 기술하지 못한 점이 아쉽습니다. 제시된 명제가 틀리다는 것을 판단한 후 틀린 부분을 옳게 수정한 점은 훌륭합니다. 하지만 반례가 아닌 옳은 예를 들어 서술한 점은 아쉽습니다.
하	• 지수법칙에서 지수의 조건이 자연수일 때는 밑이 실수 전체입니다. 하지만 지수가 정수, 유리수, 실수로 확장되면서 밑이 가질 수 있는 조건이 변하게 되는 것을 거듭제곱근과 연계하여 학습하시길 권해드립니다. 지수법칙을 학습할 때 숫자를 대입하여 계산하는 것이 능숙해진 이후에는 문자를 대입해봄으로써 지수법칙에서 지수의 조건이 자연수에서 정수, 유리수, 실수로 확장되었고 밑의 조건도 함께 변한다는 것을 명확하게 인지할 필요가 있습니다.

>> 피드백 작성 시 유의점

• 지수법칙을 단순히 계산에서 사용하는 것은 고차원적인 사고가 필요하지 않습니다. 하지만 조건을 따져보고 옳게 서술된 지수법칙은 증명하고 틀리게 서술된 지수법칙의 경우 틀린 부분을 옳게 수정하고, 반례를 드는 문제는 학생들에게 정확한 정의를 학습하고 성질을 알아야 한다는 것을 깨닫게 해줄 것입니다. 지수가 유리수로 확장되었을 때의 지수법칙 증명에는 n제곱근을 이용하여 증명한다는 것을 학생들이 이해해야 실수로의 확장이 가능합니다. 지수법칙을 단순한 계산 공식으로만 인식하지 않고 정확한 정의와 성질을 알고 문제 해결할 수 있도록 지도합니다.

평가 문항 3(논술형)

주어진 자료를 읽고 물음에 답하시오. (8점)

주위가 순간적으로 어두워지더라도 사람의 눈은 그 변화를 서서히 지각하게 된다. 빛의 세기가 α에서 β로 순간적으로 바뀐 후 t초가 경과했을 때, 사람이 지각하는 빛의 세기 $I(t)$는

$$I(t) = \beta + (\alpha - \beta) \times 10^{kt} \text{ (단, } k\text{는 상수)}$$

이라 한다. (단, 빛의 세기의 단위는 Td(트롤랜드)이다.)

출처: 2007년 대학수학능력시험, 수학 나형 10번 문제 활용

(1) 빛의 세기를 17로 지각하는 순간까지 s초가 경과했다고 할 때, s를 구하기 위해 알아야 하는 조건을 찾으시오. (3점)

(2) (1)에서 찾은 조건에 -5, 10, 100을 적절하게 대입하여 s를 구해보자. (5점)

≫ 활용 Tip !

- 지수함수 활용 문제로서 문제를 풀기 위해 사전에 알아야 하는 조건을 찾는 문제입니다.
- (2)번 문항의 경우 각각의 조건에 임의의 수를 대입하여 문제를 풀어보도록 한 경우 모든 문제를 교사가 풀어보아야 각 풀이에 대한 채점과 피드백이 가능하기 때문에 대입할 수 있는 수를 제한하여 문제를 해결하도록 구성하였습니다.
- 교과서의 지수함수 활용 문제를 기반으로 평가 문항 3과 같이 구성할 수 있습니다.

○·· 채점 기준

평가 요소	세부 평가 요소	척도/배점	기대 수행
문제를 풀기 위한 조건 찾기	조건 찾기	3	조건 3개를 정확하게 찾은 경우
		2	조건 2개만 정확하게 찾은 경우
		1	조건 1개만 정확하게 찾은 경우
		0	조건을 찾지 못하거나 미작성인 경우
조건에 값을 대입하여 문제 해결하기	조건에 값을 대입하고 계산하기	3	상수 α, β, k 각각에 값을 대입하고 정확하게 계산한 경우
		2	상수 α, β, k 각각에 값을 대입하였으나 계산이 틀린 경우
		1	상수 α, β, k 각각에 값을 대입만 하고 계산을 하지 않은 경우
		0	오답이거나 미작성인 경우
	치역의 범위	2	상수 α, β, k 각각에 값을 대입하여 계산한 후 치역의 범위를 확인하고 문제의 의도에 맞는 함수 값을 계산한 경우
		1	상수 α, β, k 각각에 값을 대입하여 계산한 후 치역의 범위를 확인하고 문제의 의도에 맞지 않는 함수 값을 계산한 경우
		0	오답이거나 미작성인 경우
	정의역의 범위	2	상수 α, β, k 각각에 값을 대입하여 계산한 후 정의역의 범위를 확인하고 문제의 의도에 맞는 s값을 계산한 경우
		1	상수 α, β, k 각각에 값을 대입하여 계산한 후 치역의 범위를 확인하고 문제의 의도에 맞지 않는 s값을 계산한 경우
		0	오답이거나 미작성인 경우

총체적 채점 기준

성취수준	기대 수행
A	실생활과 연관된 지수함수 문제를 해결하기 위한 조건을 나타내는 3개의 상수 α, β, k를 정확하게 찾았습니다. 3개의 상수에 주어진 숫자 3개를 각각 대입하고 정확하게 계산한 후, 계산 결과가 지수함수의 정의역과 치역의 범위를 만족하는지 확인함으로써 완벽하게 문제를 해결하였습니다.
B	실생활과 연관된 지수함수 문제를 해결하기 위한 조건을 나타내는 3개의 상수 α, β, k를 정확하게 찾았습니다. 3개의 상수에 주어진 숫자 3개를 각각 대입하고 정확하게 계산하였습니다. 하지만 계산 결과가 지수함수의 정의역과 치역의 범위를 만족하는지를 확인하지 않았습니다. 논술형 문제를 해결할 때는 정확한 계산이 중요하지만 계산 결과의 의미도 확인한다면 완벽한 답안을 작성할 수 있을 것입니다.
C	실생활과 연관된 지수함수 문제를 해결하기 위한 조건을 나타내는 3개의 상수 α, β, k를 정확하게 찾았습니다. 3개의 상수에 주어진 숫자 3개를 각각 대입하였으나 계산이 정확하지 않았습니다. 대입한 숫자를 정확하게 계산하는 연습이 필요합니다.
D	실생활과 연관된 지수함수 문제를 해결하기 위한 조건을 나타내는 3개의 상수 α, β, k를 정확하게 찾았습니다. 3개의 상수에 주어진 숫자 3개를 대입하는 것에서 그치지 말고 지수함수의 계산을 위해 지수법칙을 사용하는 계산 연습이 필요합니다.
E	실생활과 연관된 지수함수 문제를 해결하기 위하여 조건을 찾기 위하여 문제를 정확하게 읽는 연습이 필요합니다. 미지수는 상수와 변수를 구분할 수 있어야 합니다. 문제에 주어진 미지수 중 문제 해결을 위해 알아야 하는 상수를 구분하는 연습을 합시다.

채점 시 유의점

- α, β, k에 숫자를 대입한 후 정확하게 계산하였는지 확인합니다. 총 6가지의 경우를 계산할 수 있습니다. 그 중 α, β, k의 값에 $\alpha=-5$, $\beta=10$, $k=100$을 대입한 경우 지수함수의 치역의 범위를 벗어나게 됩니다. 치역의 범위 확인을 세부평가요소에 포함하여 배점을 부여한 이유입니다.
- α, β, k에 숫자를 대입한 후 정확하게 계산하였는지 확인합니다. 총 6가지의 경우를 계산할 수 있습니다. 그 중 α, β, k의 값에 $\alpha=100$, $\beta=-5$, $k=10$와 $\alpha=-5$, $\beta=100$, $k=10$을 대입한 두 가지 경우는 지수함수의 정의역의 범위를 벗어나게 됩니다. 정의역의 범위 확인을 세부평가요소에 포함하여 배점을 부여한 이유입니다.
- α, β, k에 숫자를 대입한 각각의 경우에 대해 직접 계산하는 것이 번거로울 수 있으므로 예시답안에 포함시켰습니다.

○·· 예시 답안

문항	예시답안
평가문항3 (논술 3)	(3-1) α, β, k의 값을 알아야 한다.
	(3-2) • $\alpha=100$, $\beta=10$, $k=-5$를 대입하자. $I(t)=17$이므로 $17=10+(100-10)\times 10^{-5t}$이다. $7=90\times 10^{-5t}$, $\frac{7}{90}=10^{-5t}$, $\frac{90}{7}=10^{5t}$ 이다. 이때, $\frac{90}{7}>1$이므로 $t>0$ 을 만족하다. 따라서 $t=s=\frac{1}{5}log\frac{90}{7}$이다.
	• $\alpha=10$, $\beta=100$, $k=-5$를 대입하자. $I(t)=17$이므로 $17=100+(10-100)\times 10^{-5t}$이다. $-83=-90\times 10^{-5t}$, $\frac{83}{90}=10^{-5t}$, $\frac{90}{83}=10^{5t}$ 이다. 이때, $\frac{90}{83}>1$이므로 $t>0$ 을 만족한다. 따라서 $t=s=\frac{1}{5}log\frac{90}{83}$이다.
	• $\alpha=10$, $\beta=-5$, $k=100$을 대입하자. $I(t)=17$이므로 $17=-5+\{10-(-5)\}\times 10^{100t}$이다. $22=15\times 10^{100t}$, $\frac{22}{15}=10^{100t}$ 이다. 이때, $\frac{22}{15}>1$이므로 $t>0$을 만족하다. 따라서 $t=s=\frac{1}{100}log\frac{22}{15}$이다.

○·· 평가에 따른 피드백

수준	피드백
상	• 문장제 문제로 주어진 지수함수의 활용 문제를 해결하기 위한 조건을 훌륭하게 찾았습니다. 그리고 주어진 숫자를 대입하여 문제를 완벽하게 해결하였습니다. 각각의 미지수에 주어진 숫자를 대입하여 문제 풀이할 때 계산과정을 정확하게 서술하였습니다. 지수함수의 정의역은 실수 전체, 치역은 양수가 되지만, 주어진 문제에서는 정의역은 $t>0$, 치역은 1보다 커야 문제를 해결할 수 있다는 것을 알고 정확하게 문제를 해결하였습니다.
중	• 문장제 문제로 주어진 지수함수의 활용 문제를 해결하기 위한 조건을 훌륭하게 찾았습니다. 주어진 조건에 숫자를 대입하여 문제를 풀 때 정확하게 계산하였습니다. 하지만 지수함수의 정의역은 실수 전체이고, 치역은 양수입니다. 주어진 문제에서는 정의역은 $t>0$, 치역은 1보다 커야 정확하게 문제를 해결할 수 있습니다. 치역의 범위를 정확히 파악하고 문제를 해결하도록 연습하세요. • 문장제 문제로 주어진 지수함수의 활용 문제를 해결하기 위한 조건을 훌륭하게 찾았습니다. 주어진 조건에 숫자를 대입하여 문제를 풀 때 정확하게 계산하였습니다. 하지만 지수함수의 정의역은 실수 전체이고, 치역은 양수입니다. 주어진 문제에서는 정의역은 $t>0$, 치역은 1보다 커야 정확하게 문제를 해결할 수 있습니다. 정의역의 범위를 정확히 파악하고 문제를 해결하도록 연습하세요. • 문장제 문제로 주어진 지수함수의 활용 문제를 해결하기 위한 조건을 훌륭하게 찾았습니다. 주어진 조건에 숫자를 대입하여 문제를 풀 때 계산 실수하지 않도록 주의하세요. 그리고 주어진 문제에서는 정의역은 $t>0$, 이를 만족하는 치역은 1보다 커야한다는 것을 기억하고 문제를 해결하세요.
하	• 지수함수의 활용 문제는 문장제 문제로 주어집니다. 식을 세워야 하는 문제도 있고 미지수에 숫자를 대입하여 문제를 해결하는 경우도 있습니다. 제시된 문항은 미지수를 포함하여 식이 주어진 경우입니다. 이러한 문제의 경우 문제를 해결하기 위한 조건을 찾기 위해서는 주의를 기울여 제시문을 읽도록 합니다. 주어진 숫자를 미지수에 대입하여 지수함수 문제를 풀어보도록 합시다. 미지수에 숫자를 대입한 후 실제로 지수함수 문제 풀이를 위해 계산하는 연습이 충분히 이루어지도록 연습하세요. 지수함수의 정의역은 실수, 치역의 범위는 양의 실수가 된다는 것도 알아야 할 것입니다.

» 피드백 작성 시 유의점

- 지수함수의 정의역의 범위와 치역의 범위, 지수의 조건과 밑이 조건을 정확히 알아야 문제를 풀 수 있습니다.
- 주어진 수식에 숫자를 대입하여 문제를 풀면 다양한 답이 나올 수 있으므로 학생들에게 제시하는 숫자에 대해 정확하게 계산하고 어떠한 경우로 계산을 하더라도 풀이 시간의 차이가 나지 않도록 주의합니다.
- 지수의 조건, 밑의 조건, 로그의 진수 조건을 명확히 알고 지수함수 활용 문제를 풀 수 있도록 지도합니다.

4. 서·논술 문항의 지필평가 적용

○·· 지필평가 적용을 위한 Tip

- 평가 문항 1과 유사한 문제 유형으로 오류를 찾아내고 옳게 계산하는 문항입니다. 수업 시간에 다루어 본 문항이므로 정기 고사 출제 시 학생들이 지필고사 시간 내에 해결 가능한 문항입니다. 출제 시 교과서에서 계산해 본 식에 오류를 포함하여 출제한다면 문항 유형에 대한 익숙함을 기반으로 논술형 답안 작성이 가능할 것입니다.

- 채점기준표 작성 시 채점기준표의 기대 수행을 정확하게 제시합니다. 이를 통해 학생들의 성취기준을 기반으로 문제출제가 이루어졌음을 확인할 수 있습니다. 문제의 난이도에 따라 배점이 달라집니다. 문항 예시에 관련된 공식을 제시하도록 한다면 평가 요소가 추가되고, 배점도 높일 수 있을 것입니다.

○·· 문항 예시

논술형

다음은 거듭제곱근의 성질을 이용하여 $\sqrt[4]{(-2)^{12}}$ 의 값을 구한 과정이다. 잘못된 부분을 찾아 바르게 고치고, 그 이유를 서술하시오.

$$\sqrt[4]{(-2)^{12}} = \sqrt[4]{(-2)^{4\times 3}} = \left\{\sqrt[4]{(-2)^4}\right\}^3 = (-2)^3 = -8$$

평가 요소	척도/배점	기대 수행
거듭제곱근의 계산에서 오류 찾기	2점	• 올바르게 계산하고 정확하게 이유를 설명한 경우
	1점	• 올바르게 계산만 한 경우 • 올바르게 이유를 설명한 경우
	0점	• 미작성 또는 오답

- 평가 문항 2와 유사하게 교과서의 거듭제곱근의 정리를 기반으로 조건을 정확히 알고 증명할 수 있도록 구성한 문항입니다. 반례를 들어 설명하는 것과 증명하는 것의 배점은 동일하게 3점으로 부여합니다. 교과서의 다양한 명제의 증명을 기반으로 출제가 가능합니다. 수업 시간에 참인 명제에 대해서는 증명을 하고 반례를 들어 설명하는 것은 익숙한 문항에 대한 출제이므로 정답을 서술하는데 큰 어려움이 없을 것이라 생각됩니다. 근호 안의 문자가 2개인 경우 배점을 조절하여 문항을 구성합니다.

- 채점기준표 작성 시 채점기준표의 기대 수행을 정확하게 제시합니다. 이를 통해 학생들의 성취기준을 기반으로 문제출제가 이루어졌음을 확인할 수 있습니다. 문제의 난이도와 증명에 사용되는 성질에 따라 배점이 달라질 수 있습니다. 채점 기준에 서술을 위한 방향을 제시한 경우 점수를 부여할 수 있습니다. 따라서 논술형 문제를 해결할 때 꼼꼼하게 작성할 수 있도록 지도해야 할 것입니다.

○·· 문항 예시

논술형

다음의 거듭제곱근 관련 명제가 참이면 증명하고, 거짓이면 틀린 부분을 옳게 고친 후, 반례를 들어 서술하시오. (9점)

(1) $a>0$이고, $m,\ n$이 2 이상의 자연수일 때, $(\sqrt[n]{a}\,)^m=\sqrt[n]{a^m}$ 이 성립하면 증명하고, 성립하지 않는 경우 틀린 부분을 옳게 고치고 반례를 들어 서술하시오. (3점)

(2) $m,\ n$이 2 이상의 자연수일 때, $(\sqrt[n]{a}\,)^m=\sqrt[n]{a^m}$ 이 성립하면 증명하고, 성립하지 않는 경우 틀린 부분을 옳게 고치고 반례를 들어 서술하시오. (3점)

(3) $a>0$ 일 때, $(\sqrt[n]{a}\,)^m=\sqrt[n]{a^m}$ 이 성립하면 증명하고, 성립하지 않는 경우 틀린 부분을 옳게 고치고 반례를 들어 서술하시오. (3점)

<table>
<tr><th>평가 요소</th><th colspan="2">척도/배점</th><th>기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="12">거듭제곱근의 성질을 적용할 수 있는 조건을 확인하고 참인 경우 증명하고, 거짓인 경우 반례찾기</td><td rowspan="4">(1)
3점</td><td>3점</td><td>• 지수법칙을 올바르게 적용하고, 거듭제곱근의 성질을 정확히 알고 증명한 경우</td></tr>
<tr><td>2점</td><td>• 거듭제곱근의 성질을 정확히 알고 증명한 경우</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>• 지수법칙만 올바르게 적용한 경우</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>• 미작성 또는 오답</td></tr>
<tr><td rowspan="4">(2)
3점</td><td>3점</td><td>• 반례를 정확하게 들고 틀린 부분을 옳게 고친 경우</td></tr>
<tr><td>2점</td><td>• 반례를 정확하게 들었지만 틀린 부분을 옳게 고치지 않은 경우
• 반례를 쓰지 않고 틀린 부분만 옳게 고친 경우</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>• 옳은 예를 들고 설명한 경우</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>• 미작성 또는 오답</td></tr>
<tr><td rowspan="4">(3)
3점</td><td>3점</td><td>• 반례를 정확하게 들고 틀린 부분을 옳게 고친 경우</td></tr>
<tr><td>2점</td><td>• 반례를 정확하게 들었지만 틀린 부분을 옳게 고치지 않은 경우
• 반례를 쓰지 않고 틀린 부분만 옳게 고친 경우</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>• 옳은 예를 들고 설명한 경우</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>• 미작성 또는 오답</td></tr>
</table>

■ 평가 문항 3을 활용한 문항으로 조건을 3개에서 2개로 축소하여 정기고사에서 출제하도록 구성하였습니다. 교과서 속의 지수함수 활용 문제를 미지수를 포함하는 문항으로 변형하여 제시할 수도 있습니다. 논술형 문항의 경우 수업 시간에 다루어본 문항으로 출제하는 것이 좋습니다. 수업 시간에 계산해 봤던 복잡한 문항을 단순화시키거나, 교과서 속의 문제를 변형하여 출제하는 것도 하나의 방법일 것입니다.

■ 채점기준표 작성 시 채점기준표의 기대 수행을 정확하게 제시합니다. 이를 통해 학생들의 성취기준을 기반으로 문제출제가 이루어졌음을 확인할 수 있습니다. 문제의 난이도와 증명에 사용되는 성질에 따라 배점이 달라질 수 있습니다. 채점 기준에 서술을 위한 방향을 제시한 경우 점수를 부여할 수 있습니다. 따라서 논술형 문제를 해결할 때 꼼꼼하게 작성할 수 있도록 지도해야 할 것입니다.

○·· 문항 예시

논술형

주어진 자료를 읽고 물음에 답하시오. (9점)

주위가 순간적으로 어두워지더라도 사람의 눈은 그 변화를 서서히 지각하게 된다. 빛의 세기가 α에서 β로 순간적으로 바뀐 후 t초가 경과했을 때, 사람이 지각하는 빛의 세기 $I(t)$는

$$I(t)=\beta+(\alpha-\beta)\times 10^{-3t}$$

이라 한다. (단, 빛의 세기의 단위는 Td(트롤랜드)이다.)

(출처: 2007년 대학수학능력시험, 수학 나형 11번 문제 활용)

(1) 빛의 세기를 21로 지각하는 순간까지 s초가 경과했다고 할 때, s를 구하기 위해 알아야 하는 조건을 찾으시오. (2점)

(2) (1)에서 찾은 조건에 10, 100을 적절하게 대입하여 s를 구해보시오. (7점)

<table>
<tr><th>평가 요소</th><th colspan="2">척도/배점</th><th>기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="16">지수함수 활용 문제를 풀기위한 조건을 찾고, 주어진 숫자를 대입하여 바르게 계산하기</td><td rowspan="3">(1)
2점</td><td>2점</td><td>• α, β값을 알아야 한다고 답한 경우</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>• α값을 알아야 한다고 답한 경우
• β값을 알아야 한다고 답한 경우</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>• 미작성 또는 오답</td></tr>
<tr><td rowspan="4">(2)
3점</td><td>3점</td><td>• 상수 α, β에 각각 값을 대입하고 올바르게 계산한 경우</td></tr>
<tr><td>2점</td><td>• 상수 α, β에 각각 값을 대입하였으나 계산과정 중 틀린 경우</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>• 상수 α, β에 각각 값을 대입만 한 경우</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>• 미작성 또는 오답</td></tr>
<tr><td rowspan="3">(2)
2점</td><td>2점</td><td>• 상수 α, β에 각각 값을 대입하여 계산한 후 치역의 범위를 확인하고 문제의 의도에 맞는 함수 값을 계산한 경우</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>• 상수 α, β에 각각 값을 대입하여 계산한 후 치역의 범위를 확인하고 문제의 의도에 맞지 않는 함수 값을 계산한 경우</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>• 미작성 또는 오답</td></tr>
<tr><td rowspan="3">(2)
2점</td><td>2점</td><td>• 상수 α, β에 각각 값을 대입하여 계산한 후 정의역의 범위를 확인하고 문제의 의도에 맞는 s값을 계산한 경우</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>• 상수 α, β에 각각 값을 대입하여 계산한 후 정의역의 범위를 확인하고 문제의 의도에 맞지 않는 s값을 계산한 경우</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>• 미작성 또는 오답</td></tr>
</table>

서·논술형
평가도구 자료집

08

함수의 극한

08 함수의 극한

1. 과제 개요

학교급	고등학교	학년/학년군	2학년
교과군	**수학**	과목명	수학 II
과제명	**함수의 극한**		
성취기준 및 평가기준	[12수학 II 01-01] 함수의 극한의 뜻을 안다.	상	함수의 극한의 정의와 기호의 의미를 이해하고 이를 설명할 수 있다.
		중	함수의 극한의 정의와 기호의 의미를 이해할 수 있다.
		하	함수의 극한을 조사할 수 있다.
	[12수학 II 01-02] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수 있다.	상	함수의 극한에 대한 성질을 이해하여 극한값을 구하고, 그 원리를 설명할 수 있다.
		중	함수의 극한에 대한 성질을 이해하여 극한값을 구할 수 있다.
		하	함수의 극한값을 구할 수 있다.
교과 역량	문제해결, 추론, 의사소통		
출제 의도	(평가문항1) 함수의 극한, 수렴과 발산의 뜻을 알고 있는지 교과서에서 제시된 의미를 적어볼 수 있도록 하였다. 또한, 주어진 함수의 그래프를 통하여 앞에서 적어 본 개념을 이해하고 있는지 점검해 볼 수 있도록 구성하였다. (평가문항2) 함수의 극한에 대한 성질이 성립하기 위한 조건의 중요성을 인식하고, 함수의 극한에 대한 성질을 이용할 수 있도록 구성하였다. (평가문항3) 함수의 극한의 대소관계를 이용할 수 있도록 부등식 문항을 제작하고 극한값을 구할 수 있도록 구성하였다.		

서·논술형 평가 문항	평가 영역 / 역량	평가 요소
평가 문항 1 (서술형, 논술형)	함수의 극한의 정의/ 의사소통, 문제해결, 추론	• 함수의 극한에 대한 개념 이해하기 • 함수의 극한에 대한 개념의 이해 정도를 확인하기
평가 문항 2 (서술형, 논술형)	함수의 극한의 성질/ 의사소통, 문제해결, 추론	• 함수의 극한에 대한 성질 이해하기 • 함수의 극한에 대한 성질 활용하기
평가 문항 3 (서술형)	함수의 극한의 대소관계/ 문제해결, 추론	• 절대부등식 이해하기 • 함수의 극한의 대소관계를 이용하여 극한값 구하기

2. 교수·학습 활동 및 평가 계획

학습단계	학습 목표 (교과역량)	교수학습 활동	평가 문항	방법
1~2차시	함수의 극한을 이해할 수 있다. (의사소통역량, 문제해결역량, 추론역량)	[교사] 그래프를 이용하여 함수의 극한 설명하기, 극한의 기호 설명하기 [학생(모둠 혹은 학급 전체)] 그래프를 이용하여 함수의 극한 이해하기, 극한의 기호 이해하기 [학생(개인)] 자신이 이해한 내용을 설명해 보기	평가 문항 1 [학생(개인)] 함수의 극한에 대한 정의를 이해하여 극한에 관한 명제의 참과 거짓을 구별하기 피드백	서술형 문항 논술형 문항 개인별 평가
3~4차시	함수의 극한에 대한 성질을 이해하여 극한값을 계산하는 과정을 분석하고 자신의 생각을 설명할 수 있다. (의사소통역량, 문제해결역량, 추론역량)	[교사] 극한의 개념 확인하기, 함수의 극한에 대한 성질 설명하기 [학생(모둠 혹은 학급 전체)] 함수의 극한에 대한 성질이 성립하기 위한 조건 확인하기 [학생(개인)] 함수의 극한에 대한 성질을 활용하기	평가 문항 2 [학생(개인)] 함수의 극한의 성질을 이해하고 활용하기 피드백	서술형 문항 논술형 문항 개인별 평가
5차시	절대부등식과 함수의 극한의 대소관계를 활용하여 극한값을 구할 수 있다. (문제해결역량, 추론역량)	[교사] 제시문의 절대부등식에 대하여 설명하기, 함수의 극한의 대소관계에 대하여 설명하기 [학생(모둠 혹은 학급 전체)] 제시문의 절대부등식에 대하여 이해하기 [학생(개인)] 함수의 극한의 대소관계를 이용한 극한값 계산 이해하기	평가 문항 3 [학생(모둠 혹은 학급 전체)] 절대부등식과 함수의 극한의 대소관계를 이용하여 극한값 계산하기 피드백	서술형 문항 개인별 평가

3. 평가 문항

평가 문항 1(서술형)

1-1. 수업시간에 학습한 내용을 바탕으로 함수 $f(x)$에 대하여 다음 기호가 의미하는 내용을 서술하시오. (8점)

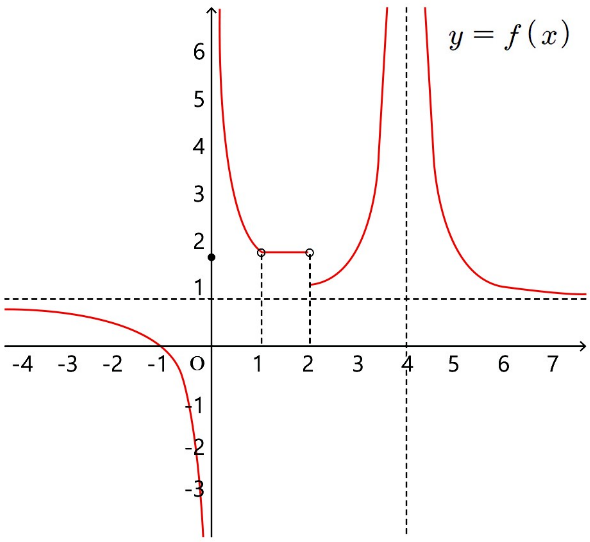
(1) $\lim_{x \to a} f(x) = L$ **(**L**은 상수)**

(2) $\lim_{x \to a} f(x) = \infty$

(3) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = L$ **(**L**은 상수)**

(4) $\lim_{x \to a-} f(x) = L$ **(**L**은 상수)**

1-2. 함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x} & (x<0) \\ \dfrac{3}{2} & (x=0) \\ \dfrac{1}{x} & (0<x<1) \\ 2 & (1<x<2) \\ \dfrac{1}{(x-4)^2}+1 & (x \geq 2) \end{cases}$ **의 그래프가 다음과 같다.**



함수 $f(x)$에 대한 다음 명제에서 참과 거짓을 구별하고 거짓일 경우 그 이유를 설명하거나 위 그래프에서 반례를 찾으시오. (8점)

(1) $x=a$ **에서** $f(x)$ **가 존재하지 않으면** $\lim_{x \to a} f(x)$ **는 수렴하지 않는다.**

(2) $\lim_{x \to a} f(x)=L$ **이면** $f(x)$ **는** L **에 한없이 가까워질 뿐** $f(x) \neq L$ **이다.**

(3) $\lim_{x \to 4+} f(x)=\infty$ **이고** $\lim_{x \to 4-} f(x)=-\infty$ **이므로** $x=4$ **에서** $f(x)$ **의 우극한과 좌극한이 일치하므로** $\lim_{x \to 4} f(x)$ **는 수렴한다.**

(4) $\lim_{x \to \infty} f(x)=1$ **이므로** $f(x)=1$ **인** x **가 존재한다.**

>> 활용 Tip !

- 1-1 문항에서 함수의 극한 및 기호에 대한 이해 정도를 확인하고, 이해한 내용(자신의 생각)을 글로 표현해보는 경험을 하도록 합니다.
- 1-1 문항에서 극한, 극한값, 수렴, 발산, 무한대 등 새롭게 접한 용어에 대한 이해 정도를 확인해 볼 수 있습니다.
- 1-2 문항에서 극한에 대한 학생들의 생각을 알아보고 싶은 내용에 따라 다양한 함수를 제시할 수 있습니다. 명제 하나하나에 새로운 함수를 제시하여 학생들의 생각을 확인할 수 있습니다.
- 1-2 문항에서 참인 명제에 대한 적절한 예시를 찾는 문항으로 변경하여 학생들에게 제공할 수 있습니다.
- 1-2 문항에서 극한에 대한 명제의 참과 거짓을 뒷받침 할 수 있는 함수의 예를 구성해 보도록 문항을 수정하여 제시할 수 있습니다.

○·· 채점 기준

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="6">서
1-1
(1)</td><td rowspan="6">함수의 극한에 대한 정의 및 기호 이해하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">함수의 극한에 대한 정의에서 x 가 a 와 다른 값을 가져야 함을 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>x 는 a 가 아니면서 x 가 a 에 한없이 가까워질 때 $f(x)$ 의 값이 (일정한 수) L 에 한없이 가까워진다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">x 가 a 와 다른 값을 가져야 함을 서술하지 않았을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>x 가 a 에 한없이 가까워질 때 $f(x)$ 의 값이 (일정한 수) L 에 한없이 가까워진다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">기호의 의미를 이해하지 못하거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>미작성</td></tr>
<tr><td rowspan="6">서
1-1
(2)</td><td rowspan="6">함수의 극한에 대한 정의 및 기호 이해하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">함수의 극한에 대한 정의에서 x 가 a 와 다른 값을 가져야 함을 서술하고, $f(x)$ 의 값이 한없이 커짐(양의 무한대로 발산함)을 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>x 는 a 가 아니면서 x 가 a 에 한없이 가까워질 때 $f(x)$ 의 값이 한없이 커진다.
(양의 무한대로 발산한다.)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">x 가 a 와 다른 값을 가져야 함을 서술하지 않았거나 $f(x)$ 의 값이 한없이 커짐(양의 무한대로 발산함)을 서술하지 않았을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>x 가 a 에 한없이 가까워질 때 $f(x)$ 의 값이 한없이 커진다.(양의 무한대로 발산한다.)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">기호의 의미를 이해하지 못하거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>미작성</td></tr>
<tr><td rowspan="6">서
1-1
(3)</td><td rowspan="6">함수의 극한에 대한 정의 및 기호 이해하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">함수의 극한에 대한 정의에서 x 의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커짐을 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>x 의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커질 때 $f(x)$ 의 값이 (일정한 수) L 에 한없이 가까워진다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">함수의 극한에 대한 정의에서 x 의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커짐을 서술하지 않은 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>x 가 한없이 작아질 때 $f(x)$ 의 값이 (일정한 수) L 에 한없이 가까워진다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">기호의 의미를 이해하지 못하거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>미작성</td></tr>
<tr><td rowspan="6">서
1-1
(4)</td><td rowspan="6">함수의 극한에 대한 정의 및 기호 이해하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">함수의 극한에 대한 정의에서 x 의 값이 a 보다 작으면서 a 에 한없이 가까워짐을 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>x 의 값이 a 보다 작으면서 a 에 한없이 가까워질 때 $f(x)$ 의 값이 (일정한 수) L 에 한없이 가까워진다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">x 의 값이 a 보다 작음을 서술하지 않았을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>x 가 a 에 한없이 가까워질 때 $f(x)$ 의 값이 (일정한 수) L 에 한없이 가까워진다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">기호의 의미를 이해하지 못하거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>미작성</td></tr>
<tr><td rowspan="4">서
1-2
(1)</td><td rowspan="4">함수의 그래프를 통하여 함수의 극한에 참과 거짓을 확인하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">주어진 명제가 거짓임을 판단하고, 제시된 함수의 그래프에서 주어진 명제의 반례를 찾아 제시한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>(거짓)
(반례) $x=2$ 에서의 함숫값은 존재하지 않지만 $\lim_{x\to 2} f(x)=2$ 로 존재한다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">주어진 명제가 거짓임을 판단하였으나 제시된 함수의 그래프에서 주어진 명제의 반례를 찾아 제시하지 못한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>(거짓)</td></tr>
</table>

문항	평가 요소	척도/배점	기대 수행	
		0점	주어진 명제가 거짓임을 판단하지 못하였거나 미작성한 경우	
			예시답안	미작성
서 1-2 (2)	함수의 그래프를 통하여 함수의 극한에 참과 거짓을 확인하기	2점	주어진 명제가 거짓임을 판단하고, 제시된 함수의 그래프에서 주어진 명제의 반례를 찾아 제시한 경우	
			예시답안	(거짓) (반례) $\lim_{x \to \frac{3}{2}} f(x) = 2$ 에서 x 는 $\frac{3}{2}$ 이 아니면서 x 가 $\frac{3}{2}$ 으로 한없이 가까워질 때 $f(x)$ 의 값은 2 이다.
		1점	주어진 명제가 거짓임을 판단하였으나 제시된 함수의 그래프에서 주어진 명제의 반례를 찾아 제시하지 못한 경우	
			예시답안	(거짓)
		0점	주어진 명제가 거짓임을 판단하지 못하였거나 미작성한 경우	
			예시답안	미작성
서 1-2 (3)	함수의 그래프를 통하여 함수의 극한에 참과 거짓을 확인하기	2점	주어진 명제가 거짓임을 판단하고, 제시된 함수의 그래프에서 주어진 명제의 반례를 찾아 제시한 경우	
			예시답안	(거짓) (반례) $x = 2$ 에서의 함숫값은 존재하지 않지만 $\lim_{x \to 2} f(x) = 2$ 로 존재한다.
		1점	주어진 명제가 거짓임을 판단하였으나 제시된 함수의 그래프에서 주어진 명제의 반례를 찾아 제시하지 못한 경우	
			예시답안	(거짓)
		0점	주어진 명제가 거짓임을 판단하지 못하였거나 미작성한 경우	
			예시답안	미작성
서 1-2 (4)	함수의 그래프를 통하여 함수의 극한에 참과 거짓을 확인하기	2점	주어진 명제가 거짓임을 판단하고, 제시된 함수의 그래프에서 주어진 명제의 반례를 찾아 제시한 경우	
			예시답안	(거짓) (반례) $\lim_{x \to \infty} f(x) = 1$ 이지만 $x > 0$ 인 모든 x 에 대하여 $f(x)$ 의 값은 1 보다 크다.
		1점	주어진 명제가 거짓임을 판단하였으나 제시된 함수의 그래프에서 주어진 명제의 반례를 찾아 제시하지 못한 경우	
			예시답안	(거짓)
		0점	주어진 명제가 거짓임을 판단하지 못하였거나 미작성한 경우	
			예시답안	미작성

>> 채점 시 유의점

- 학생들의 수준에 따라 문항의 의미와 해결과정에 대한 힌트를 제공할 수 있으므로 채점 기준을 변경할 수 있습니다.
- 1-1 문항은 함수의 극한에 대한 개념의 이해정도를 확인하기 위한 문항입니다. 표현이 다소 부족하더라도 중요한 의미가 전달될 경우에 정답으로 인정합니다.
- 1-1 문항에서 음의 무한대를 설명하는 과정에서 '한없이 작아진다'로 표현한 경우에는 오답으로 처리합니다. '한없이 작아지는 경우'는 음의 무한대와 달리 '한없이 작아져서 사라지는 즉, 영(0)으로 수렴하는 경우'로 해석될 수도 있음을 전달합니다.
- 1-2 문항에서는 명제가 거짓임에 대한 이유를 설명하거나 반례를 제시하였을 경우에는 정답으로 인정합니다.

○·· 예시 답안

문항	척도/배점	예시답안
서 1-1 (1)	2점	• x 는 a 가 아니면서 x 가 a 에 한없이 가까워질 때 $f(x)$ 의 값이 (일정한 수) L 에 한없이 가까워진다.
	1점	• x 가 a 에 한없이 가까워질 때 $f(x)$ 의 값이 (일정한 수) L 에 한없이 가까워진다.
	0점	• 미작성 또는 오답
서 1-1 (2)	2점	• x 는 a 가 아니면서 x 가 a 에 한없이 가까워질 때 $f(x)$ 의 값이 한없이 커진다. (양의 무한대로 발산한다.)
	1점	• x 가 a 에 한없이 가까워질 때 $f(x)$ 의 값이 한없이 커진다.(양의 무한대로 발산한다.)
	0점	• 미작성 또는 오답
서 1-1 (3)	2점	• x 의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커질 때 $f(x)$ 의 값이 (일정한 수) L 에 한없이 가까워진다.
	1점	• x 가 한없이 작아질 때 $f(x)$ 의 값이 (일정한 수) L 에 한없이 가까워진다.
	0점	• 미작성 또는 오답
서 1-1 (4)	2점	• x 의 값이 a 보다 작으면서 a 에 한없이 가까워질 때 $f(x)$ 의 값이 (일정한 수) L 에 한없이 가까워진다.
	1점	• x 가 a 에 한없이 가까워질 때 $f(x)$ 의 값이 (일정한 수) L 에 한없이 가까워진다.
	0점	• 미작성 또는 오답
서 1-2 (1)	2점	• 주어진 명제는 거짓이다. (반례) $x=2$ 에서의 함숫값은 존재하지 않지만 $\lim_{x \to 2} f(x)=2$ 이다. x 는 a 가 아니면서 x 가 a 에 한없이 가까워질 때 $f(x)$ 의 값이 (일정한 수) L 에 한없이 가까워진다.
	1점	• 주어진 명제는 거짓이다.
	0점	• 미작성 또는 오답
서 1-2 (2)	2점	• 주어진 명제는 거짓이다. (반례) $\lim_{x \to \frac{3}{2}} f(x)=2$ 에서 x 는 $\frac{3}{2}$ 이 아니면서 x 가 $\frac{3}{2}$ 으로 한없이 가까워질 때 $f(x)$ 의 값은 2 이다.
	1점	• 주어진 명제는 거짓이다.
	0점	• 미작성 또는 오답
서 1-2 (3)	2점	• 주어진 명제는 거짓이다. (이유) $\lim_{x \to 4} f(x)=\infty$ 이지만 이 경우 $f(x)$ 는 양의 무한대로 발산한다.
	1점	• 주어진 명제는 거짓이다.
	0점	• 미작성 또는 오답
서 1-2 (4)	2점	• 주어진 명제는 거짓이다. (이유) $\lim_{x \to \infty} f(x)=1$ 이지만 $x>0$ 인 모든 x 에 대하여 $f(x)$ 의 값은 1 보다 크므로 $f(x)=1$ 인 x 는 존재하지 않는다.
	1점	• 주어진 명제는 거짓이다.
	0점	• 미작성 또는 오답

○·· 평가에 따른 피드백

수준	피드백
상	• 교과서에 제시된 함수의 극한 및 함수의 극한의 기호가 의미하고 있는 내용을 정확히 이해하고 있으며, 이에 대한 자신의 생각을 제대로 표현하고 있습니다. • 주어진 상황(함수)와 관련하여 제시된 명제의 참, 거짓과 그 이유를 정확히 이해하고 있으며, 이에 대한 자신의 생각을 제대로 표현하고 있습니다.
중	• 교과서에 제시된 함수의 극한 및 함수의 극한의 기호가 의미하고 있는 내용을 정확히 이해하고 있으나, 이에 대한 자신의 생각을 표현하는 데 아쉬움이 있습니다. 자신의 생각을 정리하는 연습이 필요합니다. • 교과서에 제시된 함수의 극한 및 함수의 극한의 기호가 의미하고 있는 내용에 대한 이해가 다소 부족합니다. 그래프를 통하여 학습한 함수의 극한에 대한 내용을 정리할 필요가 있습니다. • 주어진 상황(함수)와 관련하여 제시된 명제의 참, 거짓을 이해하고 있으나 그 이유에 대하여 분석하는 데 아쉬움이 있습니다. 자신이 이해하고 있는 내용에 대한 다양한 예를 생각할 필요가 있습니다. • 주어진 상황(함수)와 관련하여 제시된 명제의 참, 거짓에 대한 이해가 다소 부족합니다. 명제에서 의미하고 있는 내용이 무엇인지를 제대로 이해할 필요가 있습니다.
하	• 함수의 극한의 기호가 의미하는 내용에 대한 이해가 필요합니다. 함수의 그래프를 통한 함수의 극한을 구하는 과정을 학습할 때, 각 경우에 대한 함수의 극한의 기호를 함께 학습할 필요가 있습니다. • 함수의 극한을 학습할 필요가 있습니다. 함수의 그래프를 통한 함수의 극한을 구할 때, 수렴과 발산의 의미를 제대로 짚어 볼 필요가 있습니다.

»피드백 작성 시 유의점

- 실제 서·논술형 과제를 실행하고 학생에게 피드백을 줄 때는 학생이 작성한 답안의 구체적인 문장이나 표현을 인용하면서 채점 기준에 근거해 잘 작성된 부분을 칭찬하는 것이 좋습니다. 또한, 부족한 부분에 대해서는 반드시 포함되어야 하는 표현이 무엇인지를 명확히 알려주어 이를 발판삼아 수정된 답안을 작성해볼 수 있도록 독려합니다.
- 부족한 부분에 대해서도 구체적으로 지적하여 주되, 학생의 성취 수준에 따라 힌트를 주거나, 직접 답을 알려주거나, 보충 자료를 찾아볼 수 있게 하는 등 다양한 수준으로 피드백을 주어야 합니다.
- 1-1 문항의 경우, 각 문항의 중요한 요소를 인지하고 있는지에 따라 피드백을 하도록 합니다. (예) x 는 a 가 아니면서
- 1-2 문항의 경우, 명제의 참과 거짓에 대한 이유를 알고 있는 정도에 따라 피드백을 해 주는 것이 학생의 함수의 극한에 대한 개념 학습에 더 도움이 될 것입니다.

평가 문항 2(서술형)

2-1. 두 함수 $f(x)=\dfrac{|x-1|}{x-1}$, $g(x)=\dfrac{|(x-1)(x^2+1)|}{-2(x-1)}$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오. (6점)

(1) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 의 그래프를 그리시오.

(2) 다음과 같은 방법으로 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)+\lim\limits_{x\to 0}g(x)$ 의 값을 구하였다. 계산과정 및 결과의 옳고 그름에 대한 자신의 생각을 적고, 그 이유를 설명하시오.

$\lim\limits_{x\to 0-}f(x)=-1$ **이고** $\lim\limits_{x\to 0-}g(x)=1$ **이므로** $\lim\limits_{x\to 0-}f(x)+\lim\limits_{x\to 0-}g(x)=\lim\limits_{x\to 0-}\{f(x)+g(x)\}=0$
$\lim\limits_{x\to 0+}f(x)=1$ **이고** $\lim\limits_{x\to 0+}g(x)=-1$ **이므로** $\lim\limits_{x\to 0+}f(x)+\lim\limits_{x\to 0+}g(x)=\lim\limits_{x\to 0+}\{f(x)+g(x)\}=0$
그러므로 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)+\lim\limits_{x\to 0}g(x)=\lim\limits_{x\to a}\{f(x)+g(x)\}=0$ **이다.**

2-2. 함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 다항함수

$$f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$$ **(a_n , a_{n-1} , $\cdots$, a_1 , a_0 는 상수)**

에 대하여 $\lim\limits_{x\to p}f(x)=f(p)$ 임을 증명하고자 한다. 다음 물음에 답하시오. (4점)

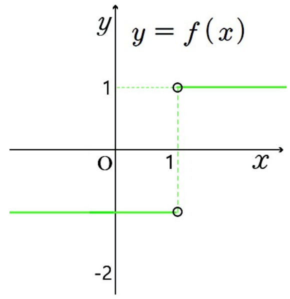
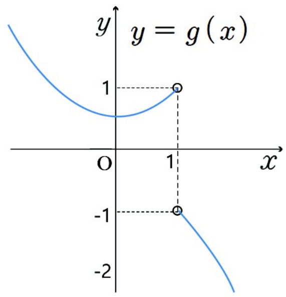
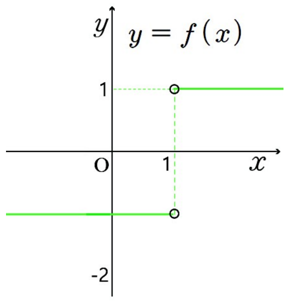
(1) $\lim\limits_{x\to p}x=p$ 임을 이용하여 자연수 n 에 대하여 $\lim\limits_{x\to p}cx^n=cp^n$ 임을 보이시오. (단, c 는 상수)

(2) (1)을 이용하여 $\lim\limits_{x\to p}f(x)=f(p)$ 임을 보이시오.

»활용 Tip !

- 2-1 문항에서 우극한과 좌극한이 존재하지만 서로 일치하지 않는 두 함수를 다양하게 구성하여 제시할 수 있습니다.
- 2-1 (1) 문항에서는 수학 교과에 대한 학생들의 학업 성취 수준에 따라 함수식을 정리하는 과정의 포함 유무를 판단할 필요가 있습니다.
- 2-1 (2) 문항에서는 함수의 극한에 대한 성질에서 두 함수의 극한이 각각 존재하여야 함을 한번 더 인지할 수 있는 상황을 제시하는 것이 좋습니다.
- 2-2 문항에서는 학생들에게 친숙한 일차함수나 이차함수에서 같은 상황을 접하도록 한 후, 일반적인 다항함수까지 확장하도록 할 수 있습니다.
- 2-2 문항의 경우 수학 I 에서 학습한 수학적 귀납법에 관한 문항으로 변경하여 질문할 수도 있습니다.
- 2-2 문항은 연속함수의 성질에서도 활용할 수 있으나, 함숫값을 이용하여 다항함수의 극한값을 구할 수 있음을 확인하는 기회를 갖도록 할 필요가 있습니다.

○·· 채점 기준

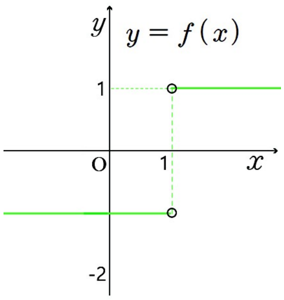
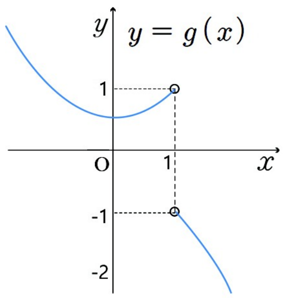
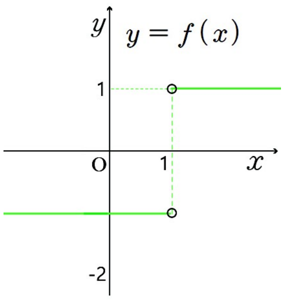
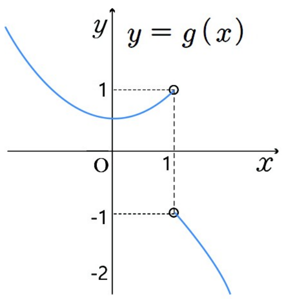
<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="10">서
2-1
(1)</td><td rowspan="10">함수의 극한에
대한 성질
이해하기</td><td rowspan="2">4점</td><td colspan="2">함수 $f(x)$ 의 식을 정리하고(㉠) $y=f(x)$ 그래프를 그리고(㉡), 함수 $g(x)$ 의 식을 정리하고(㉢) $y=g(x)$ 의 그래프를 그린(㉣) 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>$f(x)=\begin{cases} -1 & (x<1) \\ 1 & (x>1) \end{cases}$, $g(x)=\begin{cases} \frac{x^2+1}{2} & (x<1) \\ -\frac{x^2+1}{2} & (x>1) \end{cases}$
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3점</td><td colspan="2">㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 중 세 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>$f(x)=\begin{cases} -1 & (x<1) \\ 1 & (x>1) \end{cases}$, $g(x)=\begin{cases} \frac{x^2+1}{2} & (x<1) \\ -\frac{x^2+1}{2} & (x>1) \end{cases}$
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 중 두 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>$f(x)=\begin{cases} -1 & (x<1) \\ 1 & (x>1) \end{cases}$, $g(x)=\begin{cases} \frac{x^2+1}{2} & (x<1) \\ -\frac{x^2+1}{2} & (x>1) \end{cases}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 중 한 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>$f(x)=\begin{cases} -1 & (x<1) \\ 1 & (x>1) \end{cases}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 모두 올바르게 서술하지 못하거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>미작성</td></tr>
<tr><td rowspan="4">서
2-1
(2)</td><td rowspan="4">함수의 극한에
대한 성질
이해하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">함수의 극한에 대한 성질이 성립하기 위한 기본 조건이 만족하지 않으므로 계산과정이 틀렸음을 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>계산과정이 옳지 않다. 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 $x=0$ 에서 각각 수렴하지 않으므로
$\lim_{x\to 0} f(x)+\lim_{x\to 0} g(x)=\lim_{x\to 0}\{f(x)+g(x)\}$ 가 성립할 수 없다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">계산과정이 틀렸음을 인지하였으나 그 이유를 설명하지 못하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>계산과정이 옳지 않다.</td></tr>
</table>

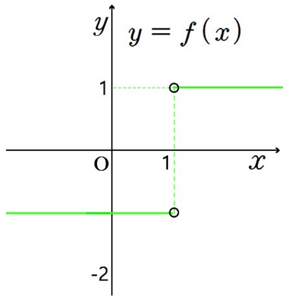
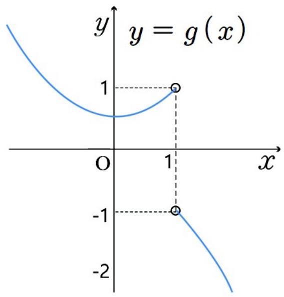
<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">계산과정이 옳다고 하였거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>계산과정 및 결과가 타당하다.</td></tr>
<tr><td rowspan="6">서
2-2
(1)</td><td rowspan="6">함수의 극한에
대한 성질
활용하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 $\lim_{x \to p} cx^n = cp^n$ 임을 증명하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>$\lim_{x \to p} x = p$ 이므로
$\lim_{x \to p} x^n = \lim_{x \to p} (x \times x \times \cdots \times x)$
$= \lim_{x \to p} x \times \lim_{x \to p} x \times \cdots \times \lim_{x \to p} x$
$= p \times p \times \cdots \times p = p^n$
그러므로 $\lim_{x \to p} cx^n = c \lim_{x \to p} x^n = cp^n$ 이 성립한다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 $\lim_{x \to p} cx^n = cp^n$ 임을 증명하는 과정에서 설명이 다소 부족할 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>$\lim_{x \to p} x = p$ 이므로 $\lim_{x \to p} x^n = \lim_{x \to p} p^n$ 이다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">함수의 극한에 대한 성질을 이해하지 못하였거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>미작성</td></tr>
<tr><td rowspan="6">서
2-2
(2)</td><td rowspan="6">함수의 극한에
대한 성질
활용하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 $\lim_{x \to p} f(x) = f(p)$ 임을 증명하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>(1)에 의하여 $\lim_{x \to p} cx^n = cp^n$ 이므로
$\lim_{x \to p} f(x) = \lim_{x \to p} \left(a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0\right)$
$= \lim_{x \to p} a_n x^n + \lim_{x \to p} a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + \lim_{x \to p} a_1 x + \lim_{x \to p} a_0$
$= a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \cdots + a_1 p + a_0$
그러므로 $\lim_{x \to p} f(x) = f(p)$ 가 성립한다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 $\lim_{x \to p} f(x) = f(p)$ 임을 증명하는 과정에서 설명이 다소 부족할 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>(1)에 의하여 $\lim_{x \to p} cx^n = cp^n$ 이므로
$\lim_{x \to p} f(x) = \lim_{x \to p} \left(a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0\right) = f(p)$ 가 성립한다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">함수의 극한에 대한 성질을 이해하지 못하였거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>미작성</td></tr>
</table>

>> 채점 시 유의점

- 학생들의 수준에 따라 문항의 의미와 해결과정에 대한 힌트를 제공할 수 있으므로 채점 기준을 변경할 수 있습니다.
- 2-1 (1) 문항은 함수의 표현 또는 함수의 그래프의 표현에서 다소 부족함이 있더라도, $x = 1$ 에서 우극한과 좌극한이 각각 존재하지만 서로 일치하는 않는 상황임을 표현하고 있을 경우 부분 점수를 부여할 수 있습니다.
- 2-1 (2) 문항에서는 $\lim_{x \to a} f(x) + \lim_{x \to a} g(x)$ 와 $\lim_{x \to a} \{f(x) + g(x)\}$ 를 구분하고 있을 경우 부분 점수를 부여할 수 있습니다.
- 2-2 문항은 주어진 조건에 의하여 각각의 극한이 수렴함을 언급하지 않더라도 정답으로 인정할 수 있습니다.

○·· 예시 답안

문항	척도/배점	예시답안
서 2-1 (1)	4점	$f(x)=\begin{cases}-1 & (x<1)\\ 1 & (x>1)\end{cases}$, $g(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+1}{2} & (x<1)\\ -\dfrac{x^2+1}{2} & (x>1)\end{cases}$  
	3점	$f(x)=\begin{cases}-1 & (x<1)\\ 1 & (x>1)\end{cases}$, $g(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+1}{2} & (x<1)\\ -\dfrac{x^2+1}{2} & (x>1)\end{cases}$ 
	3점	$f(x)=\begin{cases}-1 & (x<1)\\ 1 & (x>1)\end{cases}$, $g(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+1}{2} & (x<1)\\ -\dfrac{x^2+1}{2} & (x>1)\end{cases}$ 
	2점	$f(x)=\begin{cases}-1 & (x<1)\\ 1 & (x>1)\end{cases}$, $g(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+1}{2} & (x<1)\\ -\dfrac{x^2+1}{2} & (x>1)\end{cases}$

문항	척도/배점	예시답안
		$f(x)=\begin{cases}-1 & (x<1)\\ 1 & (x>1)\end{cases}$ 
		$g(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+1}{2} & (x<1)\\ -\dfrac{x^2+1}{2} & (x>1)\end{cases}$ 
	1점	$f(x)=\begin{cases}-1 & (x<1)\\ 1 & (x>1)\end{cases}$
		$g(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+1}{2} & (x<1)\\ -\dfrac{x^2+1}{2} & (x>1)\end{cases}$
	0점	• 미작성 또는 오답
서 2-1 (2)	2점	계산과정이 옳지 않다. 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 $x=0$에서 각각 수렴하지 않으므로 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)+\lim\limits_{x\to 0}g(x)=\lim\limits_{x\to 0}\{f(x)+g(x)\}$가 성립할 수 없다.
	1점	계산과정이 옳지 않다.
	0점	계산과정 및 결과가 타당하다. • 미작성 또는 오답
서 2-2 (1)	2점	$\lim\limits_{x\to p}x=p$이므로 $\lim\limits_{x\to p}x^n=\lim\limits_{x\to p}(x\times x\times\cdots\times x)$ $=\lim\limits_{x\to p}x\times\lim\limits_{x\to p}x\times\cdots\times\lim\limits_{x\to p}x$ $=p\times p\times\cdots\times p=p^n$ 그러므로 $\lim\limits_{x\to p}cx^n=c\lim\limits_{x\to p}x^n=cp^n$이 성립한다.
	1점	$\lim\limits_{x\to p}x=p$이므로 $\lim\limits_{x\to p}x^n=\lim\limits_{x\to p}p^n$이다.
	0점	• 미작성 또는 오답
서 2-2 (2)	2점	(1)에 의하여 $\lim\limits_{x\to p}cx^n=cp^n$이므로 $\lim\limits_{x\to p}f(x)=\lim\limits_{x\to p}\left(a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0\right)$ $=\lim\limits_{x\to p}a_nx^n+\lim\limits_{x\to p}a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+\lim\limits_{x\to p}a_1x+\lim\limits_{x\to p}a_0$ $=a_np^n+a_{n-1}p^{n-1}+\cdots+a_1p+a_0$ 그러므로 $\lim\limits_{x\to p}f(x)=f(p)$가 성립한다.

문항	척도/배점	예시답안
	1점	(1)에 의하여 $\lim_{x \to p} cx^n = cp^n$ 이므로 $\lim_{x \to p} f(x) = \lim_{x \to p}(a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0) = f(p)$ 가 성립한다.
	0점	• 미작성 또는 오답

○·· 평가에 따른 피드백

수준	피드백
상	• 주어진 함수의 식을 정리하여 그 그래프를 정확히 나타내고 있습니다. 함수의 극한에 대한 성질이 성립하기 위한 조건을 정확히 인지하고 있으며, 함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 다항함수의 극한값을 구하는 과정을 이해하고 설명할 수 있습니다.
중	• 주어진 함수의 식을 정리하는 과정에서 다소 아쉬움이 있습니다. 절댓값의 개념을 이용하여 함수식을 정리하는 연습을 할 필요가 있습니다. 함수의 극한에 대한 성질이 성립하기 위한 조건을 인지하고 있으며, 함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 다항함수의 극한값을 구하는 과정을 이해하고 설명할 수 있습니다. • 주어진 함수의 식을 정리하여 그 그래프를 정확히 나타내고 있습니다. 함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 다항함수의 극한값을 구하는 과정을 이해하고 설명할 수 있으나 함수의 극한에 대한 성질이 성립하기 위한 전제 조건에 대한 이해가 다소 부족합니다. 수학에서 여러 가지 성질에 대한 학습을 할 때에는 어떠한 조건에서 그 성질이 성립하는 지를 자세히 살펴볼 필요가 있습니다. • 주어진 함수의 식을 정리하여 그 그래프를 정확히 나타내고 있습니다. 함수의 극한에 대한 성질이 성립하기 위한 조건을 정확히 인지하고 있으나 함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 다항함수의 극한값을 구하는 과정을 설명하는데 다소 아쉬움이 있습니다. 우선, 다항함수의 정의를 학습하고, 제시된 다항함수의 식의 의미를 한번 더 살펴볼 필요가 있습니다.
하	• 절댓값이 포함된 함수의 식을 정리하는데 아쉬움이 있습니다. 절댓값의 정의를 학습하고 절댓값이 포함된 여러 가지 형태의 함수에 대한 연습이 필요합니다. 우극한과 좌극한의 개념을 포함한 함수의 극한에 대한 학습이 필요합니다. 함수의 극한값에 대한 성질을 어떤 경우에 이용할 수 있는지 여러 가지 예제를 통하여 학습할 필요가 있습니다.

» 피드백 작성 시 유의점

- 실제 서·논술형 과제를 실행하고 학생에게 피드백을 줄 때는 학생이 작성한 답안의 구체적인 문장이나 표현을 인용하면서 채점 기준에 근거해 잘 작성된 부분을 칭찬하는 것이 좋습니다. 또한, 부족한 부분에 대해서는 반드시 포함되어야 하는 표현이 무엇인지를 명확히 알려주어 이를 발판삼아 수정된 답안을 작성해볼 수 있도록 독려합니다.
- 부족한 부분에 대해서도 구체적으로 지적하여 주되, 학생의 성취 수준에 따라 힌트를 주거나, 직접 답을 알려주거나, 보충 자료를 찾아볼 수 있게 하는 등 다양한 수준으로 피드백 하도록 합니다.
- 2-1 (1) 문항은 절댓값이 포함된 함수의 식을 정리하는 방법과 그 이유에 대하여 피드백을 하도록 합니다.
- 2-1 (2) 문항은 함수의 극한에 대한 성질이 성립하기 위한 조건 및 그 성질을 한번 살펴본 후, 계산과정을 단계별로 확인하며 학생들에게 피드백 하도록 합니다.
- 2-2 문항의 결과는 앞으로 학습하게 될 다항함수의 연속성 및 미분과 적분을 위한 기본 개념임을 알려주며 함수의 극한에 대한 성질이 이용되는 과정을 피드백 하도록 합니다.

평가 문항 3(서술형)

(산술평균과 기하평균)

$A > 0$, $B > 0$ 일 때, 부등식

$$\frac{A+B}{2} \geq \sqrt{AB} \quad \cdots \text{(A)}$$

가 성립한다. (단, 등호는 $A = B$ 일 때 성립)

이 때, $\frac{A+B}{2}$, $\sqrt{AB}$ 를 각각 A 와 B 의 산술평균, 기하평균이라 한다.

3. 다음 물음에 답하시오. (8점)

(1) $A > 0$, $B > 0$ 일 때 $\frac{1}{A} > 0$, $\frac{1}{B} > 0$ 이므로 부등식 (A)를 이용하여

$$\frac{2AB}{A+B} \leq \sqrt{AB} \quad \cdots \text{(B)}$$

가 성립함을 보이시오.

(2) 부등식 (A), (B)와 $A = x + a$, $B = x + b$ 를 이용하여 $A > 0$, $B > 0$ 인 x 에 대하여

$$\frac{(a+b)x + 2ab}{2x + a + b} \leq \sqrt{(x+a)(x+b)} - x \leq \frac{a+b}{2}$$

가 성립함을 보이시오. (단, a, b 는 상수)

(3) (2)의 부등식을 이용하여 극한값 $\lim_{x \to \infty}\{\sqrt{(x+a)(x+b)} - x\}$ 를 구하시오.

활용 Tip !

- 3 문항의 제시문에서 여러 가지 절대부등식을 설명하고 부등식을 이용하는 문항을 함께 구성하여 제시할 수 있습니다.
- 3 (2) 문항의 경우, 상수 a, b 의 값이 큰 수인 경우에도 $A > 0$, $B > 0$ 를 만족시키는 x 에 대한 부등식임을 안내하도록 합니다.
- 3 (3) 문항의 경우, 분수식으로 주어진 함수의 극한값 계산에 대한 문항으로 구성하여 학생들에게 제시할 수 있습니다.

○·· 채점 기준

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="6">서
3
(1)</td><td rowspan="6">절대부등식을
이용하여
부등식
증명하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">$\frac{1}{A}$, $\frac{1}{B}$를 각각 부등식 (A)의 A, B에 대입하여 부등식 (B)를 증명한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>$\frac{1}{A}$, $\frac{1}{B}$를 각각 부등식 (A)의 A, B에 대입하면
$\dfrac{\frac{1}{A}+\frac{1}{B}}{2} \geq \sqrt{\frac{1}{A}\cdot\frac{1}{B}}$
이므로
$\dfrac{A+B}{2AB} \geq \dfrac{1}{\sqrt{AB}}$
그러므로 $\dfrac{2AB}{A+B} \leq \sqrt{AB}$가 성립한다.
$\frac{1}{A}=\frac{1}{B}$이므로 $A=B$
단, 등호는 $A=B$일 때 성립한다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">$\frac{1}{A}$, $\frac{1}{B}$를 각각 부등식 (A)의 A, B에 대입하여 부등식 (B)를 증명하는 과정에서 설명이 다소 부족할 경우, 부등식의 등호 성립 조건에 대한 판단이 없는 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>$\frac{1}{A}$, $\frac{1}{B}$를 각각 부등식 (A)의 A, B에 대입하면
$\dfrac{\frac{1}{A}+\frac{1}{B}}{2} \geq \sqrt{\frac{1}{A}\cdot\frac{1}{B}}$
이므로
$\dfrac{A+B}{2AB} \geq \dfrac{1}{\sqrt{AB}}$
그러므로 $\dfrac{2AB}{A+B} \leq \sqrt{AB}$가 성립한다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">부등식 (B)를 증명하지 못하거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>미작성 또는 오답</td></tr>
<tr><td rowspan="2">서
3
(2)</td><td rowspan="2">부등식을
이용하여 식을
정리하기</td><td rowspan="2">4점</td><td colspan="2">부등식 (A), (B)와 $A=x+a$, $B=x+b$를 이용하여 주어진 부등식(1), (2)를 증명한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>부등식 (A)에 $A=x+a$, $B=x+b$를 대입하면
$\dfrac{(x+a)+(x+b)}{2} \geq \sqrt{(x+a)(x+b)}$
이므로 양 변에 각각 $-x$를 더하면
$\dfrac{2x+a+b}{2}-x \geq \sqrt{(x+a)(x+b)}-x$
이므로
$\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{(x+a)(x+b)}-x$ ⋯ (1)
가 성립한다. 또한 부등식 (B)에 $A=x+a$, $B=x+b$를 대입하면
$\dfrac{2(x+a)(x+b)}{(x+a)+(x+b)} \leq \sqrt{(x+a)(x+b)}$
이므로 양 변에 각각 $-x$를 더하면
$\dfrac{2x^2+2(a+b)x+2ab}{2x+a+b}-x \leq \sqrt{(x+a)(x+b)}-x$
이므로</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="9"></td><td rowspan="9"></td><td></td><td></td><td>$$\frac{(a+b)x+2ab}{2x+a+b} \le \sqrt{(x+a)(x+b)}-x \ \cdots \ (2)$$
가 성립한다.
(1), (2)에 의하여
$$\frac{(a+b)x+2ab}{2x+a+b} \le \sqrt{(x+a)(x+b)}-x \le \frac{a+b}{2}$$
이 성립한다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3점</td><td colspan="2">부등식 (A), (B)와 $A=x+a$, $B=x+b$를 이용하여 주어진 부등식(1), (2) 중 하나의 증명을 완성하지 못한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>부등식 (A)에 $A=x+a$, $B=x+b$를 대입하면
$$\frac{(x+a)+(x+b)}{2} \ge \sqrt{(x+a)(x+b)}$$
이므로 양 변에 각각 $-x$를 더하면
$$\frac{2x+a+b}{2}-x \ge \sqrt{(x+a)(x+b)}-x$$
이므로
$$\frac{a+b}{2} \ge \sqrt{(x+a)(x+b)}-x \ \cdots \ (1)$$
가 성립한다. 또한 부등식 (B)에 $A=x+a$, $B=x+b$를 대입하면
$$\frac{2(x+a)(x+b)}{(x+a)+(x+b)} \le \sqrt{(x+a)(x+b)}$$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">부등식 (A), (B)와 $A=x+a$, $B=x+b$를 이용하여 주어진 부등식(1), (2) 중 하나의 증명만 완성하였거나 부등식 (1), (2) 모두 증명을 시도하였으나 완성하지 못한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>부등식 (A)에 $A=x+a$, $B=x+b$를 대입하면
$$\frac{(x+a)+(x+b)}{2} \ge \sqrt{(x+a)(x+b)}$$
이므로 양 변에 각각 $-x$를 더하면
$$\frac{2x+a+b}{2}-x \ge \sqrt{(x+a)(x+b)}-x$$
이므로
$$\frac{a+b}{2} \ge \sqrt{(x+a)(x+b)}-x \ \cdots \ (1)$$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">부등식 (A), (B)와 $A=x+a$, $B=x+b$를 이용하여 주어진 부등식(1), (2) 중 하나도 증명을 완성하지 못한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>부등식 (A)에 $A=x+a$, $B=x+b$를 대입하면
$$\frac{(x+a)+(x+b)}{2} \ge \sqrt{(x+a)(x+b)}$$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">부등식 (A), (B)에 대한 이해를 못하였거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>미작성 또는 오답</td></tr>
</table>

문항	평가 요소	척도/배점	기대 수행	
서 3 (3)	함수의 극한의 대소 관계를 이용하여 극한값 구하기	2점	(2)의 부등식과 함수의 극한의 대소관계를 이용하여 주어진 극한값을 구한 경우	
			예시답안	(2)에 의하여 $\dfrac{(a+b)x+2ab}{2x+a+b} \le \sqrt{(x+a)(x+b)}-x \le \dfrac{a+b}{2}$ 이 성립하고 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{a+b}{2}=\dfrac{a+b}{2}$, $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(a+b)x+2ab}{2x+a+b}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{a+b+\dfrac{2ab}{x}}{2+\dfrac{a+b}{x}}=\dfrac{a+b}{2}$ 이므로 함수의 극한의 대소관계에 의하여 $\lim\limits_{x\to\infty}\{\sqrt{(x+a)(x+b)}-x\}=\dfrac{a+b}{2}$ 이다.
		1점	함수의 극한의 대소관계를 이해하지 못하고 주어진 극한값을 구한 경우	
			예시답안	$\lim\limits_{x\to\infty}\{\sqrt{(x+a)(x+b)}-x\}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\{x^2+(a+b)x+ab\}-x^2}{\sqrt{x^2+(a+b)x+ab}+x}$ $=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(a+b)x+ab}{\sqrt{x^2+(a+b)x+ab}+x}$ $=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{a+b+\dfrac{ab}{x}}{\sqrt{1+\dfrac{a+b}{x}+\dfrac{ab}{x^2}}+1}$ $=\dfrac{a+b}{2}$
		0점	함수의 극한값을 계산하지 못하거나 미작성한 경우	
			예시답안	미작성 또는 오답

›› 채점 시 유의점

- 학생들의 수준에 따라 문항의 의미와 해결과정에 대한 힌트를 제공할 수 있으므로 채점 기준을 변경할 수 있습니다.
- 3 (1) 문항은 절대부등식(산술평균과 기하평균)을 이용한 식의 변형에 대한 문항으로 등호가 성립하기 위한 조건의 판단 유무에 따라 부분점수를 부여할 수 있습니다. (조화평균에 대한 언급은 굳이 필요 없을 것으로 판단합니다.)
- 3 문항은 극한값의 대소관계를 이용하여 극한값을 구하는 과정을 보여주는 문항으로 3 (3)에서 유리화 과정으로 극한값을 계산하였을 경우에는 문항의 흐름을 이해하지 못하였으므로 최소 점수를 부여하도록 합니다.

○·· 예시 답안

<table>
<tr><th>문항</th><th>척도/배점</th><th>예시답안</th></tr>
<tr><td rowspan="3">서
3
(1)</td><td>2점</td><td>$\frac{1}{A}$, $\frac{1}{B}$ 를 각각 부등식 (A)의 A, B에 대입하면
$\frac{\frac{1}{A}+\frac{1}{B}}{2} \geq \sqrt{\frac{1}{A}\cdot\frac{1}{B}}$
이므로
$\frac{A+B}{2AB} \geq \frac{1}{\sqrt{AB}}$
그러므로 $\frac{2AB}{A+B} \leq \sqrt{AB}$ 가 성립한다.
$\frac{1}{A}=\frac{1}{B}$ 이므로 $A=B$
단, 등호는 $A=B$일 때 성립한다.</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>$\frac{1}{A}$, $\frac{1}{B}$ 를 각각 부등식 (A)의 A, B에 대입하면
$\frac{\frac{1}{A}+\frac{1}{B}}{2} \geq \sqrt{\frac{1}{A}\cdot\frac{1}{B}}$
이므로
$\frac{A+B}{2AB} \geq \frac{1}{\sqrt{AB}}$
그러므로 $\frac{2AB}{A+B} \leq \sqrt{AB}$ 가 성립한다.</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>• 미작성 또는 오답</td></tr>
<tr><td>서
3
(2)</td><td>4점</td><td>부등식 (A)에 $A=x+a$, $B=x+b$를 대입하면
$\frac{(x+a)+(x+b)}{2} \geq \sqrt{(x+a)(x+b)}$
이므로 양 변에 각각 $-x$를 더하면
$\frac{2x+a+b}{2}-x \geq \sqrt{(x+a)(x+b)}-x$
이므로
$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{(x+a)(x+b)}-x$ ⋯ (1)
가 성립한다. 또한 부등식 (B)에 $A=x+a$, $B=x+b$를 대입하면
$\frac{2(x+a)(x+b)}{(x+a)+(x+b)} \leq \sqrt{(x+a)(x+b)}$
이므로 양 변에 각각 $-x$를 더하면
$\frac{2x^2+2(a+b)x+2ab}{2x+a+b}-x \leq \sqrt{(x+a)(x+b)}-x$
이므로
$\frac{(a+b)x+2ab}{2x+a+b} \leq \sqrt{(x+a)(x+b)}-x$ ⋯ (2)
가 성립한다.
(1), (2)에 의하여
$\frac{(a+b)x+2ab}{2x+a+b} \leq \sqrt{(x+a)(x+b)}-x \leq \frac{a+b}{2}$
이 성립한다.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>문항</th><th>척도/배점</th><th>예시답안</th></tr>
<tr><td rowspan="4"></td><td>3점</td><td>부등식 (A)에 $A = x + a$, $B = x + b$를 대입하면
$\dfrac{(x+a)+(x+b)}{2} \geq \sqrt{(x+a)(x+b)}$
이므로 양 변에 각각 $-x$를 더하면
$\dfrac{2x+a+b}{2} - x \geq \sqrt{(x+a)(x+b)} - x$
이므로
$\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{(x+a)(x+b)} - x \cdots$ (1)
가 성립한다. 또한 부등식 (B)에 $A = x + a$, $B = x + b$를 대입하면
$\dfrac{2(x+a)(x+b)}{(x+a)+(x+b)} \leq \sqrt{(x+a)(x+b)}$</td></tr>
<tr><td>2점</td><td>부등식 (A)에 $A = x + a$, $B = x + b$를 대입하면
$\dfrac{(x+a)+(x+b)}{2} \geq \sqrt{(x+a)(x+b)}$
이므로 양 변에 각각 $-x$를 더하면
$\dfrac{2x+a+b}{2} - x \geq \sqrt{(x+a)(x+b)} - x$
이므로
$\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{(x+a)(x+b)} - x \cdots$ (1)</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>부등식 (A)에 $A = x + a$, $B = x + b$를 대입하면
$\dfrac{(x+a)+(x+b)}{2} \geq \sqrt{(x+a)(x+b)}$</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>• 미작성 또는 오답</td></tr>
<tr><td rowspan="3">서
3
(3)</td><td>2점</td><td>(2)에 의하여
$\dfrac{(a+b)x+2ab}{2x+a+b} \leq \sqrt{(x+a)(x+b)} - x \leq \dfrac{a+b}{2}$
이 성립하고
$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{a+b}{2} = \dfrac{a+b}{2}$,
$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(a+b)x+2ab}{2x+a+b} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{a+b+\dfrac{2ab}{x}}{2+\dfrac{a+b}{x}} = \dfrac{a+b}{2}$
이므로 함수의 극한의 대소관계에 의하여
$\lim\limits_{x\to\infty} \left\{\sqrt{(x+a)(x+b)} - x\right\} = \dfrac{a+b}{2}$
이다.</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>$\lim\limits_{x\to\infty} \left\{\sqrt{(x+a)(x+b)} - x\right\} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\{x^2+(a+b)x+ab\}-x^2}{\sqrt{x^2+(a+b)x+ab}+x}$
$= \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(a+b)x+ab}{\sqrt{x^2+(a+b)x+ab}+x}$
$= \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{a+b+\dfrac{ab}{x}}{\sqrt{1+\dfrac{a+b}{x}+\dfrac{ab}{x^2}}+1}$
$= \dfrac{a+b}{2}$</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>• 미작성 또는 오답</td></tr>
</table>

○·· 평가에 따른 피드백

수준	피드백
상	• 절대부등식을 이해하고 이를 이용할 수 있습니다. 문항의 흐름을 이해하고 있으며, 함수의 극한의 대소관계를 이용한 극한값 계산을 활용할 수 있습니다.
중	• 절대부등식에 대한 이해가 다소 부족합니다. 식을 정리하는 과정에 대한 연습이 필요합니다. • 절대부등식을 이용하고 이를 이용할 수 있습니다. 다만, 문항의 흐름에 대한 이해가 다소 부족하여 연결된 문항에 대한 접근에 어려움을 보입니다. 각 문항 사이의 관계(공통점, 차이점 등)에 대한 이해를 할 수 있는 연습이 필요합니다. 극한값의 계산을 다양한 방법으로 시도할 수 있음을 깨달을 필요가 있습니다.
하	• 절대부등식에 대한 이해가 부족하므로 구체적인 값을 통해 부등식이 성립하기 위한 조건 및 부등식의 결과를 확인하도록 합니다. 문항의 전체적인 방향이 무엇인지 이해할 수 있도록 여러 사람의 해결 방안을 적극적으로 경청할 필요가 있습니다.

≫ 피드백 작성 시 유의점

- 실제 서·논술형 과제를 실행하고 학생에게 피드백을 줄 때는 학생이 작성한 답안의 구체적인 문장이나 표현을 인용하면서 채점 기준에 근거해 잘 작성된 부분을 칭찬하는 것이 좋습니다. 또한, 부족한 부분에 대해서는 반드시 포함되어야 하는 표현이 무엇인지를 명확히 알려주어 이를 발판삼아 수정된 답안을 작성해볼 수 있도록 독려합니다.
- 부족한 부분에 대해서도 구체적으로 지적하여 주되, 학생의 성취 수준에 따라 힌트를 주거나, 직접 답을 알려주거나, 보충 자료를 찾아볼 수 있게 하는 등 다양한 수준으로 피드백을 주어야 합니다.
- 3 문항을 통하여 경험할 수 있는 전체적인 방향에 대하여 피드백을 하도록 합니다.
- 3 (1) 문항은 절대부등식을 상수 형태에서만 이용해야 하는 것이 아님을 학생들에게 피드백 하도록 합니다.
- 3 (3) 문항과 같은 방법으로 여러 가지 극한값 계산을 시도해 볼 수 있도록 독려해 볼 수 있습니다.

4. 서·논술 문항의 지필평가 적용

○·· 지필평가 적용을 위한 Tip

평가문항 1과 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가문항 1-1과 1-2에서 함수의 극한에 대한 기호 및 그 기호와 관련된 명제를 같이 제시할 수 있습니다.
- 평가문항 1-2와 반대로 해당 명제의 참과 거짓 따른 함수의 예를 구하도록 제시할 수 있습니다.
- 지필평가 문항과 채점기준의 예시는 다음과 같습니다.

서술형

함수 $f(x)$에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(1) $\lim_{x \to a} f(x) = L$ (L은 상수)가 의미하는 내용을 적으시오.

(2) (1)에서 적은 내용을 바탕으로 명제

'$\lim_{x \to a} f(x) = L$ 이면 $f(x)$는 L에 한없이 가까워질 뿐 $f(x) \neq L$ 이다.'

에 대한 참과 거짓을 구별하여 그 이유를 설명하고 함수의 예를 드시오.

평가 요소	척도/배점		기대 수행
함수의 극한에 대한 정의 및 기호 이해하기	(1) 2점	2점	함수의 극한에 대한 정의에서 x가 a와 다른 값을 가져야 함을 서술하였을 경우
		1점	x가 a와 다른 값을 가져야 함을 서술하지 않았을 경우
		0점	미작성 및 그 외의 오답
	(2) 2점	2점	명제가 거짓임을 판단하고, 반례를 제시한 경우
		1점	명제가 거짓임을 판단하였으나 반례를 제시하지 못한 경우
		0점	미작성 및 그 외의 오답

평가문항 2-2와 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가문항 2-2를 이용하여 분수함수에 대한 문항으로 제시할 수 있습니다.
- 지필평가 문항과 채점기준의 예시는 다음과 같습니다.

서술형

함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 함수 $f(x)=x^2+ax+b$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오. (단, a , b 는 상수)

(1) $\lim_{x \to p} x = p$ 임을 이용하여 $\lim_{x \to p} f(x) = f(p)$ 임을 보이시오.

(2) 함수 $g(x) = \dfrac{x+c}{f(x)}$ 에 대하여 $\lim_{x \to p} g(x) = g(p)$ 임을 보이시오. (단, $a^2 < 4b$ 이고, c 는 상수이다.)

평가 요소	척도/배점		기대 수행
수학적 귀납법 및 함수의 극한에 대한 성질 이해하기	(1) 2점	2점	함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 $\lim_{x \to p} f(x) = f(p)$ 임을 증명한 경우
		1점	함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 $\lim_{x \to p} f(x) = f(p)$ 임을 증명하는 과정에서 설명이 다소 부족할 경우
		0점	미작성 및 그 외의 오답
	(2) 2점	2점	함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 $\lim_{x \to p} g(x) = g(p)$ 임을 증명한 경우
		1점	함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 $\lim_{x \to p} g(x) = g(p)$ 임을 증명하는 과정에서 설명이 다소 부족할 경우
		0점	미작성 및 그 외의 오답

평가문항 3과 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가문항 3의 (2), (3)을 이용하여 함수의 극한의 대소관계를 이용하는 문항을 제시할 수 있습니다.
- 지필평가 문항과 채점기준의 예시는 다음과 같습니다.

서술형

$x>0$ 인 실수 x 에 대하여 부등식 $\dfrac{2x^2+6x+4}{2x+3} \le \sqrt{x^2+3x+2} \le \dfrac{2x+5}{2}$ 가 성립함을 이용하여 $\lim_{x \to \infty}\left\{\sqrt{x^2+3x+2}-x\right\}$ 의 값을 구하시오.

평가 요소	척도/배점		기대 수행
함수의 대소관계를 이용하여 극한값 구하기	2점	2점	제시된 부등식과 함수의 극한의 대소관계를 이용하여 주어진 극한값을 구한 경우
		1점	제시된 부등식과 함수의 극한의 대소관계를 이용하지 못하고 주어진 극한값을 구한 경우
		0점	미작성 및 그 외의 오답

서·논술형

평가도구 자료집

09

적분의 활용

09

적분의 활용

1. 과제 개요

<table>
<tr><td>학교급</td><td>고등학교</td><td colspan="2">학년/학년군</td><td>2학년</td></tr>
<tr><td>교과군</td><td>수학</td><td colspan="2">과목명</td><td>수학 II</td></tr>
<tr><td>과제명</td><td colspan="4">적분의 활용</td></tr>
<tr><td rowspan="3">성취기준 및 평가기준</td><td rowspan="3">[12수학 II 03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
[12수학 II 03-06] 속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있다.</td><td>상</td><td colspan="2">정적분을 활용하여 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
수직선 위를 움직이는 점의 속도와 거리에 대한 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>중</td><td colspan="2">정적분을 활용하여 $f(x) \ge g(x)$ 일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
정적분을 활용하여 수직선 위를 움직이는 점의 위치 및 이동거리와 관련된 기본 문제를 해결할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>하</td><td colspan="2">정적분을 활용하여 곡선과 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
수직선 위를 움직이는 점의 속도가 주어졌을 때, 정적분을 활용하여 점의 위치를 구할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>교과 역량</td><td colspan="4">문제해결, 추론, 의사소통, 태도 및 실천</td></tr>
<tr><td>출제 의도</td><td colspan="4">(평가 문항 1)에서는 정적분과 관련된 수학적 표현의 의미를 이해하고 〈고등학교 수학〉의 집합과 명제 단원에서 학습했던 귀류법, 〈고등학교 수학 II〉의 미분법 단원에서 학습했던 롤의 정리를 활용하여 주어진 명제가 참임을 다양한 방법으로 증명하는 활동을 통하여 수학 문제를 해결하는 과정에서 다양한 풀이가 존재함을 느낄 수 있도록 하였다.
(평가 문항 2)에서는 정적분을 활용하여 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있고 이와 관련된 역사적 사실도 함께 알 수 있는 활동을 통하여 정적분 활용의 유용성을 느낄 수 있도록 하였다.
(평가 문항 3)에서는 주어진 문제 상황 특히, 속도와 거리에 관한 문제 상황을 적분과 관련된 기호를 활용하여 적절하게 표현할 수 있으며, 적분을 활용하여 문제를 해결할 수 있도록 하여 실생활 속의 수학의 활용성에 대하여 느낄 수 있도록 하였다.
이러한 평가 문항들을 통하여 수학 교과 역량 중 문제해결 역량, 추론 역량, 의사소통 역량, 태도 및 실천 역량을 향상시키고자 하였으며, 수학의 유용성을 느낄 수 있도록 함으로써 수학 학습에 대한 흥미도, 자기 효능감 등 정의적 역량도 함께 향상시킬 수 있다.</td></tr>
</table>

서·논술형 평가 문항	평가 영역 / 역량	평가 요소
평가 문항 1 (서술형)	정적분의 활용(넓이)/ 추론, 의사소통	• 정적분과 넓이의 관계, 귀류법을 활용하여 주어진 명제 증명하기 • 부정적분의 개념, 귀류법을 활용하여 주어진 명제 증명하기 • 롤의 정리를 활용하여 주어진 명제 증명하기
평가 문항 2 (서술형)	정적분의 활용(넓이)/ 문제해결, 추론, 의사소통, 태도 및 실천	• 직선과 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이 구하기 • 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이 구하는 방법 설명하기
평가 문항 3 (논술형)	정적분의 활용(속도와 거리)/ 문제해결, 추론, 의사소통, 태도 및 실천	• 속도 $v(t)$ 의 그래프에 대한 위치 $x(t)$ 의 그래프 그리기 • 위치 $x(t)$ 의 그래프 그릴 때 주의사항 설명하기 • 움직이는 점의 총 이동거리 및 위치 구하는 방법 설명하기

2. 교수·학습 활동 및 평가 계획

학습단계	학습 목표 (교과역량)	교수학습 활동	평가 문항	방법
1~2차시	곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다. (문제해결, 태도 및 실천)	[교사] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이 구하기 [학생(개인)] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이 구하기		개인별 평가
3차시	곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다. (추론, 의사소통)	[교사] 제시문 이해하기 [학생(개인 혹은 모둠)] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이 구하는 방법을 활용하여 주어진 명제 이해하기 [학생(개인)] 평가 문항 1-1의 정적분과 넓이, 귀류법을 활용하여 주어진 명제 증명하기 [학생(개인 혹은 모둠)] 평가 문항 1-2와 1-3의 부정적분의 개념, 귀류법, 롤의 정리를 활용하여 주어진 명제 증명하는 방법에 대하여 의견 나누기 [학생(개인)] 평가 문항 1-2와 1-3의 부정적분의 개념, 귀류법, 롤의 정리를 활용하여 주어진 명제 증명하기	평가 문항 1 [학생(개인)] 적분과 관련된 주어진 명제를 다양한 방법으로 증명하기 피드백	서술형 문항 개인별 평가
4차시	곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다. (문제해결, 추론, 의사소통, 태도 및 실천)	[교사] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이 구하기 [학생(개인 혹은 모둠)] 제시문의 수학 역사적 사실 이해하기 [학생(개인)] 평가 문항 2의 곡선과 직선, 곡선과 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이 구하기	평가 문항 2 [학생(개인)] 곡선과 직선, 곡선과 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 다양한 방법으로 구하기 피드백	서술형 문항 개인별 평가
5차시	속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있다. (문제해결, 태도 및 실천)	[교사] 속도와 거리에 대한 문제 해결하기 [학생(개인)] 속도와 거리에 대한 문제 해결하기		개인별 평가
6차시	속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있다. (문제해결, 추론, 의사소통, 태도 및 실천)	[준비학습, 전체] 움직이는 물체의 속도와 거리의 관계 상기하기 [교사] 속도와 거리에 대한 문제 해결하기 [학생(개인)] 평가 문항 3의 속도 그래프가 주어진 움직이는 물체의 위치 및 총 이동거리 구하기	평가 문항 3 [학생(개인)] 속도 그래프가 주어진 움직이는 물체의 위치 및 총 이동거리 구하기 피드백	논술형 문항 개인별 평가

3. 평가 문항

평가 문항 1(서술형)

주어진 자료를 읽고 물음에 답하시오. (12점)

(가) 명제1 : 함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 $f(x) \geq 0$ 일 때, 곡선 $y=f(x)$ 와 두 직선 $x=a$, $x=b$ 및 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 $S=\int_a^b f(x)dx$ 이다.

출처: 배종숙 외(2015), 『고등학교 수학Ⅱ』, (주)금성출판사, pp.132

(나) 어떤 명제가 참임을 증명할 때, 그 명제 또는 명제의 결론을 부정하면 모순이 생긴다는 것을 보이는 방법을 이용할 수 있다. 이와 같은 증명법을 귀류법이라고 한다. 하나의 예로 소수의 무한성을 귀류법을 통하여 증명할 수 있다.

(다) 미분가능한 함수에 대하여 성립하는 여러 정리 중 롤의 정리가 있다. 이는 다음과 같다.
명제 2 : 함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 열린구간 (a, b) 에서 미분가능할 때, $f(a)=f(b)$ 이면 $f'(c)=0$ 인 c가 열린구간 (a, b) 에 적어도 하나 존재한다.

(라) 명제 3 : 다항함수 $f(x)$ 와 두 실수 a , b $(a<b)$에 대하여 $\int_a^b f(x)dx=0$ 이면, 방정식 $f(x)=0$ 은 닫힌구간 $[a\ ,b]$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

1-1. 제시문 (가)의 명제 1과 제시문 (나)의 증명법을 이용하여 제시문 (라)의 명제 3을 증명하시오. (4점)

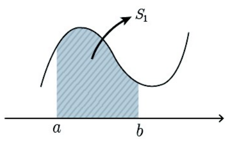
1-2. 함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면 $F'(x)=f(x)$ 임과 제시문 (나)의 증명법을 이용하여 제시문 (라)의 명제 3을 증명하시오. (5점)

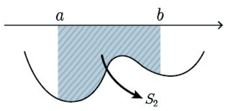
1-3. 제시문 (다)의 명제 2를 이용하여 제시문 (라)의 명제 3을 증명하시오. (3점)

›› 활용 Tip !

- 학생들의 학습 수준에 따라 1-1, 1-2, 1-3 문항의 증명의 시작 부분이나 증명 방향에 대한 힌트를 제공할 수 있습니다.
- 1-1 문항은 1-2, 1-3 문항을 증명하기 전, (라)의 명제 3을 직관적으로 이해하고 증명 과정을 추론할 수 있도록 디딤돌의 역할을 하는 것이 핵심입니다.
- 학생들이 1-2, 1-3 문항에 대한 답을 작성하기 전에 (나)의 귀류법, (다)의 롤의 정리에 대해 상기시킬 필요성이 있습니다.
- 1-3 문항에서 학생들이 (다)의 명제 2(롤의 정리)를 활용하는 것을 어려워하는 경우, 〈고등학교 수학Ⅱ〉의 미분 단원에서 증명을 요구하는 문항을 다뤄보는 경험을 먼저 제공함으로써 증명하는 방법 및 증명 과정을 서술할 수 있도록 합니다.
- 개인별 학습으로 진행이 어려운 경우, 모둠별 학습을 진행함으로써 제시문을 이해하고 증명 방향에 대해 논의를 할 수 있는 기회를 제공할 수 있습니다.

○·· 채점 기준

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="2">서
1-1</td><td rowspan="2">정적분과 넓이,
귀류법을 활용하여
주어진 명제 증명하기</td><td rowspan="2">4점</td><td colspan="2">제시문 (나)의 귀류법을 이용하여 명제 3의 결론을 부정하여(㉠, 1점), 두 가지 경우로 나누어 가정에 모순임을 보임으로써(㉡, ㉢, 각 1점), 제시문 (라)의 명제 3이 성립함(㉣, 1점)을 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>
방정식 $f(x)=0$ 이 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 실근을 갖지 않는다고 하자. 그러면 닫힌구간 $[a,b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$
또는 $f(x)<0$ 이다. …㉠
(i) $f(x)>0$ 인 경우
닫힌구간 $[a,b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$ 이면 다음과 같이 함수 $f(x)$ 의 그래프의 개형을 그려볼 수 있다.


그러므로 $\int_a^b f(x)dx$ 는 함수 $f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이 S_1 과 같고 $\int_a^b f(x)dx=S_1>0$ 이다.
$S_1 \neq 0$ 이므로 $\int_a^b f(x)dx=0$ 에 모순이다.
그러므로 주어진 명제가 성립하지 않는다. …㉡
(ii) $f(x)<0$ 인 경우
닫힌구간 $[a,b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)<0$ 이면 다음과 같이 함수 $f(x)$ 의 그래프의 개형을 그려볼 수 있다.


그러므로 $\int_a^b f(x)dx$ 와 함수 $f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이 S_2 에 대하여 $\int_a^b f(x)dx=-S_2$ 이다. 즉,
$S_2=-\int_a^b f(x)dx>0$ 이고, $S_2 \neq 0$ 이므로 $\int_a^b f(x)dx=0$ 에 모순이다.
그러므로 주어진 명제가 성립하지 않는다. …㉢
(i)과 (ii)에 의하여 다항함수 $f(x)$ 와 두 실수 a, $b\,(a<b)$에 대하여 $\int_a^b f(x)dx=0$ 이면, 방정식 $f(x)=0$ 은 닫힌구간 $[a\ ,b]$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다. …㉣
</td></tr>
</table>

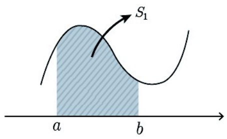
<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">3점</td><td colspan="2">㉠, ㉡, ㉢만 올바르게 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>

방정식 $f(x)=0$ 이 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 실근을 갖지 않는다고 하자. 그러면 닫힌구간 $[a, b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$

또는 $f(x)<0$ 이다. …㉠

(i) $f(x)>0$ 인 경우

닫힌구간 $[a, b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$ 이면 다음과 같이 함수 $f(x)$ 의 그래프의 개형을 그려볼 수 있다.



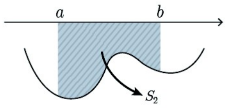
그러므로 $\int_a^b f(x)dx$ 는 함수 $f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이 S_1 과 같고 $\int_a^b f(x)dx=S_1>0$ 이다.

$S_1 \neq 0$ 이므로 $\int_a^b f(x)dx=0$ 에 모순이다.

그러므로 주어진 명제가 성립하지 않는다. …㉡

(ii) $f(x)<0$ 인 경우

닫힌구간 $[a, b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)<0$ 이면 다음과 같이 함수 $f(x)$ 의 그래프의 개형을 그려볼 수 있다.

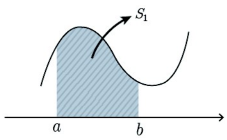
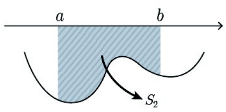


그러므로 $\int_a^b f(x)dx$ 와 함수 $f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이 S_2 에 대하여 $\int_a^b f(x)dx=-S_2$ 이다. 즉,

$S_2=-\int_a^b f(x)dx>0$ 이고, $S_2 \neq 0$ 이므로 $\int_a^b f(x)dx=0$ 에 모순이다.

그러므로 주어진 명제가 성립하지 않는다. …㉢

</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="9"></td><td rowspan="9"></td><td rowspan="3">2점</td><td colspan="2">㉠, ㉡ 또는 ㉠, ㉢만 올바르게 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td rowspan="2">예시답안</td><td>방정식 $f(x)=0$ 이 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 실근을 갖지 않는다고 하자. 그러면 닫힌구간 $[a, b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$
또는 $f(x)<0$ 이다. …㉠
(i) $f(x)>0$ 인 경우
닫힌구간 $[a, b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$ 이면 다음과 같이 함수 $f(x)$ 의 그래프의 개형을 그려볼 수 있다.

그러므로 $\int_a^b f(x)dx$ 는 함수 $f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이 S_1 과 같고 $\int_a^b f(x)dx=S_1>0$ 이다.
$S_1 \neq 0$ 이므로 $\int_a^b f(x)dx=0$ 에 모순이다.
그러므로 주어진 명제가 성립하지 않는다. …㉡</td></tr>
<tr><td>방정식 $f(x)=0$ 이 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 실근을 갖지 않는다고 하자. 그러면 닫힌구간 $[a, b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$
또는 $f(x)<0$ 이다. …㉠
(ii) $f(x)<0$ 인 경우
닫힌구간 $[a, b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)<0$ 이면 다음과 같이 함수 $f(x)$ 의 그래프의 개형을 그려볼 수 있다.

그러므로 $\int_a^b f(x)dx$ 와 함수 $f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이 S_2 에 대하여 $\int_a^b f(x)dx=-S_2$ 이다. 즉,
$S_2=-\int_a^b f(x)dx>0$ 이고, $S_2 \neq 0$ 이므로 $\int_a^b f(x)dx=0$ 에 모순이다.
그러므로 주어진 명제가 성립하지 않는다. …㉢</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">㉠만 올바르게 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>방정식 $f(x)=0$ 이 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 실근을 갖지 않는다고 하자. 그러면 닫힌구간 $[a, b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$
또는 $f(x)<0$ 이다. …㉠</td></tr>
<tr><td rowspan="3">0점</td><td colspan="2">㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 모두 올바르게 서술하지 못하거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td rowspan="2">예시답안</td><td>방정식 $f(x)=0$ 이 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 실근을 갖지 않는다고 하자.</td></tr>
<tr><td>미작성 또는 오답</td></tr>
</table>

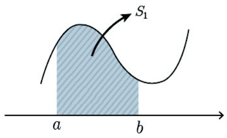
<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="9">서
1-2</td><td rowspan="9">부정적분의 개념,
귀류법을 활용하여
주어진 명제 증명하기</td><td rowspan="2">5점</td><td colspan="2">제시문 (나)의 귀류법에 따라 명제 3의 결론을 부정하여 함수 $f(x)$ 의 성질을 찾아내고(㉠, 1점), 함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하여 찾아낸 $F'(x)$ 의 성질(㉡, 1점)과 $F(x)$ 의 성질(㉢, 1점)을 통하여 주어진 조건과 모순인 성질을 찾아내어(㉣, 1점), 부정한 명제의 결론이 잘못되었음(㉤, 1점)을 증명하는 과정을 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>방정식 $f(x)=0$ 이 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 실근을 갖지 않는다고 하자. 그러면 닫힌구간 $[a,b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$ 또는 $f(x)<0$ 이다. …㉠
함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면 $F'(x)=f(x)$ 이므로
$F'(x)>0$ 또는 $F'(x)<0$ 이다. 그러므로 $F(x)$ 는 닫힌구간
$[a,b]$ 에서 증가하거나 감소한다. …㉡
$F(x)$ 는 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 증가하거나 감소하므로
$F(b)-F(a)>0$ 또는 $F(b)-F(a)<0$ 이다. …㉢
그러므로 $\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)\neq 0$ 이다. …㉣
이것은 $\int_a^b f(x)dx=0$ 에 모순이므로 방정식 $f(x)=0$ 은 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다. …㉤</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4점</td><td colspan="2">㉠, ㉡, ㉢, ㉣만 올바르게 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>방정식 $f(x)=0$ 이 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 실근을 갖지 않는다고 하자. 그러면 닫힌구간 $[a,b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$ 또는 $f(x)<0$ 이다. …㉠
함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면 $F'(x)=f(x)$ 이므로
$F'(x)>0$ 또는 $F'(x)<0$ 이다. 그러므로 $F(x)$ 는 닫힌구간
$[a,b]$ 에서 증가하거나 감소한다. …㉡
$F(x)$ 는 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 증가하거나 감소하므로
$F(b)-F(a)>0$ 또는 $F(b)-F(a)<0$ 이다. …㉢
그러므로 $\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)\neq 0$ 이다. …㉣</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3점</td><td colspan="2">㉠, ㉡, ㉢만 올바르게 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>방정식 $f(x)=0$ 이 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 실근을 갖지 않는다고 하자. 그러면 닫힌구간 $[a,b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$ 또는 $f(x)<0$ 이다. …㉠
함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면 $F'(x)=f(x)$ 이므로
$F'(x)>0$ 또는 $F'(x)<0$ 이다. 그러므로 $F(x)$ 는 닫힌구간
$[a,b]$ 에서 증가하거나 감소한다. …㉡
$F(x)$ 는 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 증가하거나 감소하므로
$F(b)-F(a)>0$ 또는 $F(b)-F(a)<0$ 이다. …㉢</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">㉠, ㉡만 올바르게 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>방정식 $f(x)=0$ 이 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 실근을 갖지 않는다고 하자. 그러면 닫힌구간 $[a,b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$ 또는 $f(x)<0$ 이다. …㉠
함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면 $F'(x)=f(x)$ 이므로
$F'(x)>0$ 또는 $F'(x)<0$ 이다. 그러므로 $F(x)$ 는 닫힌구간
$[a,b]$ 에서 증가하거나 감소한다. …㉡</td></tr>
<tr><td>1점</td><td colspan="2">㉠만 올바르게 서술하였을 경우</td></tr>
</table>

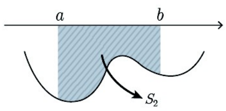
문항	평가 요소	척도/배점	기대 수행	
			예시답안	방정식 $f(x)=0$ 이 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 실근을 갖지 않는다고 하자. 그러면 닫힌 구간 $[a,b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$ 또는 $f(x)<0$ 이다. …㉠
		0점	㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ 모두 올바르게 서술하지 못하거나 미작성한 경우	
			예시답안	방정식 $f(x)=0$ 이 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 실근을 갖지 않는다고 하자.
				미작성 또는 오답
서 1-3	롤의 정리를 활용하여 주어진 명제 증명하기	3점	함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하면 $F(x)$ 도 다항함수임을 찾아내고(㉠, 1점), 롤의 정리를 이용할 수 있는 세 가지 조건(함수의 연속, 함수의 미분가능성, $F(a)=F(b)$)를 모두 찾아내어, $F'(c)=0$ 인 실수 c $(a<c<b)$가 존재함을 찾아냄(㉡, 1점)으로써, 주어진 명제가 참임을 증명(㉢, 1점)하는 과정을 서술하였을 경우	
			예시답안	함수 $f(x)$ 가 다항함수이므로 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면 $F(x)$ 도 다항함수이다. …㉠ 그러므로 $F(x)$ 는 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 연속이고 열린구간 (a,b) 에서 미분가능하다. 또한 $\int_a^b f(x)dx=0$ 이므로 $F(b)-F(a)=0$, $F(b)=F(a)$ 이다. 그러므로 롤의 정리에 의하면 $F'(c)=0$ 인 실수 c $(a<c<b)$가 적어도 하나 존재한다. …㉡ 이때, $F'(c)=f(c)=0$ 이므로 방정식 $f(x)=0$ 은 열린구간 (a,b) 에서 적어도 하나의 실근을 가진다. 따라서 $\int_a^b f(x)dx=0$ 이면 방정식 $f(x)=0$ 은 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 적어도 하나의 실근을 가진다. …㉢
		2점	㉠, ㉡만 올바르게 서술하였을 경우	
			예시답안	함수 $f(x)$ 가 다항함수이므로 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면 $F(x)$ 도 다항함수이다. …㉠ 그러므로 $F(x)$ 는 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 연속이고 열린구간 (a,b) 에서 미분가능하다. 또한 $\int_a^b f(x)dx=0$ 이므로 $F(b)-F(a)=0$, $F(b)=F(a)$ 이다. 그러므로 롤의 정리에 의하면 $F'(c)=0$ 인 실수 c $(a<c<b)$가 적어도 하나 존재한다. …㉡
		1점	㉠만 올바르게 서술하였을 경우	
			예시답안	함수 $f(x)$ 가 다항함수이므로 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면 $F(x)$ 도 다항함수이다.
		0점	㉠, ㉡, ㉢ 모두 올바르게 서술하지 못하거나 미작성한 경우	
			예시답안	미작성 또는 오답

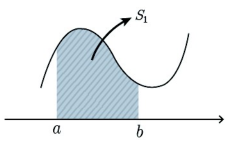
≫ 채점 시 유의점

- 학생들의 수준에 따라 증명 과정에 대한 힌트를 제공할 수 있으므로, 이에 따라 채점 기준을 변경할 수 있습니다.
- 1-1 문항에서는 학생들이 제시문 (가)의 정적분과 넓이, 함수 $f(x)$ 의 그래프의 개형을 통하여 직관적으로 명제를 이해할 수 있고 증명을 할 수 있도록 하는 것이 핵심입니다.
- 1-1, 1-2 문항에서는 제시문 (나)의 귀류법을 활용하여 결론을 부정하여 발생하는 모순이 되는 성질을 찾아 나가는 것이 핵심입니다. 이때, 정적분과 넓이, 부정적분의 정의를 활용하여 증명할 수 있도록 제시문을 이해시키는 것이 우선되어야 학생들이 원활히 증명할 수 있을 겁니다.
- 1-3 문항에서는 롤의 정리를 적용할 수 있는 세 가지 조건이 정확하게 언급되어야 합니다.

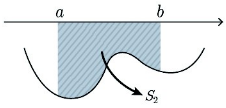
○·· 예시 답안

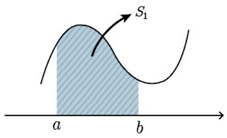
<table>
<tr><th>문항</th><th>척도/배점</th><th>예시답안</th></tr>
<tr><td rowspan="2">서
1-1</td><td>4점</td><td>• 방정식 $f(x)=0$ 이 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 실근을 갖지 않는다고 하자. 그러면 닫힌구간 $[a,b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$ 또는 $f(x)<0$ 이다.
(i) $f(x)>0$ 인 경우
닫힌구간 $[a,b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$ 이면 다음과 같이 함수 $f(x)$ 의 그래프의 개형을 그려볼 수 있다.


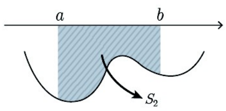
그러므로 $\int_a^b f(x)dx$ 는 함수 $f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이 S_1 과 같고
$\int_a^b f(x)dx=S_1>0$ 이다. $S_1\neq 0$ 이므로 $\int_a^b f(x)dx=0$ 에 모순이다.
그러므로 주어진 명제가 성립하지 않는다.
(ii) $f(x)<0$ 인 경우
닫힌구간 $[a,b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)<0$ 이면 다음과 같이 함수 $f(x)$ 의 그래프의 개형을 그려볼 수 있다.


그러므로 $\int_a^b f(x)dx$ 와 함수 $f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이 S_2 에 대하여
$\int_a^b f(x)dx=-S_2$ 이다. 즉, $S_2=-\int_a^b f(x)dx>0$ 이고, $S_2\neq 0$ 이므로 $\int_a^b f(x)dx=0$ 에 모순이다.
그러므로 주어진 명제가 성립하지 않는다.
(i)과 (ii)에 의하여 다항함수 $f(x)$ 와 두 실수 a , $b\,(a<b)$에 대하여 $\int_a^b f(x)dx=0$ 이면,
방정식 $f(x)=0$ 은 닫힌구간 $[a\ ,b]$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.</td></tr>
<tr><td>3점</td><td>• 방정식 $f(x)=0$ 이 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 실근을 갖지 않는다고 하자. 그러면 닫힌구간 $[a,b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$ 또는 $f(x)<0$ 이다.
(i) $f(x)>0$ 인 경우
닫힌구간 $[a,b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$ 이면 다음과 같이 함수 $f(x)$ 의 그래프의 개형을 그려볼 수 있다.


그러므로 $\int_a^b f(x)dx$ 는 함수 $f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이 S_1 과 같고
$\int_a^b f(x)dx=S_1>0$ 이다. $S_1\neq 0$ 이므로 $\int_a^b f(x)dx=0$ 에 모순이다.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>문항</th><th>척도/배점</th><th>예시답안</th></tr>
<tr><td rowspan="5"></td><td></td><td>그러므로 주어진 명제가 성립하지 않는다.
(ii) $f(x)<0$ 인 경우
닫힌구간 $[a, b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)<0$ 이면 다음과 같이 함수 $f(x)$ 의 그래프의 개형을 그려볼 수 있다.


그러므로 $\int_a^b f(x)dx$ 와 함수 $f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이 S_2 에 대하여 $\int_a^b f(x)dx = -S_2$ 이다. 즉, $S_2 = -\int_a^b f(x)dx > 0$ 이고, $S_2 \neq 0$ 이므로 $\int_a^b f(x)dx = 0$ 에 모순이다.
그러므로 주어진 명제가 성립하지 않는다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2점</td><td>• 방정식 $f(x)=0$ 이 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 실근을 갖지 않는다고 하자. 그러면 닫힌구간 $[a, b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$ 또는 $f(x)<0$ 이다.
(i) $f(x)>0$ 인 경우
닫힌구간 $[a, b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$ 이면 다음과 같이 함수 $f(x)$ 의 그래프의 개형을 그려볼 수 있다.


그러므로 $\int_a^b f(x)dx$ 는 함수 $f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이 S_1 과 같고 $\int_a^b f(x)dx = S_1 > 0$ 이다. $S_1 \neq 0$ 이므로 $\int_a^b f(x)dx = 0$ 에 모순이다.
그러므로 주어진 명제가 성립하지 않는다.</td></tr>
<tr><td>• 방정식 $f(x)=0$ 이 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 실근을 갖지 않는다고 하자. 그러면 닫힌구간 $[a, b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$ 또는 $f(x)<0$ 이다.
(ii) $f(x)<0$ 인 경우
닫힌구간 $[a, b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)<0$ 이면 다음과 같이 함수 $f(x)$ 의 그래프의 개형을 그려볼 수 있다.


그러므로 $\int_a^b f(x)dx$ 와 함수 $f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이 S_2 에 대하여 $\int_a^b f(x)dx = -S_2$ 이다. 즉, $S_2 = -\int_a^b f(x)dx > 0$ 이고, $S_2 \neq 0$ 이므로 $\int_a^b f(x)dx = 0$ 에 모순이다.
그러므로 주어진 명제가 성립하지 않는다.</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>• 방정식 $f(x)=0$ 이 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 실근을 갖지 않는다고 하자. 그러면 닫힌구간 $[a, b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$ 또는 $f(x)<0$ 이다.</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>• 방정식 $f(x)=0$ 이 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 실근을 갖지 않는다고 하자.
• 미작성 또는 오답</td></tr>
</table>

문항	척도/배점	예시답안
서 1-2	5점	• 방정식 $f(x)=0$ 이 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 실근을 갖지 않는다고 하자. 그러면 닫힌구간 $[a,b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$ 또는 $f(x)<0$ 이다. 함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면 $F'(x)=f(x)$ 이므로 $F'(x)>0$ 또는 $F'(x)<0$ 이다. 그러므로 $F(x)$ 는 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 증가하거나 감소한다. $F(x)$ 는 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 증가하거나 감소하므로 $F(b)-F(a)>0$ 또는 $F(b)-F(a)<0$ 이다. 그러므로 $\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)\neq 0$ 이다. 이것은 $\int_a^b f(x)dx=0$ 에 모순이므로 방정식 $f(x)=0$ 은 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.
	4점	• 방정식 $f(x)=0$ 이 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 실근을 갖지 않는다고 하자. 그러면 닫힌구간 $[a,b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$ 또는 $f(x)<0$ 이다. 함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면 $F'(x)=f(x)$ 이므로 $F'(x)>0$ 또는 $F'(x)<0$ 이다. 그러므로 $F(x)$ 는 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 증가하거나 감소한다. $F(x)$ 는 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 증가하거나 감소하므로 $F(b)-F(a)>0$ 또는 $F(b)-F(a)<0$ 이다. 그러므로 $\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)\neq 0$ 이다.
	3점	• 방정식 $f(x)=0$ 이 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 실근을 갖지 않는다고 하자. 그러면 닫힌구간 $[a,b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$ 또는 $f(x)<0$ 이다. 함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면 $F'(x)=f(x)$ 이므로 $F'(x)>0$ 또는 $F'(x)<0$ 이다. 그러므로 $F(x)$ 는 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 증가하거나 감소한다. $F(x)$ 는 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 증가하거나 감소하므로 $F(b)-F(a)>0$ 또는 $F(b)-F(a)<0$ 이다.
	2점	• 방정식 $f(x)=0$ 이 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 실근을 갖지 않는다고 하자. 그러면 닫힌구간 $[a,b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$ 또는 $f(x)<0$ 이다. 함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면 $F'(x)=f(x)$ 이므로 $F'(x)>0$ 또는 $F'(x)<0$ 이다. 그러므로 $F(x)$ 는 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 증가하거나 감소한다.
	1점	• 방정식 $f(x)=0$ 이 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 실근을 갖지 않는다고 하자. 그러면 닫힌구간 $[a,b]$ 의 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$ 또는 $f(x)<0$ 이다.
	0점	• 방정식 $f(x)=0$ 이 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 실근을 갖지 않는다고 하자. • 미작성 또는 오답
서 1-3	3점	• 함수 $f(x)$ 가 다항함수이므로 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면 $F(x)$ 도 다항함수이다. 그러므로 $F(x)$ 는 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 연속이고 열린구간 (a,b) 에서 미분가능하다. 또한 $\int_a^b f(x)dx=0$ 이므로 $F(b)-F(a)=0$, $F(b)=F(a)$ 이다. 그러므로 롤의 정리에 의하면 $F'(c)=0$ 인 실수 c $(a<c<b)$가 적어도 하나 존재한다. 이때, $F'(c)=f(c)=0$ 이므로 방정식 $f(x)=0$ 은 열린구간 (a,b) 에서 적어도 하나의 실근을 가진다. 따라서 $\int_a^b f(x)dx=0$ 이면 방정식 $f(x)=0$ 은 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 적어도 하나의 실근을 가진다.
	2점	• 함수 $f(x)$ 가 다항함수이므로 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면 $F(x)$ 도 다항함수이다. 그러므로 $F(x)$ 는 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 연속이고 열린구간 (a,b) 에서 미분가능하다. 또한 $\int_a^b f(x)dx=0$ 이므로 $F(b)-F(a)=0$, $F(b)=F(a)$ 이다. 그러므로 롤의 정리에 의하면 $F'(c)=0$ 인 실수 c $(a<c<b)$가 적어도 하나 존재한다.
	1점	• 함수 $f(x)$ 가 다항함수이므로 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면 $F(x)$ 도 다항함수이다.
	0점	• 미작성 또는 오답

○·· 평가에 따른 피드백

수준	피드백
상	• 정적분과 관련된 수학적 표현의 의미, 정적분과 넓이의 관계를 이해하고 있으며 귀류법, 롤의 정리를 정확하게 이해하고 이를 활용하여 정적분과 관련된 명제의 증명 과정을 완벽하게 서술할 수 있습니다. 특히 그래프를 통하여 정적분으로 표현된 식을 직관적으로 이해할 수 있는 능력, 결론을 부정하여 모순된 조건을 찾아내는 능력을 갖추었습니다. 이러한 활동을 통하여 학생의 추론 역량뿐만 아니라 본인의 생각을 서술할 수 있는 능력 즉, 의사소통 역량 또한 우수함을 알 수 있었습니다.
중	• 정적분과 관련된 수학적 표현의 의미, 정적분과 넓이의 관계를 이해하고 있으며 귀류법, 롤의 정리를 정확하게 이해하고 있어, 이를 활용하여 정적분과 관련된 명제의 증명 과정의 방향을 설정하는 능력을 갖추었습니다. 다만 명제를 증명하는 과정을 수학적으로 완벽히 서술하는 능력은 다소 아쉽습니다. 즉, 그래프를 통하여 정적분으로 표현된 식을 직관적으로 이해하고, 결론을 부정하여 모순된 조건을 찾아내는 능력은 갖추었으나, 이를 수식으로 표현하는 수학적 의사소통 역량은 다소 부족하여 서술하는 능력을 갖추는 연습이 필요합니다. 이러한 유사한 문제를 자주 접함으로써 조건들을 활용하고 본인의 생각을 수학적으로 서술할 수 있는 능력을 갖추어 답안을 구성한다면, 보다 완성도가 높은 답안이 되리라 기대합니다. • 정적분과 관련된 수학적 표현의 의미, 정적분과 넓이의 관계 및 귀류법을 정확하게 이해하고 있습니다. 즉, 그래프를 통하여 정적분으로 표현된 식을 직관적으로 이해할 수 있는 능력과 귀류법을 활용하여 주어진 명제의 결론을 부정할 수 있는 능력은 갖추었습니다. 다만 주어진 명제의 결론을 부정하여 모순된 조건을 찾아내는 능력이 다소 아쉬우며, 롤의 정리에 대한 정확한 이해가 부족하여 이를 활용하는 방법 및 롤의 정리를 적용하기 위한 조건을 찾아내는 능력이 다소 부족합니다. 증명과 관련된 문제를 자주 접함으로써 활용하는 정리를 만족시켜야 하는 조건을 찾아내고 정리가 갖고 있는 의미를 정확하게 이해하는 능력을 갖추면 보다 나은 문제해결 역량을 향상시킬 수 있을 것이라 기대합니다.
하	• 적분과 관련된 수학적 표현의 의미, 정적분과 넓이의 관계를 이해가 아직 부족합니다. 교과서의 내용을 활용하고, 이해가 잘되지 않는 부분을 선생님께 질문하여 그래프를 통하여 정적분으로 표현된 식을 직관적으로 이해하는 능력을 먼저 갖춰야 합니다. 그런 후 수식을 통하여 명제를 증명하는 법, 본인의 생각을 수학적으로 서술하는 법을 연습하면 주어진 문항들을 더욱 수월하게 해결할 수 있을 것입니다.

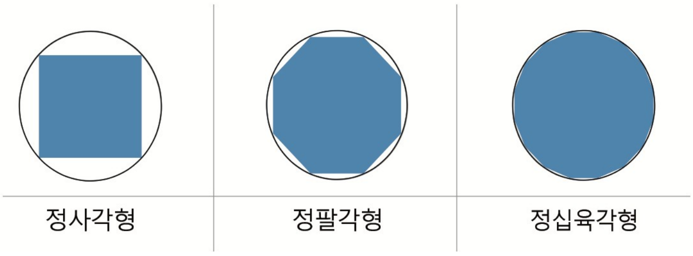
≫ 피드백 작성 시 유의점

- 실제 서·논술형 과제를 실행하고 학생에게 피드백을 줄 때는 학생이 작성한 답안의 구체적인 문장이나 표현을 인용하면서 채점 기준에 근거해 잘 작성된 부분을 칭찬하는 것이 좋습니다. 또한, 부족한 부분에 대해서는 반드시 포함되어야 하는 조건 및 표현이 무엇인지를 명확히 알려주어 이를 발판삼아 수정된 답안을 작성해볼 수 있도록 독려합니다.
- 부족한 부분에 대하여 구체적으로 언급해 주되, 학생들의 성취 수준에 따라 유사한 교과서 문제를 참고하거나 제시문을 이용할 수 있는 방향에 대하여 다양한 수준으로 피드백을 줌으로써 학생들이 증명하는 것을 포기하지 않고 도전할 수 있도록 독려합니다.

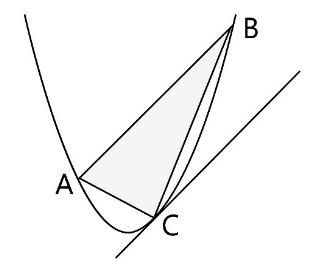
평가 문항 2(서술형)

주어진 자료를 읽고 물음에 답하시오. (7점)

(가) 다음 그림과 같이 원에 내접하는 정사각형, 정팔각형, 정십육각형 등 정n 각형을 그려보면 n 의 값이 커질수록 정다각형의 넓이는 원의 넓이에 점점 가까워짐을 알 수 있다. 고대 그리스인들은 원의 넓이를 이와 같은 방법으로 구하였으며, 이 방법을 실진법(method of exhaustion)이라고 한다.



(나) 아르키메데스(Archimedes, B.C. 287~B.C. 212.)는 그의 저서 〈방법론〉을 통하여 이차함수의 그래프와 직선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 실진법을 이용하여 구하였음을 밝혔다.



이차함수의 그래프와 직선이 만나는 두 점 A 와 B 가 있다.
아르키메데스는 이차함수의 그래프와 선분 AB 로 둘러싸인 도형의 넓이를 다음과 같은 방법으로 구할 수 있음을 발견하였다.
직선 AB 에 평행하고 이차함수의 그래프와 접하는 직선의 접점을 C 라 하자.
그러면 이차함수의 그래프와 직선으로 둘러싸인 부분의 넓이는 삼각형 ABC 의 넓이의 $\frac{4}{3}$ 배이다.

출처: 셔먼 스타인(이우영 역, 2006), 『아르키메데스』, 경문사, pp.94-95

2-1. 이차함수 $f(x)=-x^2+4$ 의 그래프와 직선 $y=-4x+7$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 정적분을 이용하여 구하는 과정을 설명하시오. (3점)

2-2. 함수 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ 의 그래프는 함수 $f(x)=a\times\left(x+\frac{\beta-\alpha}{2}\right)\left(x-\frac{\beta-\alpha}{2}\right)$ 의 그래프를 평행이동시킨 것과 제시문 (나)의 아르키메데스의 방법의 결과를 활용하여 이차함수 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ $(\alpha<\beta)$와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이 $S=\frac{|a|}{6}(\beta-\alpha)^3$ 임을 증명하시오. 또한, 이를 활용하여 두 이차함수 $y=ax^2+bx+c$, $y=a'x^2+b'x+c'$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 이 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하는 방법에 대하여 설명하시오. (단, $a\neq a'$ 이고, a, a', b, b', c, c' 은 상수) (4점)

›› 활용 Tip !

- 2-1 문항을 해결한 후, 보다 복잡한 함수를 제시하여 직선과 곡선으로 둘러싸인 넓이는 구하는 문항도 추가로 제시할 수 있습니다.
- 제시문 (나)의 내용은 〈고등학교 미적분〉의 정적분과 등비급수를 학습한 후, $S=\frac{4}{3}\times$ (삼각형 ABC 의 넓이)임을 직접 증명하는 것으로 문항을 변경하여 활용할 수도 있습니다.
- 제시문 (나)의 내용에 대해 학급 전체 혹은 모둠 토의를 진행하여 제시문을 이해할 수 있는 경험을 제공할 수 있습니다.
- 2-2 문항은 다양한 문자를 포함한 식을 증명하는 것을 어려워하는 학생들을 위하여 아르키메데스의 방법을 활용하도록 하였습니다. 이에 학생들의 학습 수준에 따라 2-2 문항을 제시문 (나)의 아르키메데스의 방법이 아닌, 정적분의 개념을 활용하여 증명하는 것으로 변형할 수 있습니다.

○·· 채점 기준

문항	평가 요소	척도/배점		기대 수행
서 2-1	곡선과 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이 구하기	3점	이차함수의 그래프와 직선이 만나는 두 점의 x 좌표를 구하고(㉠, 1점) 정적분을 이용하여 넓이 S를 구하는 식(㉡, 1점)을 세운 후, S의 값을 정확히 구하였을 경우(㉢, 1점)	
			예시답안	이차함수 $f(x)=-x^2+4$의 그래프와 직선 $y=-4x+7$이 만나는 두 점의 x 좌표를 구하면, $-x^2+4=-4x+7,\ x^2-4x+3=0,\ (x-1)(x-3)=0$ $x=1$ 또는 $x=3$ ⋯㉠ $S=\int_1^3(-x^2+4x-3)dx=\left[-\frac{1}{3}x^3+2x^2-3x\right]_1^3$ ⋯㉡ $=\frac{4}{3}$ ⋯㉢
		2점	㉠, ㉡만 올바르게 서술하였을 경우	
			예시답안	이차함수 $f(x)=-x^2+4$의 그래프와 직선 $y=-4x+7$이 만나는 두 점 A, B의 x 좌표를 구하면, $-x^2+4=-4x+7,\ x^2-4x+3=0,\ (x-1)(x-3)=0$ $x=1$ 또는 $x=3$ ⋯㉠ $S=\int_1^3(-x^2+4x-3)dx=\left[-\frac{1}{3}x^3+2x^2-3x\right]_1^3$ ⋯㉡
		1점	㉠만 올바르게 서술하였을 경우	
			예시답안	이차함수 $f(x)=-x^2+4$의 그래프와 직선 $y=-4x+7$이 만나는 두 점 A, B의 x 좌표를 구하면, $-x^2+4=-4x+7,\ x^2-4x+3=0,\ (x-1)(x-3)=0$ $x=1$ 또는 $x=3$ ⋯㉠
		0점	㉠, ㉡, ㉢ 모두 올바르게 서술하지 못하거나 미작성한 경우	
			예시답안	미작성 또는 오답
서 2-2	두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이 구하는 방법 설명하기	4점	함수 $f(x)=a\times\left(x+\frac{\beta-\alpha}{2}\right)\left(x-\frac{\beta-\alpha}{2}\right)$의 그래프는 함수 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$의 그래프를 x축의 방향으로 $\frac{\beta+\alpha}{2}$만큼 평행이동시킨 것임을 찾아내어(㉠, 1점), 아르키메데스의 방법의 결과를 활용하여 $S=\frac{\lvert a\rvert}{6}(\beta-\alpha)^3$임을(㉡, 1점) 보이고, 두 이차함수의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있는 방법을 설명(㉢, 1점)한 후, 그 넓이가 $\frac{\lvert a-a'\rvert}{6}(\beta-\alpha)^3$임을 서술(㉣, 1점)하였을 경우	
			예시답안	우선 $S=\frac{\lvert a\rvert}{6}(\beta-\alpha)^3$임을 증명해보자. 함수 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$의 그래프는 함수 $f(x)=a\times\left(x+\frac{\beta-\alpha}{2}\right)\left(x-\frac{\beta-\alpha}{2}\right)$의 그래프를 x축의 방향으로 $\frac{\beta+\alpha}{2}$ 만큼 평행이동시킨 것이다. ⋯㉠ $y=a(x-\alpha)(x-\beta)=a\left(x-\frac{\beta+\alpha}{2}\right)^2-\frac{a(\beta+\alpha)^2}{4}$ 이므로

문항	평가 요소	척도/ 배점	기대 수행	
				함수 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ 의 꼭짓점의 y 좌표는 $-\frac{a(\beta+\alpha)^2}{4}$ 이다. 따라서 아르키메데스의 방법에 의하여 이차함수 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 $S=\frac{4}{3}\times\frac{1}{2}\times(\beta-\alpha)\times\frac{\lvert a\rvert(\beta-\alpha)^2}{4}=\frac{\lvert a\rvert}{6}(\beta-\alpha)^3$이다. …㉡ 두 이차함수 $y=ax^2+bx+c$, $y=a'x^2+b'x+c'$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 이 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이는 다음과 같이 구할 수 있다. 1단계, 두 이차함수 $y=ax^2+bx+c$, $y=a'x^2+b'x+c'$ 의 그래프가 만나는 두 점의 x 좌표를 구하고 이를 α, β $(\alpha<\beta)$라 한다. 2단계, 함수 $g(x)=(a-a')x^2+(b-b')x+(c-c')$ 이라고 하면 두 점 $(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$ 은 함수 $g(x)$ 의 그래프와 x 축이 만나는 점이다. …㉢ 따라서 두 이차함수 $y=ax^2+bx+c$, $y=a'x^2+b'x+c'$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이는 함수 $g(x)=(a-a')x^2+(b-b')x+(c-c')$ 와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이와 같다. 따라서 넓이는 $\frac{\lvert a-a'\rvert}{6}(\beta-\alpha)^3$이다. …㉣
		3점	㉠, ㉡, ㉢만 올바르게 서술하였을 경우	
			예시답안	우선 $S=\frac{\lvert a\rvert}{6}(\beta-\alpha)^3$임을 증명해보자. 함수 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ 의 그래프는 함수 $f(x)=a\times\left(x+\frac{\beta-\alpha}{2}\right)\left(x-\frac{\beta-\alpha}{2}\right)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{\beta+\alpha}{2}$ 만큼 평행이동시킨 것이다. …㉠ $y=a(x-\alpha)(x-\beta)=a\left(x-\frac{\beta+\alpha}{2}\right)^2-\frac{a(\beta+\alpha)^2}{4}$ 이므로 함수 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ 의 꼭짓점의 y 좌표는 $-\frac{a(\beta+\alpha)^2}{4}$ 이다. 따라서 아르키메데스의 방법에 의하여 이차함수 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 $S=\frac{4}{3}\times\frac{1}{2}\times(\beta-\alpha)\times\frac{\lvert a\rvert(\beta-\alpha)^2}{4}=\frac{\lvert a\rvert}{6}(\beta-\alpha)^3$이다. …㉡ 두 이차함수 $y=ax^2+bx+c$, $y=a'x^2+b'x+c'$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 이 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이는 다음과 같이 구할 수 있다. 1단계, 두 이차함수 $y=ax^2+bx+c$, $y=a'x^2+b'x+c'$ 의 그래프가 만나는 두 점의 x 좌표를 구하고 이를 α, β $(\alpha<\beta)$라 한다. 2단계, 함수 $g(x)=(a-a')x^2+(b-b')x+(c-c')$ 이라고 하면 두 점 $(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$ 은 함수 $g(x)$ 의 그래프와 x 축이 만나는 점이다. …㉢
		2점	㉠, ㉡만 올바르게 서술하였을 경우	
			예시답안	우선 $S=\frac{\lvert a\rvert}{6}(\beta-\alpha)^3$임을 증명해보자. 함수 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ 의 그래프는 함수 $f(x)=a\times\left(x+\frac{\beta-\alpha}{2}\right)\left(x-\frac{\beta-\alpha}{2}\right)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{\beta+\alpha}{2}$ 만큼 평행이동시킨 것이다. …㉠ $y=a(x-\alpha)(x-\beta)=a\left(x-\frac{\beta+\alpha}{2}\right)^2-\frac{a(\beta+\alpha)^2}{4}$ 이므로

문항	평가 요소	척도/배점	기대 수행	
				함수 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ 의 꼭짓점의 y 좌표는 $-\dfrac{a(\beta+\alpha)^2}{4}$ 이다. 따라서 아르키메데스의 방법에 의하여 이차함수 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 $S=\dfrac{4}{3}\times\dfrac{1}{2}\times(\beta-\alpha)\times\dfrac{\lvert a\rvert(\beta-\alpha)^2}{4}=\dfrac{\lvert a\rvert}{6}(\beta-\alpha)^3$이다. …㉡
		1점	㉠만 올바르게 서술하였을 경우	
			예시답안	우선 $S=\dfrac{\lvert a\rvert}{6}(\beta-\alpha)^3$임을 증명해보자. 함수 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ 의 그래프는 함수 $f(x)=a\times\left(x+\dfrac{\beta-\alpha}{2}\right)\left(x-\dfrac{\beta-\alpha}{2}\right)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\dfrac{\beta+\alpha}{2}$ 만큼 평행이동시킨 것이다. …㉠
		0점	㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 모두 올바르게 서술하지 못하거나 미작성한 경우	
			예시답안	미작성 또는 오답

≫ 채점 시 유의점

- 2-1 문항에서는 제시문 (나)의 내용을 활용하여 문항을 해결할 수 있도록 하는 것이 핵심입니다.
  (나)의 $S=\dfrac{4}{3}\times$(삼각형 ABC 의 넓이)에서 왜 $\dfrac{4}{3}$ 를 곱하는지에 대해 초점을 두지 않습니다.
- 2-2 문항에서는 이차함수의 그래프와 x 축과 둘러싸인 도형의 넓이를 구하는 공식을 암기하고 있는가를 묻고자 하는 것이 아닌, 주어진 조건으로 그 과정을 논리적으로 설명할 수 있는가를 묻는 것이 핵심입니다. 따라서 학생들이 주어진 조건으로 단계별로 두 곡선으로 둘러싸인 넓이를 구하는 방법을 설명할 수 있도록 안내하는 것이 필요합니다.

○·· 예시 답안

<table>
<tr><th>문항</th><th>척도/배점</th><th>예시답안</th></tr>
<tr><td rowspan="4">서
2-1</td><td>3점</td><td>이차함수 $f(x)=-x^2+4$ 의 그래프와 직선 $y=-4x+7$ 이 만나는 두 점의 x 좌표를 구하면,
$-x^2+4=-4x+7$, $x^2-4x+3=0$, $(x-1)(x-3)=0$
$x=1$ 또는 $x=3$
$S=\int_1^3(-x^2+4x-3)dx=\left[-\frac{1}{3}x^3+2x^2-3x\right]_1^3=\frac{4}{3}$</td></tr>
<tr><td>2점</td><td>이차함수 $f(x)=-x^2+4$ 의 그래프와 직선 $y=-4x+7$ 이 만나는 두 점의 좌표를 구하면,
$-x^2+4=-4x+7$, $x^2-4x+3=0$, $(x-1)(x-3)=0$
$x=1$ 또는 $x=3$
$S=\int_1^3(-x^2+4x-3)dx=\left[-\frac{1}{3}x^3+2x^2-3x\right]_1^3$</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>이차함수 $f(x)=-x^2+4$ 의 그래프와 직선 $y=-4x+7$ 이 만나는 두 점의 좌표를 구하면,
$-x^2+4=-4x+7$, $x^2-4x+3=0$, $(x-1)(x-3)=0$
$x=1$ 또는 $x=3$</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>미작성 또는 오답</td></tr>
<tr><td rowspan="2">서
2-2</td><td>4점</td><td>우선 $S=\frac{|a|}{6}(\beta-\alpha)^3$임을 증명해보자.
함수 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ 의 그래프는 함수 $f(x)=a\times\left(x+\frac{\beta-\alpha}{2}\right)\left(x-\frac{\beta-\alpha}{2}\right)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{\beta+\alpha}{2}$ 만큼 평행이동시킨 것이다.
$y=a(x-\alpha)(x-\beta)=a\left(x-\frac{\beta+\alpha}{2}\right)^2-\frac{a(\beta+\alpha)^2}{4}$ 이므로
함수 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ 의 꼭짓점의 y 좌표는 $-\frac{a(\beta+\alpha)^2}{4}$ 이다.
따라서 아르키메데스의 방법에 의하여 이차함수 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 $S=\frac{4}{3}\times\frac{1}{2}\times(\beta-\alpha)\times\frac{|a|(\beta-\alpha)^2}{4}=\frac{|a|}{6}(\beta-\alpha)^3$이다.
두 이차함수 $y=ax^2+bx+c$, $y=a'x^2+b'x+c'$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 이 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이는 다음과 같이 구할 수 있다.
1단계, 두 이차함수 $y=ax^2+bx+c$, $y=a'x^2+b'x+c'$ 의 그래프가 만나는 두 점의 x 좌표를 구하고 이를 α, β $(\alpha<\beta)$라 한다.
2단계, 함수 $g(x)=(a-a')x^2+(b-b')x+(c-c')$ 이라고 하면 두 점 $(\alpha,0)$, $(\beta,0)$ 은 함수 $g(x)$ 의 그래프와 x 축이 만나는 점이다.
따라서 두 이차함수 $y=ax^2+bx+c$, $y=a'x^2+b'x+c'$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이는 함수 $g(x)=(a-a')x^2+(b-b')x+(c-c')$ 와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이와 같다. 따라서 넓이는 $\frac{|a-a'|}{6}(\beta-\alpha)^3$이다.</td></tr>
<tr><td>3점</td><td>우선 $S=\frac{|a|}{6}(\beta-\alpha)^3$임을 증명해보자.
함수 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ 의 그래프는 함수 $f(x)=a\times\left(x+\frac{\beta-\alpha}{2}\right)\left(x-\frac{\beta-\alpha}{2}\right)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{\beta+\alpha}{2}$ 만큼 평행이동시킨 것이다.
$y=a(x-\alpha)(x-\beta)=a\left(x-\frac{\beta+\alpha}{2}\right)^2-\frac{a(\beta+\alpha)^2}{4}$ 이므로</td></tr>
</table>

문항	척도/배점	예시답안
		함수 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ 의 꼭짓점의 y 좌표는 $-\dfrac{a(\beta+\alpha)^2}{4}$ 이다. 따라서 아르키메데스의 방법에 의하여 이차함수 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 $S=\dfrac{4}{3}\times\dfrac{1}{2}\times(\beta-\alpha)\times\dfrac{\lvert a\rvert(\beta-\alpha)^2}{4}=\dfrac{\lvert a\rvert}{6}(\beta-\alpha)^3$이다. 두 이차함수 $y=ax^2+bx+c$, $y=a'x^2+b'x+c'$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 이 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이는 다음과 같이 구할 수 있다. 1단계, 두 이차함수 $y=ax^2+bx+c$, $y=a'x^2+b'x+c'$ 의 그래프가 만나는 두 점의 x 좌표를 구하고 이를 α, β $(\alpha<\beta)$라 한다. 2단계, 함수 $g(x)=(a-a')x^2+(b-b')x+(c-c')$ 이라고 하면 두 점 $(\alpha,0)$, $(\beta,0)$ 은 함수 $g(x)$ 의 그래프와 x 축이 만나는 점이다.
	2점	우선 $S=\dfrac{\lvert a\rvert}{6}(\beta-\alpha)^3$임을 증명해보자. 함수 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ 의 그래프는 함수 $f(x)=a\times\left(x+\dfrac{\beta-\alpha}{2}\right)\left(x-\dfrac{\beta-\alpha}{2}\right)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\dfrac{\beta+\alpha}{2}$ 만큼 평행이동시킨 것이다. $y=a(x-\alpha)(x-\beta)=a\left(x-\dfrac{\beta+\alpha}{2}\right)^2-\dfrac{a(\beta+\alpha)^2}{4}$ 이므로 함수 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ 의 꼭짓점의 y 좌표는 $-\dfrac{a(\beta+\alpha)^2}{4}$ 이다. 따라서 아르키메데스의 방법에 의하여 이차함수 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 $S=\dfrac{4}{3}\times\dfrac{1}{2}\times(\beta-\alpha)\times\dfrac{\lvert a\rvert(\beta-\alpha)^2}{4}=\dfrac{\lvert a\rvert}{6}(\beta-\alpha)^3$이다.
	1점	우선 $S=\dfrac{\lvert a\rvert}{6}(\beta-\alpha)^3$임을 증명해보자. 함수 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ 의 그래프는 함수 $f(x)=a\times\left(x+\dfrac{\beta-\alpha}{2}\right)\left(x-\dfrac{\beta-\alpha}{2}\right)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\dfrac{\beta+\alpha}{2}$ 만큼 평행이동시킨 것이다.
	0점	미작성 또는 오답

○·· 평가에 따른 피드백

수준	피드백
상	• 정적분과 넓이의 관계를 정확하게 이해하고 적용할 수 있는 문제해결 역량을 갖추었습니다. 게다가 아르키메데스가 직선과 포물선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하는 방법에 대한 제시문을 이해하고 이를 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하는 것에 활용하는 능력도 갖추었습니다. 또한 직선과 곡선 또는 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하는 방법을 정적분의 개념을 활용하는 한 가지 방법뿐만이 아닌, 함수 그래프의 평행이동도 활용하여 보다 간단한 방법으로 도형의 넓이를 구할 수 있는 방법을 논리적으로 설명하는 등 의사소통 역량도 지니고 있음을 보여주었습니다.
중	• 정적분과 넓이의 관계를 정확하게 이해하고 적용할 수 있는 문제해결 역량을 갖추었습니다. 게다가 아르키메데스가 직선과 이차함수의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하는 방법을 소개한 제시문을 이해하였습니다. 다만 직선과 곡선 또는 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하는 방법을 정적분의 개념을 활용하는 한 가지 방법뿐만이 아닌, 함수 그래프의 평행이동도 활용하여 보다 간단한 방법으로 도형의 넓이를 구할 수 있는 방법을 고안하는 능력이 다소 부족하며, 본인의 문제해결 방법을 논리적으로 설명 및 표현하는 데 있어서 다소 부족하였습니다. 여러 방법으로 문제를 해결하려는 능력과 글로 자신의 생각을 표현하는 능력을 갖춘다면 보다 우수한 수학 학습 능력을 갖출 수 있을 것이라 기대됩니다. • 정적분과 넓이의 관계를 정확하게 이해하고 적용할 수 있는 문제해결 역량을 갖추었습니다. 다만 직선과 이차함수의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하는 방법을 소개한 제시문을 이해하지 못하였습니다. 또한, 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하는 방법을 다양하게 생각하는 힘이 다소 부족합니다. 한 가지 방법으로만 문제를 해결하려는 태도에서 벗어나, 여러 방법으로 해결해보려는 자세를 갖추도록 노력하면 보다 우수한 수학 학습 능력을 갖출 수 있을 것이라 기대됩니다.
하	• 정적분과 넓이의 관계를 정확하게 이해하고 주어진 함수의 그래프와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있습니다. 하지만 더 나아가 함수의 계수가 문자로 주어진 경우에는 이를 적용하는 것에 다소 어려움을 겪는 것으로 보입니다. 이에 대한 학습 보완이 이루어진다면 보다 나은 답안을 작성할 수 있을 것이라 기대됩니다.

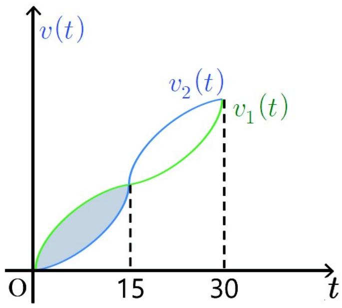
›› 피드백 작성 시 유의점

- 주어진 조건을 활용하여 작성한 답안이 아닌, 다른 방식으로 답안을 작성하였다고 하면 이에 대한 피드백을 제공함으로써 학생의 부족한 점과 우수한 점을 동시에 언급해 줄 수 있습니다. 이를 통해 학생의 수학 학습 욕구를 키워줌으로써 보다 나은 수학 학습 태도를 가질 수 있도록 도와줄 수 있습니다.
- 학생들이 답안을 완벽하게 작성하지 못하였어도 일부 작성된 내용을 바탕으로 그 학생의 학습 수준에 대해 피드백을 제공할 수 있습니다. 서술형 평가에서는 분석적 채점법에 의한 부분 점수를 부여할 수 있을 뿐만 아니라, 학생의 학습 수준을 객관식 및 단답식에 비하여 보다 상세히 알 수 있는 장점이 있습니다. 서술형 평가의 장점을 살려 학생에게 보다 상세한 피드백을 제공할 필요가 있습니다.

평가 문항 3(논술형)

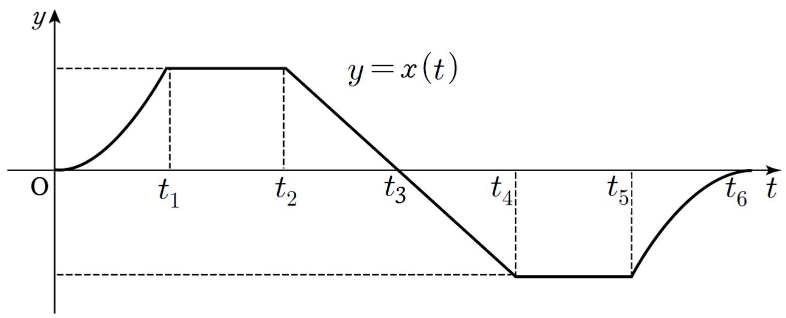
주어진 자료를 읽고 물음에 답하시오. (9점)

두 사람 P , Q 가 직선 도로의 같은 지점에서 동시에 출발하여 같은 방향으로 달렸을 때, 출발한 지 t 분 후의 두 사람 P , Q 의 속도를 각각 $v_1(t)$, $v_2(t)$ 이라 하자. 다음은 속도 $v_1(t)$, $v_2(t)$ 의 그래프이다.
(단, $0 \le t \le 30$)



위의 그래프에서 색칠한 부분의 넓이는 $t=0$ 에서 $t=15$ 까지 두 사람 P , Q 의 달리는 속도 $v_1(t)$, $v_2(t)$ 를 나타내는 그래프 사이의 넓이이다. 그러므로 두 사람 P , Q 가 동시에 출발 후 15 분 동안 움직인 거리의 차를 의미한다. 즉, 색칠한 부분의 넓이는 두 사람 P , Q 가 동시에 출발한 지 15 분 후 두 사람의 위치 사이의 거리를 의미하는 것으로 볼 수 있다.

[문제] 다음 그림은 정지 상태에서 출발하여 직선 도로 위를 움직이는 어떤 자동차의 속도 $v(t)$ $(0 \le t \le t_6)$을 나타내는 그래프의 개형이다. 속도 $v(t)$ 의 그래프는 점 $(t_3, 0)$ 에 대하여 대칭이며, 시각 $t=0$ 부터 $t=t_1$ 까지, 시각 $t=t_5$ 부터 $t=t_6$ 까지는 이차함수의 그래프의 개형이며, 시각 $t=t_1$ 부터 $t=t_2$ 까지, 시각 $t=t_4$ 부터 $t=t_5$ 까지는 상수함수의 그래프의 개형, 시각 $t=t_2$ 부터 시각 $t=t_4$ 까지는 일차함수의 그래프의 개형이다.



자동차의 위치 $x(t)$ $(0 \le t \le t_6)$을 나타내는 그래프의 개형을 각 구간별로 한 좌표평면에 그리는 방법에 대하여 설명하고 그 개형을 그리시오. 또한 위치 $x(t)$ 의 그래프를 그릴 때 주의할 점이 있다면 주의할 점에 대해서 3가지 이상 설명하시오. 이를 바탕으로 시각 $t=0$ 부터 $t=t_6$ 까지 자동차가 움직인 총 이동거리를 계산하는 방법을 설명하고, 시각 $t=t_6$ 에서의 자동차의 위치와 총 이동거리를 비교하여 차이점에 대하여 설명하시오. (9점)

활용 Tip !

- 학생들의 학습 수준에 따라 보다 복잡한 그래프의 개형을 제시할 수 있습니다.
- 위치 $x(t)$ 의 그래프를 그리는 논술형 문항을 풀기 전에, 이에 대한 연습이 충분히 이루어져야 합니다.
- 개인별 활동으로 진행해도 좋지만 모둠 활동으로 진행함으로써 보다 다양한 답이 나올 수 있도록 할 수 있으며, 학생들의 생각을 공유함으로써 본인이 발견하지 못한 사항들에 대해서 알 수 있도록 기회를 제공할 수 있습니다.
- 알지오매스, 지오지브라 등을 활용하여 모둠별로 직접 속도 $v(t)$ 의 그래프의 개형을 만들어 다른 모둠이 위치 $x(t)$ 의 그래프를 찾아낼 수 있도록 활동 형식의 학습지로도 변형 가능합니다.

○·· 채점 기준

<table>
<tr><th>평가 요소</th><th>세부 평가 요소</th><th>척도/배점</th><th>기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="10">속도 $v(t)$ 의 그래프에 대한 위치 $x(t)$ 의 그래프 그리기</td><td rowspan="3">속도와 위치의 관계 이해하기</td><td>2</td><td>속도와 위치 사이의 관계를 설명하고, 속도 $v(t)$ 의 함수에 따라 위치 $x(t)$ 의 개형이 달라짐을 찾아내어 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>1</td><td>속도와 위치 사이의 관계를 설명하고 속도 $v(t)$ 의 함수에 따라 위치 $x(t)$ 의 개형이 달라짐을 일부만을 찾아내어 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>0</td><td>속도와 위치 사이의 관계를 서술하지 못하였을 경우</td></tr>
<tr><td rowspan="3">위치 $x(t)$ 의 그래프 개형 그리기</td><td>2</td><td>위치 $x(t)$ 의 그래프 개형을 완벽하게 그렸을 경우</td></tr>
<tr><td>1</td><td>위치 $x(t)$ 의 그래프 개형을 일부만을 올바르게 그렸을 경우</td></tr>
<tr><td>0</td><td>위치 $x(t)$ 의 그래프 개형을 그리지 못하였을 경우</td></tr>
<tr><td rowspan="4">위치 $x(t)$ 의 그래프 개형 그릴 때, 주의사항 찾기</td><td>3</td><td>위치 $x(t)$ 의 그래프는 연속이면서 매끄럽게 그려져야 함과 직선 $t=t_3$ 에 대하여 대칭이 되도록 그려져야 함, 시각 $t=t_3$ 에서의 접선의 기울기가 0 이 되어야 함 등 주의사항을 3가지 이상 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>2</td><td>위치 $x(t)$ 의 그래프는 연속이면서 매끄럽게 그려져야 함과 직선 $t=t_3$ 에 대하여 대칭이 되도록 그려져야 함, 시각 $t=t_3$ 에서의 접선의 기울기가 0 이 되어야 함 등 주의사항을 2가지만을 올바르게 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>1</td><td>위치 $x(t)$ 의 그래프는 연속이면서 매끄럽게 그려져야 함과 직선 $t=t_3$ 에 대하여 대칭이 되도록 그려져야 함, 시각 $t=t_3$ 에서의 접선의 기울기가 0 이 되어야 함 등 주의사항을 1가지만을 올바르게 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>0</td><td>작성한 대부분의 사실을 올바르게 서술하지 못하거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td rowspan="3">위치와 이동거리의 관계 이해하기</td><td rowspan="3">움직이는 점의 총 이동거리 및 위치 구하는 방법 설명하기</td><td>2</td><td>자동차가 움직인 총 이동거리를 구하는 방법을 설명하고 시각 $t=t_6$ 에서의 자동차의 위치와 총 이동거리와의 차이점에 대하여 올바르게 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>1</td><td>자동차가 움직인 총 이동거리를 구하는 방법을 설명하고 시각 $t=t_6$ 에서의 자동차의 위치와 총 이동거리와의 차이점에 대하여 일부만을 올바르게 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>0</td><td>작성한 대부분의 사실을 올바르게 서술하지 못하거나 미작성한 경우</td></tr>
</table>

총체적 채점 기준

성취수준	기대 수행
A	속도 $v(t)$ 와 위치 $x(t)$ 사이의 관계를 설명하고, 속도 $v(t)$ 의 함수에 따라 위치 $x(t)$ 의 개형이 달라짐을 찾아내어 서술한 후, 이를 바탕으로 위치 $x(t)$ 의 그래프의 개형을 완벽하게 그렸습니다. 또한 위치 $x(t)$ 의 그래프는 연속이면서 매끄럽게 그려져야 함과 직선 $t=t_3$ 에 대하여 대칭이 되도록 그려져야 함, 시각 $t=t_3$ 에서의 접선의 기울기가 0 이 되어야 함 등 그래프 그릴 때 주의사항에 대하여 완벽하게 서술하였습니다. 위치와 총 이동거리의 관계를 완벽히 이해하고 자동차가 움직인 총 이동거리를 구하는 방법을 설명하며 시각 $t=t_6$ 에서의 자동차의 위치와 총 이동거리의 차이점에 대하여 올바르게 서술하였습니다.
B	속도 $v(t)$ 와 위치 $x(t)$ 사이의 관계를 설명하고, 속도 $v(t)$ 의 함수에 따라 위치 $x(t)$ 의 개형이 달라짐을 찾아내어 서술한 후, 이를 바탕으로 위치 $x(t)$ 의 그래프의 개형을 완벽하게 그렸습니다. 하지만 위치 $x(t)$ 의 그래프는 연속이면서 매끄럽게 그려져야 함과 직선 $t=t_3$ 에 대하여 대칭이 되도록 그려져야 함, 시각 $t=t_3$ 에서의 접선의 기울기가 0 이 되어야 함 등 그래프 그릴 때 주의사항에 대하여 일부만을 서술하였습니다. 위치와 총 이동거리의 관계를 이해하였으나, 자동차가 움직인 총 이동거리를 구하는 방법을 설명하고 시각 $t=t_6$ 에서의 자동차의 위치와 총 이동거리의 차이점에 대하여 일부만을 서술하였습니다.
C	속도 $v(t)$ 와 위치 $x(t)$ 사이의 관계를 설명하고 위치 $x(t)$ 의 그래프의 개형의 일부를 그렸으나, 그 과정에 대한 설명이 다소 부족합니다. 그리고 위치 $x(t)$ 의 그래프를 그릴 때 주의사항에 대하여 서술하지 못하였습니다. 위치와 총 이동거리의 관계의 일부만을 이해하여 시각 $t=t_6$ 에서의 자동차의 위치와 총 이동거리의 차이점에 대하여 서술한 내용이 다소 잘못되었습니다.

○·· 예시 답안

<table>
<tr><th>문항</th><th>예시답안</th></tr>
<tr><td>평가 문항
3
(논술 3)</td><td>

속도 $v(t)$ 와 위치 $x(t)$ 는 $v(t) = x'(t)$ 의 관계이다.

(i) $v(t) = at^2 + bt + c$ (단, a, b, c는 상수, $a \neq 0$)이면

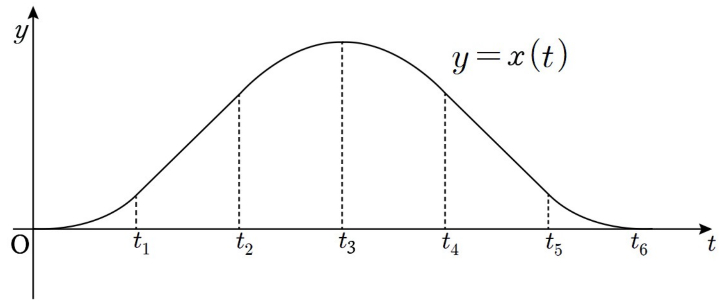
$x(t) = \frac{1}{3}at^2 + \frac{1}{2}bt^2 + ct + C_1$ (단, C_1은 상수)로 삼차함수의 그래프 개형을 갖는다.

(ii) $v(t) = pt + q$ (단, p, q는 상수, $p \neq 0$)이면

$x(t) = \frac{1}{2}pt^2 + qt + C_2$ (단, C_2는 상수)로 이차함수의 그래프 개형을 갖는다.

(iii) $v(t) = l$ (단, l 은 상수)이면 $x(t) = lt + C_3$ (단, C_3은 상수)로 일차함수의 그래프 개형을 갖는다.

자동차의 출발한 위치를 수직선의 원점 O 라 하면, 자동차의 위치 $x(t)$ 의 그래프의 개형은 다음과 같다.



위치 $x(t)$ 의 그래프를 그릴 때 주의할 사항은 속도 $v(t)$ 는 위치 $x(t)$ 의 도함수이며, 주어진 속도 $v(t)$ 의 그래프로부터 위치 $x(t)$ 는 주어진 구간에서 미분가능해야 한다는 점이다. 따라서 그래프의 개형이 바뀌는 시각 $t=t_1$, $t=t_2$, $t=t_4$, $t=t_5$ 에서 속도 $v(t)$ 의 그래프의 개형은 연속이면서 매끄러운 곡선이 되도록 그려야 한다.

속도 $v(t)$ 의 그래프가 점 $(t_3, 0)$ 에 대하여 대칭이므로 위치 $x(t)$ 의 그래프는 직선 $t=t_3$에 대하여 대칭이어야 한다.

그리고 $v(t_3) = 0$ 이므로 $t=t_3$ 에서의 접선의 기울기가 0 이 되도록 그래프를 그려야 한다.

시각 $t=0$ 부터 $t=t_6$ 까지 자동차가 움직인 총 이동거리는 속도 $v(t)$ 의 그래프와 t 축으로 둘러싸인 도형의 넓이와 같다. 그러므로 자동차가 움직인 총 이동거리는 $\int_0^{t_6} |v(t)|dt$ 로 구할 수 있다.

시각 $t=t_6$ 에서의 자동차의 위치 $x(t)$ 는 $\int_0^{t_6} v(t)dt$ 로 구할 수 있다. 속도 $v(t)$ 의 그래프가 점 $(t_3, 0)$ 에 대하여 대칭이므로 $0 \leq t \leq t_3$ 에서 $v(t)$ 의 그래프, t 축으로 둘러싸인 도형의 넓이와 $t_3 \leq t \leq t_6$ 에서 $v(t)$ 의 그래프, t 축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 같으므로 시각 $t=t_6$ 에서의 자동차의 위치는 처음 출발 위치와 같다. 즉, 자동차의 처음 위치를 O 라 한다면 시각 $t=t_6$ 에서의 자동차의 위치도 O 이다.

따라서 자동차의 총 이동거리는 처음 출발 위치를 원점 O 라 하였을 때, $\int_0^{t_6} |v(t)|dt$ 으로 정적분을 활용한 도형의 넓이를 구하는 방법으로 구할 수 있지만, 자동차의 위치는 $\int_0^{t_6} v(t)dt$ 으로 속도 함수의 정적분으로 구할 수 있다.

</td></tr>
</table>

○·· 평가에 따른 피드백

수준	피드백
상	• 움직이는 물체의 속도 $v(t)$ 와 위치 $x(t)$ 와의 관계를 정확하게 이해하고 있을 뿐만 아니라, 이와 관련된 문제를 해결할 수 있는 능력이 우수합니다. 속도 $v(t)$ 의 그래프에 대하여 위치 $x(t)$ 의 그래프 개형을 그릴 수 있으며 그 과정에 대한 설명을 논리적으로 설명하였습니다. 또한 위치 $x(t)$ 의 그래프를 그릴 때 주의사항에 대해서도 정확하게 알고 있어 이에 대해 설명할 수 있는 의사소통 역량도 갖추었습니다. 게다가 움직이는 물체의 위치와 총 이동거리와의 관계를 정확하게 이해하고 이 둘 사이의 차이점에 대해서도 서술하는 답안을 작성하였습니다.
중	• 속도 $v(t)$ 와 위치 $x(t)$ 사이의 관계를 설명하고, 속도 $v(t)$ 의 함수에 따라 위치 $x(t)$ 의 개형이 달라짐을 서술한 후, 이를 바탕으로 위치 $x(t)$ 의 그래프의 개형을 완벽하게 그렸습니다. 또한 이와 함께 위치 $x(t)$ 의 그래프를 그릴 때 주의해야 할 사항에 대하여도 완벽히 서술하였습니다. 다만 위치와 총 이동거리와의 관계는 이해하였으나, 자동차가 움직인 총 이동거리를 구하는 방법을 구체적으로 설명하는 능력이 다소 부족하고 시각 $t=t_6$ 에서의 자동차의 위치와 총 이동거리의 차이점에 대하여 보다 정확하게 학습하여 이에 대해 서술하는 연습을 하면 보다 완벽한 답안을 작성할 수 있을 것이라 기대됩니다. • 속도 $v(t)$ 와 위치 $x(t)$ 사이의 관계를 설명하고, 속도 $v(t)$ 의 함수에 따라 위치 $x(t)$ 의 개형이 달라짐을 서술하였으나, 위치 $x(t)$ 의 그래프의 개형의 일부만을 그렸습니다. 또한 위치 $x(t)$ 의 그래프를 그릴 때 주의해야 할 사항에 대하여 일부만을 서술함으로써 그래프를 정확하게 그리는 연습이 필요합니다. 그리고 위치와 총 이동거리와의 관계에 대한 수식은 기억하고 있으나, 이를 응용하여 자동차가 움직인 총 이동거리, 시각 $t=t_6$ 에서의 자동차의 위치와 총 이동거리와의 차이점을 구하는 능력이 다소 부족합니다.
하	• 속도 $v(t)$ 와 위치 $x(t)$ 사이의 관계를 설명하고 위치 $x(t)$ 의 그래프의 개형의 일부를 그렸으나, 그 과정에 대한 설명이 부족하였습니다. 그리고 위치 $x(t)$ 의 그래프를 그릴 때 주의사항에 대하여 서술하지 못한 것이 아쉽습니다. 또한 위치와 총 이동거리와의 관계의 일부만을 이해하여 시각 $t=t_6$ 에서의 자동차의 위치와 총 이동거리와의 차이점에 대하여 다소 잘못된 답안을 작성하였습니다. 속도, 위치, 이동거리 사이의 관계에 대한 학습이 보완되면 좋을 것 같습니다.

≫ 피드백 작성 시 유의점

- 속도와 위치, 위치와 이동거리와의 관계에 대하여 서술할 때, 학생들의 학습 수준에 따라 작성된 답안의 수준이 다양할 것으로 예상됩니다. 이에 대하여 학생들이 작성한 세세한 부분에 대하여 피드백을 제공하면 학생들의 학습 욕구를 키울 수 있을 것입니다.
- 모둠으로 진행하였을 경우, 모둠 활동에서 이루어지는 학생들의 태도(리더십, 모둠 참여도 등)에 대해서도 피드백을 제공할 수 있습니다.
- 수학과의 특성상, 식을 통하여 본인의 생각 및 문제 풀이 방향에 대하여 서술하는 것이 중요합니다. 이에 학생들이 수학적으로 서술한 경우, 그렇지 못한 경우에 대하여 잘한 점과 부족한 점에 대하여 피드백을 제공할 필요가 있습니다.

4. 서·논술 문항의 지필평가 적용

○·· 지필평가 적용을 위한 Tip

평가 문항 1-3과 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가 문항 1의 3문항의 경우, 롤의 정리를 활용하여 주어진 명제가 참임을 증명하도록 하였습니다. 지필평가에서는 증명 과정의 일부만을 작성하는 형태로 변형하여 제시할 수 있습니다.
- 평가 문항 1의 3문항의 채점기준은 각 빈칸당 각 1점씩 총 5점을 부여할 수 있습니다.
- 지필평가 문항과 채점기준의 예시는 다음과 같습니다.

서술형

주어진 자료를 읽고 물음에 답하시오.

다음은 다항함수 $f(x)$ 와 두 실수 a, $b\,(a<b)$에 대하여 $\int_a^b f(x)dx=0$ 이면, 방정식 $f(x)=0$ 은 닫힌구간 $[a\ ,b]$ 에서 적어도 하나의 실근을 가짐을 증명한 것이다. 다음 빈칸에 적합한 증명 과정을 작성하시오.

함수 $f(x)$ 가 다항함수이므로 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면 $F(x)$ 도 다항함수이다.
그러므로 $F(x)$ 는 롤의 정리의 세 가지 조건,
(ⅰ) $\boxed{\quad (가) \quad}$
(ⅱ) $\boxed{\quad (나) \quad}$
(ⅲ) $\int_a^b f(x)dx=0$ 이므로 $\boxed{\quad (다) \quad}$
를 만족시킨다.
그러므로 롤의 정리에 의하면 $\boxed{\quad (라) \quad}=0$ 인 실수 c $(a<c<b)$가 적어도 하나 존재한다.

이때, $\boxed{\quad (라) \quad}=\boxed{\quad (마) \quad}=0$ 이므로 방정식 $f(x)=0$ 은 열린구간 (a,b) 에서 적어도 하나의 실근을 가진다. 따라서 $\int_a^b f(x)dx=0$ 이면 방정식 $f(x)=0$ 은 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 적어도 하나의 실근을 가진다.

평가 요소	척도/배점	기대 수행
롤의 정리를 활용하여 주어진 명제 증명하기	5점	(가), (나), (다), (라), (마) 빈칸을 모두 올바르게 작성한 경우
	4점	(가), (나), (다), (라), (마) 중 4개의 빈칸을 올바르게 작성한 경우
	3점	(가), (나), (다), (라), (마) 중 3개의 빈칸을 올바르게 작성한 경우
	2점	(가), (나), (다), (라), (마) 중 2개의 빈칸을 올바르게 작성한 경우
	1점	(가), (나), (다), (라), (마) 중 1개의 빈칸을 올바르게 작성한 경우
	0점	미작성 또는 오답

평가 문항 2-2와 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가 문항 2의 2문항의 경우, 곡선과 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하는 방법을 설명하도록 하였습니다. 지필평가에서는 두 곡선의 식을 구체적으로 제시하여 둘러싸인 도형의 넓이를 구하는 형태로 변형하여 제시할 수 있습니다.
- 평가 문항 2의 2문항의 채점기준은 두 곡선이 만나는 서로 다른 세 점의 x 좌표를 구한 경우 1점, 두 곡선으로 둘러싸인 두 도형의 넓이를 구하는 식을 작성하였을 경우 각 1점, 두 도형의 넓이를 각각 올바르게 구하였을 경우 각 1점으로 총 3점을 부여할 수 있습니다.
- 지필평가 문항과 채점기준의 예시는 다음과 같습니다.

서술형

다음 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오,

$$y=-x^3+2x^2+3x-4 \qquad y=2x^2+4x-4$$

평가 요소	척도/배점	기대 수행
두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이 구하기	3점	두 곡선이 만나는 세 점의 x 좌표를 구한 후, 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 올바르게 구한 경우
	2점	두 곡선이 만나는 세 점의 x 좌표를 구한 후, 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하는 식까지만 올바르게 구한 경우
	1점	두 곡선이 만나는 세 점의 x 좌표를 올바르게 구한 경우
	0점	미작성 또는 오답

평가 문항 3과 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

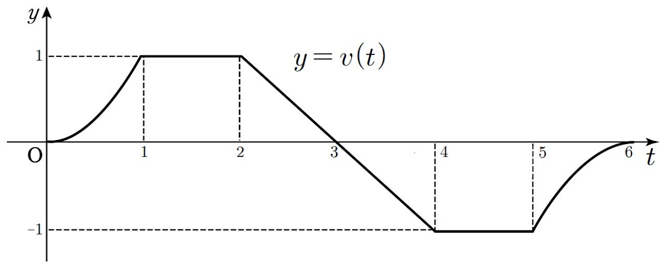
- 평가 문항 3의 경우, 속도와 거리에 관한 문제 상황을 적분과 관련된 기호를 활용하여 적절하게 표현할 수 있으며 이를 수학적으로 분석하고 해석하여 적분을 활용하여 문제를 해결할 수 있도록 하였습니다. 지필평가의 서술형에서는 학생들이 답안을 구체적으로 작성할 수 있도록 속도 $v(t)$ 의 식을 제시하는 형태로 변형하여 제시할 수 있습니다. 또한 세부 문항으로 나누어 제시함으로써 학생들이 작성해야 하는 사항들에 대해서 구체적으로 제시하는 형태로 변형할 수 있습니다.
- 평가 문항 3의 채점기준은 (1)의 문항은 다섯 개의 구간별($0 \le t < 1$, $1 \le t < 2$, $2 \le t < 4$, $4 \le t < 5$, $5 \le t < 6$) 위치 함수를 올바르게 구한 경우 각각 1점씩 총 5점, (2)의 문항은 시각 $t = t_6$ 에서의 자동차의 위치와 총 이동거리를 올바르게 구한 경우 각각 1점씩 총 2점으로, 평가 문항 3에 대하여 총 7점을 부여할 수 있습니다.
- 지필평가 문항과 채점기준의 예시는 다음과 같습니다.

서술형

주어진 자료를 읽고 물음에 답하시오.

다음 그림은 정지 상태에서 출발하여 직선 도로 위를 움직이는 어떤 자동차의 속도 $v(t)$ $(0 \le t \le 6)$와 $y = v(t)$ 의 그래프는 다음과 같다.

$$v(t) = \begin{cases} t^2 & (0 \le t < 1) \\ 1 & (1 \le t < 2) \\ -t+3 & (2 \le t < 4) \\ -1 & (4 \le t < 5) \\ -(t-6)^2 & (5 \le t \le 6) \end{cases}$$



(1) 자동차의 위치 $x(t)$ $(0 \le t \le 6)$을 구하시오. (5점)

(2) 시각 $t = t_6$ 에서의 자동차의 위치와 총 이동거리를 각각 구하시오. (2점)

평가 요소	척도/배점		기대 수행
속도 $v(t)$ 의 그래프에 대한 위치 $x(t)$ 의 그래프 그리기	(1)	5점	다섯 개의 구간별 ($0 \le t < 1$, $1 \le t < 2$, $2 \le t < 4$, $4 \le t < 5$, $5 \le t < 6$) 위치 함수를 모두 올바르게 설명한 경우
		4점	다섯 개의 각 구간($0 \le t < 1$, $1 \le t < 2$, $2 \le t < 4$, $4 \le t < 5$, $5 \le t < 6$) 중 네 개에 대하여 위치 함수를 모두 올바르게 설명한 경우
		3점	다섯 개의 각 구간($0 \le t < 1$, $1 \le t < 2$, $2 \le t < 4$, $4 \le t < 5$, $5 \le t < 6$) 중 세 개에 대하여 위치 함수를 모두 올바르게 설명한 경우
		2점	다섯 개의 각 구간($0 \le t < 1$, $1 \le t < 2$, $2 \le t < 4$, $4 \le t < 5$, $5 \le t < 6$) 중 두 개에 대하여 위치 함수를 모두 올바르게 설명한 경우
		1점	다섯 개의 각 구간($0 \le t < 1$, $1 \le t < 2$, $2 \le t < 4$, $4 \le t < 5$, $5 \le t < 6$) 중 한 개에 대하여 위치 함수를 올바르게 설명한 경우
		0점	미작성 또는 오답
	(2)	2점	시각 $t = t_6$ 에서의 자동차의 위치와 총 이동거리 모두 올바르게 설명한 경우
		1점	시각 $t = t_6$ 에서의 자동차의 위치와 총 이동거리 중 하나만 올바르게 설명한 경우
		0점	미작성 또는 오답

서·논술형

평가도구 자료집

10

수열의 극한

10

수열의 극한

1. 과제 개요

학교급	고등학교		학년/학년군	2~3학년
교과군	수학		과목명	미적분
과제명	**수열의 극한**			
성취기준 및 평가기준	[12미적01-01] 수열의 수렴, 발산의 뜻을 알고, 이를 판별할 수 있다.	상	수열의 극한의 정의와 기호의 의미를 이해하고 이를 설명할 수 있다.	
		중	수열의 극한의 정의와 기호의 의미를 이해할 수 있다.	
		하	수열의 극한을 조사할 수 있다.	
	[12미적01-02] 수열의 극한에 대한 기본 성질을 이해하고, 이를 이용하여 극한값을 구할 수 있다.	상	수열의 극한에 대한 성질을 이해하여 극한값을 구하고, 그 원리를 설명할 수 있다.	
		중	수열의 극한에 대한 성질을 이해하여 극한값을 구할 수 있다.	
		하	수열의 극한값을 구할 수 있다.	
	[12미적01-03] 등비수열의 극한값을 구할 수 있다.	상	등비수열을 포함하는 수열의 극한값을 구하고, 그 원리를 설명할 수 있다.	
		중	등비수열을 포함하는 수열의 극한값을 구할 수 있다.	
		하	등비수열의 극한값을 구할 수 있다.	
교과 역량	문제해결, 추론, 의사소통			
출제 의도	(평가문항1) 수열의 극한과 함수의 극한 사이의 관련성과 수열의 극한의 특징에 대하여 생각해 볼 수 있도록 구성하였다. (평가문항2) 수열의 극한에 관한 성질의 의미를 생각해 보고, 수열의 극한에 대한 여러 가지 명제에서 참·거짓을 판별하고 반례를 찾아봄으로써 수열의 극한에 대한 이해도를 높일 수 있도록 구성하였다. (평가문항3) 등비수열의 극한을 이해하고 있는지를 점검해보고, 수열의 극한에 관한 성질과 등비수열의 극한의 성질을 이용하여 극한값의 계산에서 나타날 수 있는 오개념을 점검해 볼 수 있도록 구성하였다.			

서·논술형 평가 문항	교과 영역 / 역량	평가 요소
평가 문항 1 (서술형, 논술형)	수열 극한의 정의/ 의사소통, 문제해결, 추론	• 함수의 그래프를 이용하여 수열의 극한과 함수의 극한의 관계 확인하기 • 수열의 처음 유한개의 항의 변화에 따른 수열의 극한 이해하기
평가 문항 2 (서술형, 논술형)	수열의 극한의 성질/ 의사소통, 문제해결, 추론	• 수열의 극한에 대한 성질 이해하기 • 수열의 극한에 대한 성질 활용하기
평가 문항 3 (서술형)	등비수열의 극한의 성질/ 문제해결, 추론	• 등비수열의 극한 이해하기 • 수열의 극한에 대한 성질과 등비수열의 극한의 성질을 이용하여 수열의 극한값 구하기

2. 교수·학습 활동 및 평가 계획

학습단계	학습 목표 (교과역량)	교수학습 활동	평가 문항	방법
1~2차시	수열의 극한을 이해할 수 있다. (의사소통역량, 문제해결역량, 추론역량)	[교사] 좌표평면을 이용하여 수열의 극한 설명하기, 공학도구를 이용하여 수열의 극한 보여주기 [학생(모둠 혹은 학급 전체)] 그래프를 이용하여 수열의 극한 이해하기, 공학도구를 이용하여 수열의 극한 확인하기 [학생(개인)] 자신이 이해한 내용을 설명해보기	**평가 문항 1 ›** [학생(개인)] 수열의 극한과 함수의 극한 비교하기, 수열의 극한 의미 이해하기 **피드백 ››**	서술형 문항 논술형 문항 개인별 평가
3~4차시	수열의 극한에 대한 성질을 이해할 수 있다. (의사소통역량, 문제해결역량, 추론역량)	[교사] 수열의 극한에 대한 성질 설명하기 [학생(모둠 혹은 학급 전체)] 수열의 극한에 대한 성질이 성립하기 위한 조건 확인하기, 수열의 극한에 대한 성질 이해하기 [학생(개인)] 수열의 극한에 대한 성질 활용하기	**평가 문항 2 ›** [학생(개인)] 수열의 극한에 대한 성질 이해하고 활용하기 **피드백 ››**	서술형 문항 논술형 문항 개인별 평가
5~6차시	등비수열의 극한을 이해할 수 있다. (문제해결역량, 추론역량)	[교사] 등비수열의 극한에 대하여 설명하기 [학생(모둠 혹은 학급 전체)] 등비수열의 수렴과 발산에 대하여 이해하기 [학생(개인)] 등비수열의 극한을 이용하여 극한값 계산하기	**평가 문항 3 ›** [학생(모둠 혹은 학급 전체)] 등비수열의 극한을 이해하고 활용하기 **피드백 ››**	서술형 문항 개인별 평가

3. 평가 문항

평가 문항 1(서논술형)

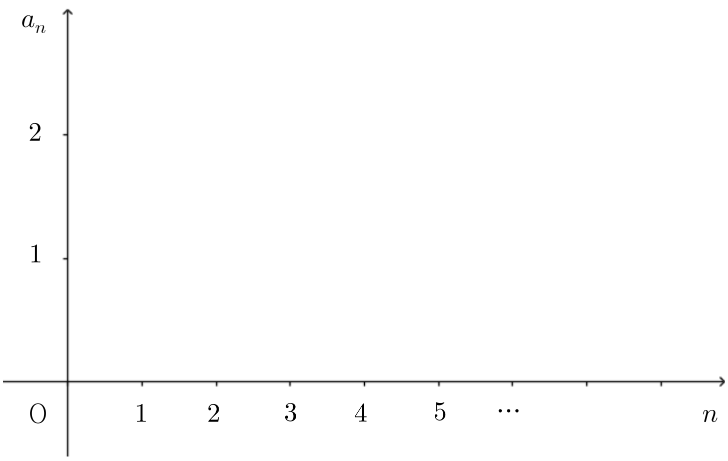
1-1. 두 수열

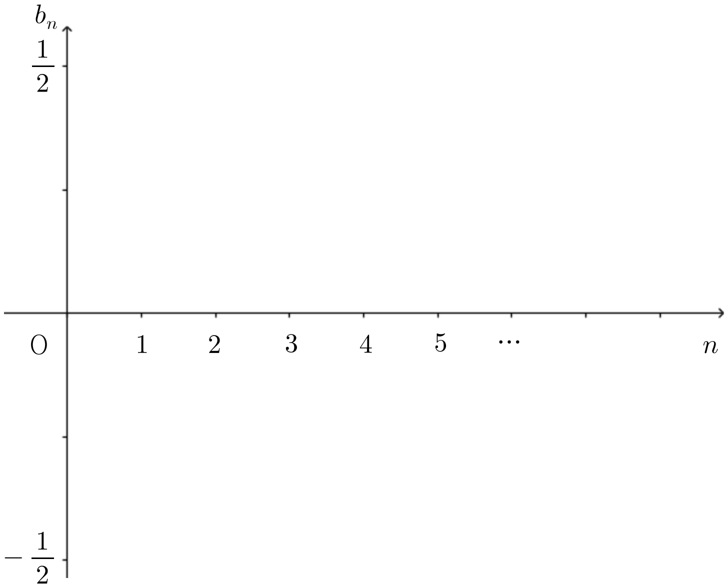
$$\{a_n\}: 1+\frac{1}{2},\ 1+\frac{2}{3},\ 1+\frac{3}{4},\ \cdots,\ 1+\frac{n}{n+1},\ \cdots$$

$$\{b_n\}: -\frac{1}{2},\ \frac{1}{3},\ -\frac{1}{4},\ \cdots,\ \frac{(-1)^n}{n+1},\ \cdots$$

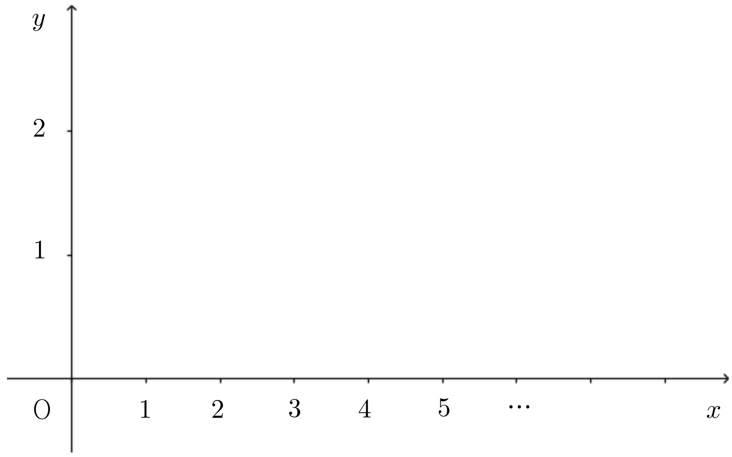
에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(1) n **의 값이 한없이 커질 때, 두 수열** $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ **의 각 항의 값이 변하는 상태를 좌표평면 위에 각각 나타내시오.**





(2) $x > 0$ 일 때, 함수 $f(x) = 1 + \frac{x}{x+1}$ 에 대하여 $a_n = f(n)$ 이므로 좌표평면 위에 함수 $y = f(x)$ 의 그래프를 이용하여 $\lim_{x \to \infty} f(x)$ 와 $\lim_{n \to \infty} a_n$ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

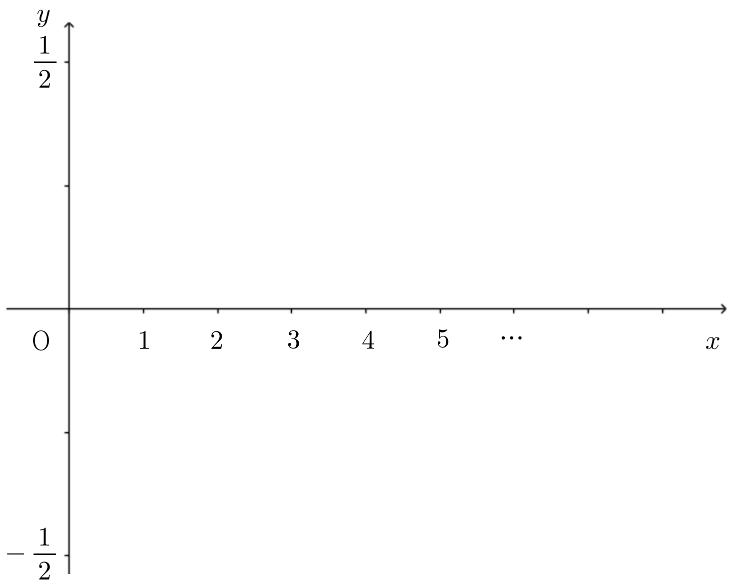


(3) 수열 $\{b_n\}$ 의 경우 n 의 값에 따라 수열의 항의 부호가 바뀐다.

$x > 0$ 일 때, 두 함수 $g_1(x) = -\frac{1}{x+1}$, $g_2(x) = \frac{1}{x+1}$ 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} g_1(n) & (n\text{이 홀수}) \\ g_2(n) & (n\text{이 짝수}) \end{cases}$$

이므로 좌표평면 위에 두 함수 $y = g_1(x)$ 와 $y = g_2(x)$ 의 그래프를 이용하여 $\lim_{x \to \infty} g_1(x)$, $\lim_{x \to \infty} g_2(x)$, $\lim_{n \to \infty} b_n$ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.



1-2. 두 수열

$\{a_n\}$: 2 , 2^2 , 2^3 , $\cdots$, 2^n , $\cdots$

$\{b_n\}$: -1 , -2^2 , -3^2 , $\cdots$, $-n^2$, $\cdots$

에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(1) $x > 0$ **일 때, 함수** $f(x) = 2^x$ **의 그래프를 이용하여 수열** $\{a_n\}$ **의 극한을 조사하고** $\lim_{x \to \infty} f(x)$ **와** $\lim_{n \to \infty} a_n$ **을 비교하시오.**

(2) $x > 0$ **일 때, 함수** $g(x) = -x^2$ **의 그래프를 이용하여 수열** $\{b_n\}$ **의 극한을 조사하고** $\lim_{x \to \infty} g(x)$ **와** $\lim_{n \to \infty} b_n$ **을 비교하시오.**

1-3. 두 수열

$\{a_n\}$: $\sin \pi$, $\sin 2\pi$, $\sin 3\pi$, $\cdots$, $\sin n\pi$, $\cdots$

$\{b_n\}$: -2 , $(-2)^2$, $(-2)^3$, $\cdots$, $(-2)^n$, $\cdots$

에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(1) $x > 0$ **일 때, 함수** $f(x) = \sin \pi x$ **의 그래프를 이용하여 수열** $\{a_n\}$ **의 극한을 조사하고** $\lim_{x \to \infty} f(x)$ **와** $\lim_{n \to \infty} a_n$ **을 비교하시오.**

(2) $x > 0$ **일 때, 두 함수** $g_1(x) = -2^x$ **,** $g_2(x) = 2^x$ **의 그래프를 이용하여 수열** $\{b_n\}$ **의 극한을 조사하고** $\lim_{x \to \infty} g_1(x)$ **,** $\lim_{x \to \infty} g_2(x)$ **,** $\lim_{n \to \infty} b_n$ **을 비교하시오.**

1-4. 1-1~1-3을 통하여 유추할 수 있는 함수의 극한과 수열의 극한의 관계에 대하여 서술하시오.

1-5. 두 수열

$\{a_n\}$: 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\cdots$, $\frac{1}{n}$, $\cdots$

$\{b_n\}$: -1, -2, -3, $\cdots$, $-n$, $\cdots$

에 대하여 수열의 처음 유한개의 항을 추가, 제거 또는 변경하였을 때의 수열의 수렴과 발산에 대하여 알아보자.

(1) 수열 $\{c_n\}$ 의 일반항 $c_n = \begin{cases} n & (1 \le n \le 3) \\ a_{n-3} & (n \ge 4) \end{cases}$ 일 때, 수열 $\{c_n\}$ 의 극한을 조사하시오.

(2) 수열 $\{d_n\}$ 의 일반항 $d_n = \begin{cases} n & (1 \le n \le 30) \\ a_n & (n \ge 31) \end{cases}$ 일 때, 수열 $\{d_n\}$ 의 극한을 조사하시오.

(3) 수열 $\{e_n\}$ 의 일반항 $e_n = b_{n+2}$ 일 때, 수열 $\{e_n\}$ 의 극한을 조사하시오.

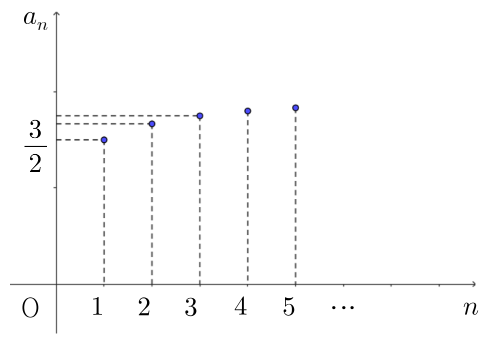
(4) 수열 $\{f_n\}$ 의 일반항 $f_n = \begin{cases} n^2 & (1 \le n \le 20) \\ b_n & (n \ge 21) \end{cases}$ 일 때, 수열 $\{f_n\}$ 의 극한을 조사하시오.

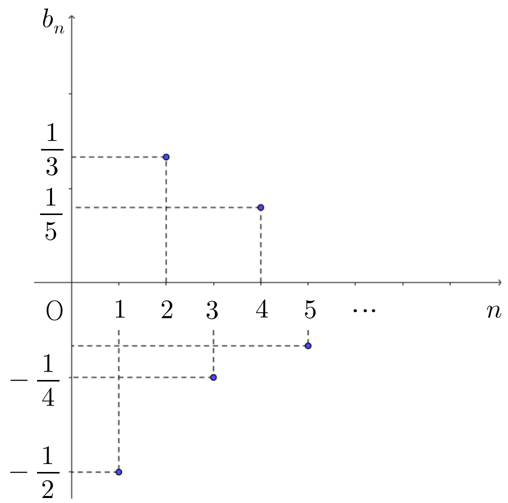
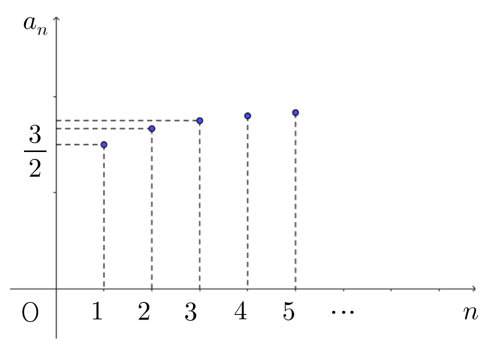
1-6. 1-5의 결과를 통하여 유추할 수 있는 수열의 극한에 대한 성질을 서술하시오.

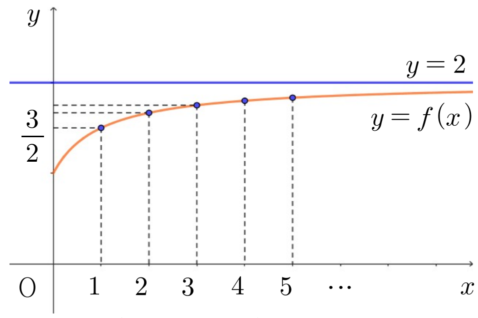
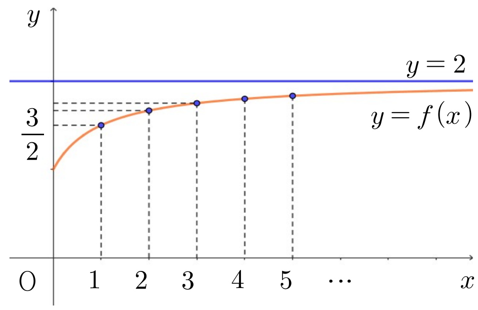
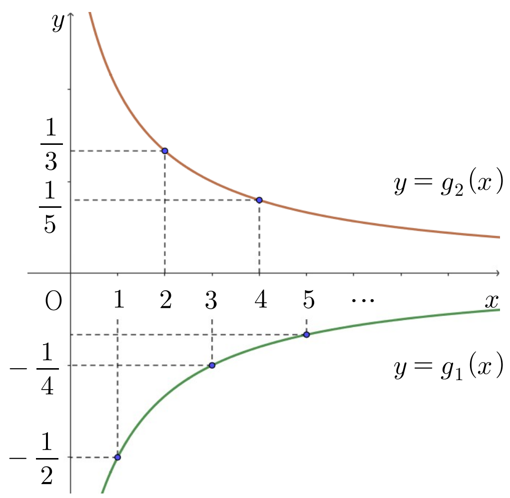
≫ 활용 Tip !

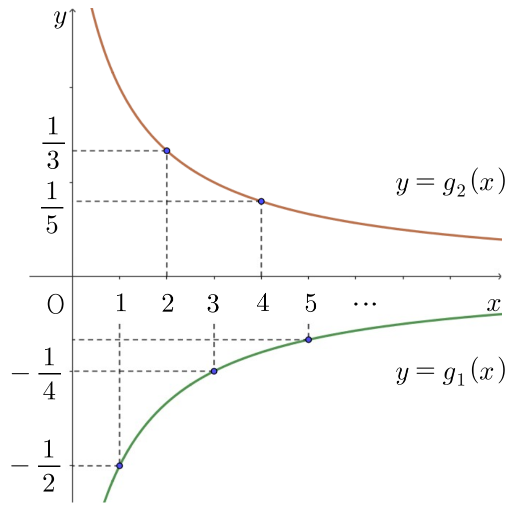
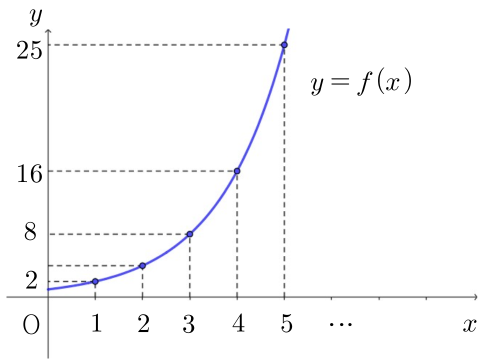
- 1-1 , 1-2문항에서 함수의 그래프를 이용하여 수열의 극한을 예측하고 조사할 수 있도록 합니다.
- 1-3 문항에서 함수의 극한과 수열의 극한이 일치하지 않는 경우에 대하여 그 이유를 생각해 볼 수 있도록 합니다.
- 1-4 문항에서 앞의 문항의 결과를 분류하여 자신의 생각을 정리할 수 있도록 합니다.
- 1-5 문항에서 유한개의 항의 변화는 수열의 극한에 영향이 없음을 이해할 수 있도록 합니다.

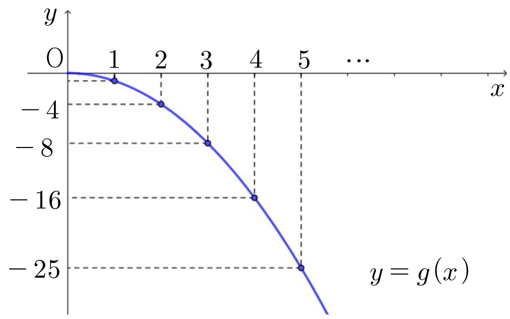
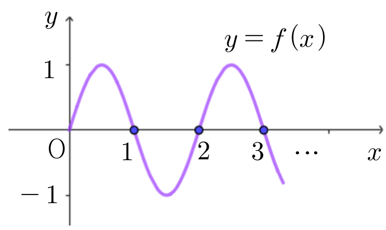
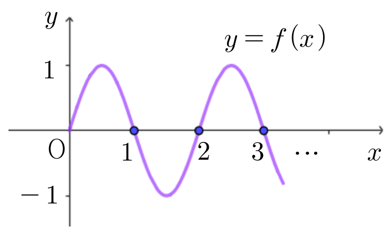
○·· 채점 기준

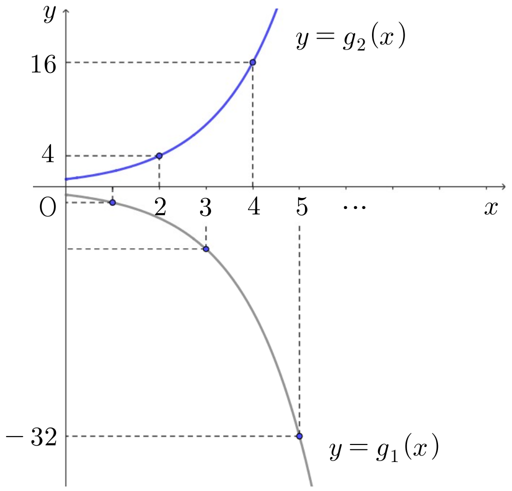
<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="6">1-1
(1)</td><td rowspan="6">수열의 극한을
좌표평면에서 확인하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">좌표평면에 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$을 각각 나타낸 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>


</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">좌표평면에 수열 $\{a_n\}$ 또는 $\{b_n\}$을 나타낸 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">좌표평면에 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$을 모두 나타내지 못하였거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>미작성 또는 오답</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="6">1-1
(2)</td><td rowspan="6">함수의 그래프를 이용하여 수렴하는 수열의 극한값 확인하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">함수 $f(x)$의 그래프를 그리고(㉠) $\lim_{x \to \infty} f(x)$를 구한 경우(㉡)</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>
$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty}\left(2 - \frac{1}{x+1}\right) = 2$ 그러므로 $\lim_{n \to \infty} a_n = 2$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">㉠, ㉡ 중 한 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">㉠, ㉡ 모두 올바르게 서술하지 못하였거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>미작성 또는 오답</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1-1
(3)</td><td rowspan="2">함수의 그래프를 이용하여 수렴하는 수열의 극한값 확인하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">두 함수 $g_1(x)$, $g_2(x)$의 그래프를 그리고(㉠) $\lim_{x \to \infty} g_1(x)$, $\lim_{x \to \infty} g_2(x)$를 구한 경우(㉡)</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>
$\lim_{x \to \infty} g_1(x) = 0 = \lim_{x \to \infty} g_2(x)$ 그러므로 $\lim_{n \to \infty} b_n = 0$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="4"></td><td rowspan="4"></td><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">㉠, ㉡ 중 한 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">㉠, ㉡ 모두 올바르게 서술하지 못하였거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>미작성 또는 오답</td></tr>
<tr><td rowspan="6">1-2
(1)</td><td rowspan="6">함수의 그래프를
이용하여 발산하는
수열의 극한 조사하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">함수 $f(x) = 2^x$ 에 대하여 $a_n = f(n)$ 임을 이용하여(㉠) $\lim_{x \to \infty} f(x)$ 와 $\lim_{n \to \infty} a_n$ 을 비교한 경우(㉡)</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>
$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$ 이므로 $\lim_{n \to \infty} a_n = \infty$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">㉠, ㉡ 중 한 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$ 이므로 $\lim_{n \to \infty} a_n = \infty$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">㉠, ㉡ 모두 올바르게 서술하지 못하였거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>미작성 또는 오답</td></tr>
<tr><td>1-2
(2)</td><td>함수의 그래프를
이용하여 발산하는
수열의 극한 조사하기</td><td>2점</td><td colspan="2">함수 $g(x) = -x^2$ 에 대하여 $b_n = g(n)$ 임을 이용하여(㉠) $\lim_{x \to \infty} g(x)$ 와 $\lim_{n \to \infty} b_n$ 을 비교한 경우(㉡)</td></tr>
</table>

문항	평가 요소	척도/배점	기대 수행	
			예시답안	 $\lim\limits_{x \to \infty} g(x) = -\infty$ 이므로 $\lim\limits_{n \to \infty} b_n = -\infty$
		1점	㉠, ㉡ 중 한 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우	
			예시답안	$\lim\limits_{x \to \infty} g(x) = -\infty$ 이므로 $\lim\limits_{n \to \infty} b_n = -\infty$
		0점	㉠, ㉡ 모두 올바르게 서술하지 못하였거나 미작성한 경우	
			예시답안	미작성 또는 오답
1-3 (1)	함수의 그래프를 이용하여 발산하는 수열의 극한 조사하기	2점	함수 $f(x) = \sin \pi x$ 에 대하여 $a_n = f(n)$ 임을 이용하여(㉠) $\lim\limits_{x \to \infty} f(x)$ 와 $\lim\limits_{n \to \infty} a_n$ 을 비교한 경우(㉡)	
			예시답안	 $\lim\limits_{x \to \infty} f(x)$ 은 (진동)발산이지만 $\lim\limits_{n \to \infty} a_n = 0$ 으로 수렴한다.
		1점	㉠, ㉡ 중 한 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우	
			예시답안	
		0점	㉠, ㉡ 모두 올바르게 서술하지 못하였거나 미작성한 경우	
			예시답안	미작성 또는 오답
1-3 (2)	함수의 그래프를 이용하여 발산하는 수열의 극한 조사하기	2점	함수 $g_1(x) = -2^x$ 와 $g_2(x) = 2^x$ 에 대하여 $b_n = \begin{cases} g_1(n) & (n\text{이 홀수}) \\ g_2(n) & (n\text{이 짝수}) \end{cases}$ 임을 이용하여(㉠) $\lim\limits_{x \to \infty} g_1(x)$, $\lim\limits_{x \to \infty} g_2(x)$ 와 $\lim\limits_{n \to \infty} b_n$ 을 비교한 경우(㉡)	

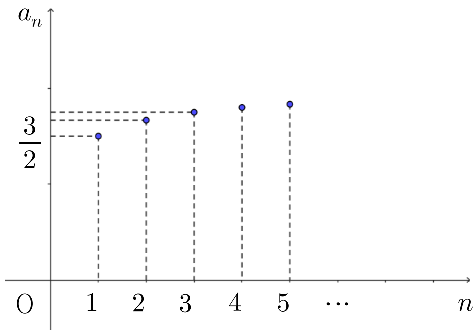
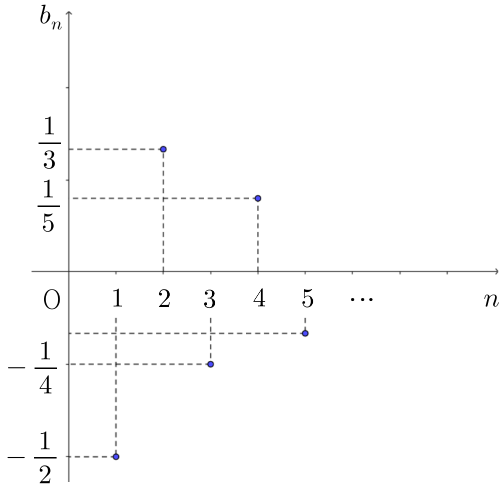
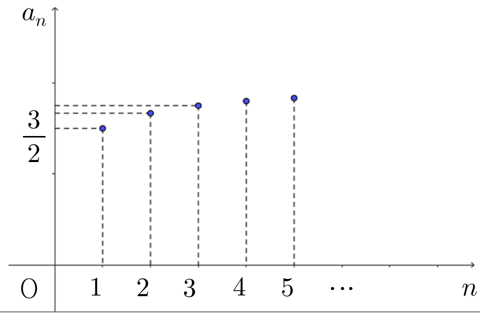
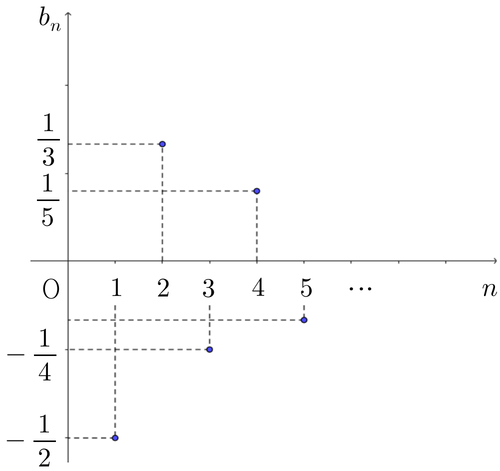
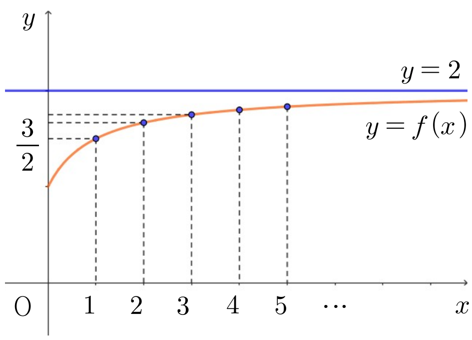
문항	평가 요소	척도/배점	기대 수행	
			예시답안	 $\lim_{x \to \infty} g_1(x) = -\infty$, $\lim_{x \to \infty} g_2(x) = \infty$ 이고 $\lim_{n \to \infty} b_n$ 은 진동(발산)
		1점	㉠, ㉡ 중 한 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우	
			예시답안	$\lim_{x \to \infty} g_1(x) = -\infty$, $\lim_{x \to \infty} g_2(x) = \infty$ 이고 $\lim_{n \to \infty} b_n$ 은 진동(발산)
		0점	㉠, ㉡ 모두 올바르게 서술하지 못하였거나 미작성한 경우	
			예시답안	미작성 또는 오답
1-4	함수의 그래프를 통하여 함수의 극한에 참과 거짓을 확인하기	2점	수열의 극한과 함수의 극한이 일치하는 사례(㉠)와 일치하지 않는 사례(㉡)를 구분하여 서술한 경우	
			예시답안	함수의 극한이 수렴하거나 ∞ 또는 $-\infty$ 로 발산하는 경우에는 함수의 극한과 수열의 극한이 일치한다. 그러나 함수의 극한이 진동(발산)하거나 수열의 극한이 진동(발산)하는 경우에는 함수의 극한과 수열의 극한의 결과가 일치하지 않을 수 있다.
		1점	㉠, ㉡ 중 한 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우	
			예시답안	함수의 극한이 수렴하거나 ∞ 또는 $-\infty$ 로 발산하는 경우에는 함수의 극한과 수열의 극한이 일치한다.
		0점	㉠, ㉡ 모두 올바르게 서술하지 못하였거나 미작성한 경우	
			예시답안	미작성 또는 오답
1-5 (1)	수열의 처음 유한개의 항이 제거되었을 경우에 대한 수열의 극한	2점	수열 $\{c_n\}$ 을 구하고(㉠) $\lim_{n \to \infty} c_n$ 를 구한(㉡) 경우	
			예시답안	$\{c_n\} : 1, 2, 3, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \cdots, \frac{1}{n+2}, \cdots$ 이므로 $\lim_{n \to \infty} c_n = 0$ 이다.
		1점	㉠, ㉡ 중 한 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우	
			예시답안	$\lim_{n \to \infty} c_n = 0$
		0점	㉠, ㉡ 모두 올바르게 서술하지 못하였거나 미작성한 경우	
			예시답안	미작성 또는 오답
1-5 (2)	수열의 처음 유한개의 항이 변경되었을 경우에 대한 수열의 극한	2점	수열 $\{d_n\}$ 을 구하고(㉠) $\lim_{n \to \infty} d_n$ 를 구한(㉡) 경우	
			예시답안	$\{d_n\} : 1, 2, 3, \cdots, 30, \frac{1}{31}, \frac{1}{32}, \cdots \frac{1}{n}, \cdots$ 이므로 $\lim_{n \to \infty} d_n = 0$ 이다.

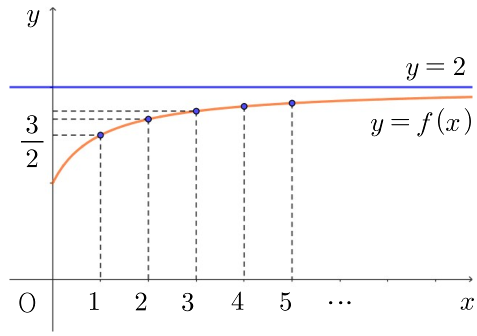
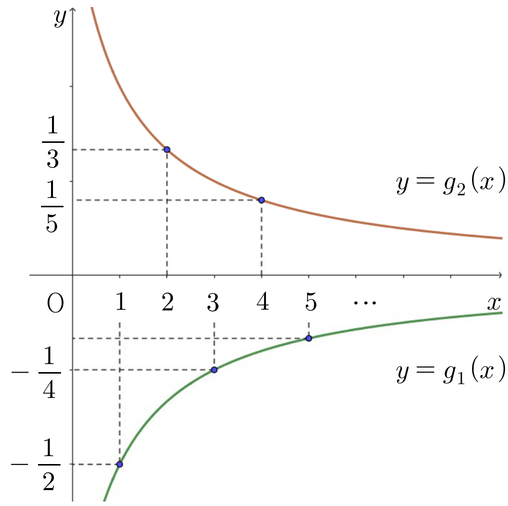
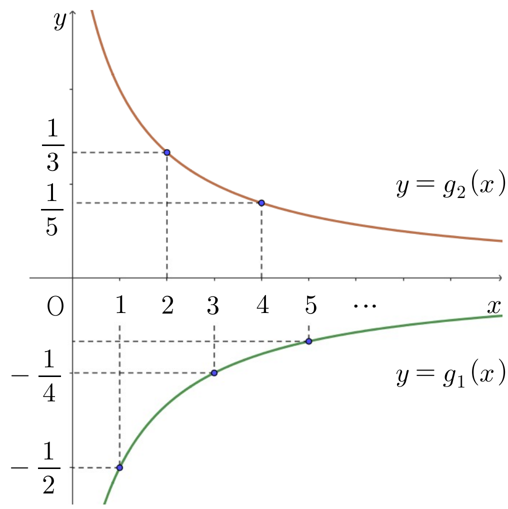
<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="4"></td><td rowspan="4"></td><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">㉠, ㉡ 중 한 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>$\lim_{n \to \infty} d_n = 0$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">㉠, ㉡ 모두 올바르게 서술하지 못하였거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>미작성 또는 오답</td></tr>
<tr><td rowspan="6">1-5
(3)</td><td rowspan="6">수열의 처음 유한개의 항이 제거되었을 경우에 대한 수열의 극한</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">수열 $\{e_n\}$을 구하고(㉠) $\lim_{n \to \infty} e_n$를 구한(㉡) 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>$\{e_n\} : -2, -3, -4, \cdots, -(n+1), \cdots$ 이므로
$\lim_{n \to \infty} e_n = -\infty$ 이다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">㉠, ㉡ 중 한 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>$\lim_{n \to \infty} e_n = -\infty$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">㉠, ㉡ 모두 올바르게 서술하지 못하였거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>미작성 또는 오답</td></tr>
<tr><td rowspan="6">1-5
(4)</td><td rowspan="6">수열의 처음 유한개의 항이 변경되었을 경우에 대한 수열의 극한</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">수열 $\{f_n\}$을 구하고(㉠) $\lim_{n \to \infty} f_n$를 구한(㉡) 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>$\{f_n\} : 1, 2^2, 3^2, \cdots, 20^2, -21, -22, \cdots, -n, \cdots$ 이므로
$\lim_{n \to \infty} f_n = -\infty$ 이다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">㉠, ㉡ 중 한 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>$\lim_{n \to \infty} f_n = -\infty$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">㉠, ㉡ 모두 올바르게 서술하지 못하였거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>미작성 또는 오답</td></tr>
<tr><td rowspan="6">1-6</td><td rowspan="6">수열의 처음 유한개의 항이 제거 또는 변경되었을 경우에 대한 수열의 극한</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">주어진 변화에 따른 수열의 수렴과 발산의 결과(㉠)와 이유(㉡)을 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>수열의 극한은 n이 한없이 커질 때 항의 값의 변화에 대한 것이므로수열의 처음 유한개의 항이 추가, 제거 또는 변경되었을 경우 수열의 수렴과 발산의 결과에 변화를 주지 못함을 알 수 있다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">㉠, ㉡ 중 한 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>수열의 처음 유한개의 항이 추가, 제거 또는 변경되었을 경우 수열의 수렴과 발산의 결과에 변화를 주지 못함을 알 수 있다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">㉠, ㉡ 모두 올바르게 서술하지 못하였거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>미작성 또는 오답</td></tr>
</table>

≫ 채점 시 유의점

- 학생들의 수준에 따라 문항의 의미와 해결과정에 대한 힌트를 제공할 수 있으므로 채점 기준을 변경할 수 있습니다.
- 1-1 ~ 1-3 문항은 함수의 그래프를 이용하여 수열의 극한을 파악할 수 있는지를 평가하는 문항입니다. 표현이 다소 부족하더라도 중요한 의미가 전달될 경우에는 정답으로 인정합니다.
- 1-4 문항은 수열의 극한과 함수의 극한에 대한 학생의 이해 정도를 확인하기 위한 문항입니다. 앞의 문항들의 결과를 통하여 제시할 수 있는 다양한 결론을 분류하여 채점할 필요가 있습니다.
- 1-6 문항은 수열의 극한의 특징에 대한 이해 정도를 확인하기 위한 문항입니다. 앞의 문항들의 결과를 통하여 제시할 수 있는 다양한 결론을 분류하여 채점할 필요가 있습니다.

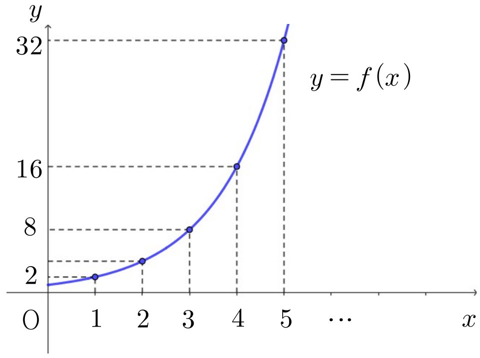
○·· 예시 답안

<table>
<tr><td rowspan="4">1-1
(1)</td><td>2점</td><td></td></tr>
<tr><td>1점</td><td></td></tr>
<tr><td>1점</td><td></td></tr>
<tr><td>0점</td><td>미작성 또는 오답</td></tr>
<tr><td>1-1
(2)</td><td>2점</td><td>
$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty}\left(2-\frac{1}{x+1}\right) = 2$ 그러므로 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 2$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="3"></td><td>1점</td><td></td></tr>
<tr><td>1점</td><td>$\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \lim\limits_{x \to \infty} \left(2 - \frac{1}{x+1}\right) = 2$ 그러므로 $\lim\limits_{n \to \infty} a_n = 2$</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>미작성 또는 오답</td></tr>
<tr><td rowspan="4">1-1
(3)</td><td>2점</td><td>
$\lim\limits_{x \to \infty} g_1(x) = 0 = \lim\limits_{x \to \infty} g_2(x)$ 그러므로 $\lim\limits_{n \to \infty} b_n = 0$</td></tr>
<tr><td>1점</td><td></td></tr>
<tr><td>1점</td><td>$\lim\limits_{x \to \infty} g_1(x) = 0 = \lim\limits_{x \to \infty} g_2(x)$ 그러므로 $\lim\limits_{n \to \infty} b_n = 0$</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>미작성 또는 오답</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="3">1-2
(1)</td><td>2점</td><td>

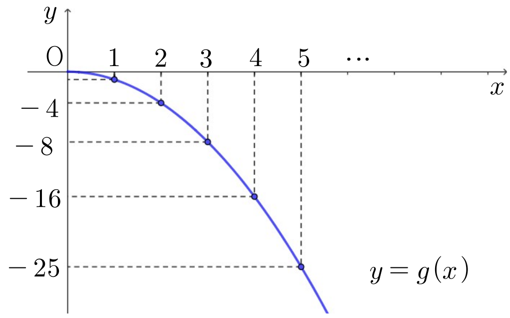
함수 $f(x) = 2^x$ 에 대하여 $a_n = f(n)$ 임을 이용하면



$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$ 이므로 $\lim_{n \to \infty} a_n = \infty$

</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$ 이므로 $\lim_{n \to \infty} a_n = \infty$</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>미작성 또는 오답</td></tr>
<tr><td rowspan="3">1-2
(2)</td><td>2점</td><td>

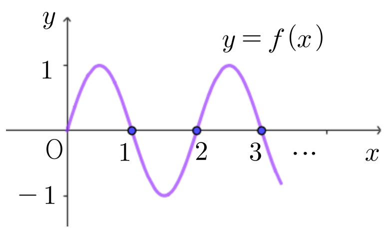
함수 $g(x) = -x^2$ 에 대하여 $b_n = g(n)$ 임을 이용면



$\lim_{x \to \infty} g(x) = -\infty$ 이므로 $\lim_{n \to \infty} b_n = -\infty$

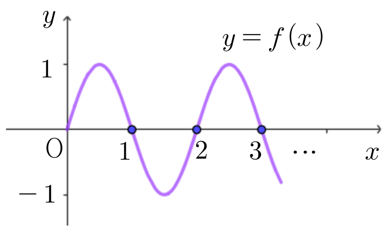
</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>$\lim_{x \to \infty} g(x) = -\infty$ 이므로 $\lim_{n \to \infty} b_n = -\infty$</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>미작성 또는 오답</td></tr>
<tr><td rowspan="3">1-3
(1)</td><td>2점</td><td>

함수 $f(x) = \sin \pi x$ 에 대하여 $a_n = f(n)$ 임을 이용하면

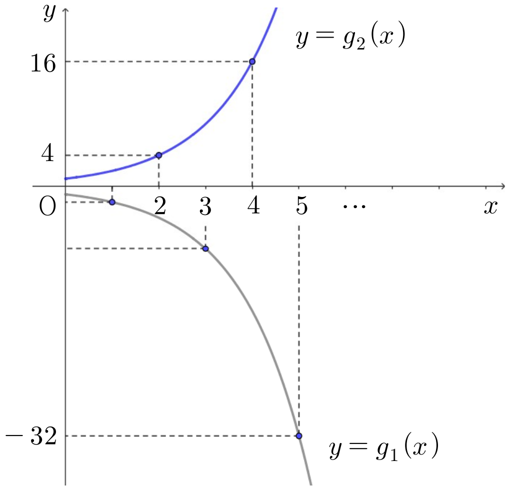


$\lim_{x \to \infty} f(x)$ 은 (진동)발산이지만 $\lim_{n \to \infty} a_n = 0$ 으로 수렴한다.

</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>



</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>미작성 또는 오답</td></tr>
</table>

1-3 (2)	2점	함수 $g_1(x) = -2^x$ 와 $g_2(x) = 2^x$ 에 대하여 $b_n = \begin{cases} g_1(x) & (n\text{이 홀수}) \\ g_2(x) & (n\text{이 짝수}) \end{cases}$ 임을 이용하면  $\lim\limits_{x\to\infty} g_1(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to\infty} g_2(x) = \infty$ 이고 $\lim\limits_{n\to\infty} b_n$ 은 진동(발산)
	1점	$\lim\limits_{x\to\infty} g_1(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to\infty} g_2(x) = \infty$ 이고 $\lim\limits_{n\to\infty} b_n$ 은 진동(발산)
	0점	미작성 또는 오답
1-4	2점	함수의 극한이 수렴하거나 ∞ 또는 $-\infty$ 로 발산하는 경우에는 함수의 극한과 수열의 극한이 일치한다. 그러나 함수의 극한이 진동(발산)하거나 수열의 극한이 진동(발산)하는 경우에는 함수의 극한과 수열의 극한의 결과가 일치하지 않을 수 있다.
	1점	함수의 극한이 수렴하거나 ∞ 또는 $-\infty$ 로 발산하는 경우에는 함수의 극한과 수열의 극한이 일치한다.
	1점	함수의 극한이 진동(발산)하거나 수열의 극한이 진동(발산)하는 경우에는 함수의 극한과 수열의 극한의 결과가 일치하지 않을 수 있다.
	0점	미작성 또는 오답
1-5 (1)	2점	$\{c_n\} : 1, 2, 3, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \cdots, \frac{1}{n+2}, \cdots$ 이므로 $\lim\limits_{n\to\infty} c_n = 0$ 이다.
	1점	$\lim\limits_{n\to\infty} c_n = 0$
	0점	미작성 또는 오답
1-5 (2)	2점	$\{d_n\} : 1, 2, 3, \cdots, 30, \frac{1}{31}, \frac{1}{32}, \cdots \frac{1}{n}, \cdots$ 이므로 $\lim\limits_{n\to\infty} d_n = 0$ 이다.
	1점	$\lim\limits_{n\to\infty} d_n = 0$
	0점	미작성 또는 오답
1-5 (3)	2점	$\{e_n\} : -2, -3, -4, \cdots, -(n+1), \cdots$ 이므로 $\lim\limits_{n\to\infty} e_n = -\infty$ 이다.
	1점	$\lim\limits_{n\to\infty} e_n = -\infty$
	0점	미작성 또는 오답
1-5 (4)	2점	$\{f_n\} : 1, 2^2, 3^2, \cdots, 20^2, -21, -22, \cdots, -n, \cdots$ 이므로 $\lim\limits_{n\to\infty} f_n = -\infty$ 이다.
	1점	$\lim\limits_{n\to\infty} f_n = -\infty$
	0점	미작성 또는 오답

1-6	2점	수열의 극한은 n 이 한없이 커질 때 항의 값의 변화에 대한 것이므로 수열의 처음 유한개의 항이 추가, 제거 또는 변경되었을 경우 수열의 수렴과 발산의 결과에 변화를 주지 못함을 알 수 있다.
	1점	수열의 처음 유한개의 항이 추가, 제거 또는 변경되었을 경우 수열의 수렴과 발산의 결과에 변화를 주지 못함을 알 수 있다.
	0점	미작성 또는 오답

○·· 평가에 따른 피드백

상	• 수열의 극한과 함수의 극한의 관계를 정확히 이해하고 있으며, 수열의 극한과 함수의 극한이 일치하는 경우와 일치하지 않는 경우에 대한 자신의 생각을 제대로 표현하고 있습니다. • 수열의 극한은 n 이 한없이 커질 때 항의 변화에 대한 것임을 이해하고 있으며, 이에 대한 자신의 생각을 제대로 표현하고 있습니다.
중	• 수열의 극한과 함수의 극한의 관계를 이해하고 있으나, 이에 대한 자신의 생각을 표현하는 데 아쉬움이 있습니다. 자신의 생각을 정리하는 연습이 필요합니다. • 수열의 극한에 대하여 이해하고 있으나 수열의 극한과 함수의 극한과의 관계에 대한 이해가 필요합니다. 여러 가지 수열에 대한 예를 통하여 이를 정리할 필요가 있습니다. • 수열의 극한이 n 이 한없이 커질 때 항의 변화에 대한 것임을 다시 한번 확인할 필요가 있습니다. 여러 가지 수열에 대한 예를 통하여 이를 정리할 필요가 있습니다.
하	• 수열의 극한에 대한 이해가 필요합니다. 수열은 정의역이 자연수인 함수임을 이용하여 항의 변화를 파악해 볼 필요가 있으며 수열의 극한은 n 이 한없이 커질 때 항의 변화에 대한 것임을 인지해야 합니다.

≫ 피드백 작성 시 유의점

- 실제 서·논술형 과제를 실행하고 학생에게 피드백을 줄 때는 학생이 작성한 답안의 구체적인 문장이나 표현을 인용하면서 채점 기준에 근거해 잘 작성된 부분을 칭찬하는 것이 좋습니다. 또한, 부족한 부분에 대해서는 반드시 포함되어야 하는 표현이 무엇인지를 명확히 알려주어 이를 발판삼아 수정된 답안을 작성해볼 수 있도록 독려합니다.
- 부족한 부분에 대해서도 구체적으로 지적하여 주되, 학생의 성취 수준에 따라 힌트를 주거나, 직접 답을 알려주거나, 보충 자료를 찾아볼 수 있게 하는 등 다양한 수준으로 피드백을 주어야 합니다.
- 1-1 ~ 1-3 문항의 경우, 수열은 정의역이 자연수인 함수임을 피드백 하도록 합니다.
- 1-4 문항의 경우 앞의 문항들이 수열의 극한에서 수렴과 발산의 경우에 대한 내용임을 피드백 하도록 합니다.
- 1-5 문항의 경우 수열의 극한은 n 이 한없이 커지는 경우에 대한 것임을 피드백 해주는 것이 학생의 수열의 극한에 대한 개념 학습에 더 도움이 될 것입니다.

평가 문항 2(서논술형)

2-1. 다음과 같은 두 가지 방법으로

$$\lim_{n \to \infty} \left\{ \frac{1}{n(n+2)} + \frac{2}{n(n+2)} + \frac{3}{n(n+2)} + \cdots + \frac{n}{n(n+2)} \right\}$$

의 값을 계산하였다. 두 풀이 방법에 대한 옳고 그름을 판단하고, 그 이유를 설명하시오.

(1)

풀이1)

$$\begin{aligned} &\lim_{n \to \infty} \left\{ \frac{1}{n(n+2)} + \frac{2}{n(n+2)} + \frac{3}{n(n+2)} + \cdots + \frac{n}{n(n+2)} \right\} \\ &= \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n(n+2)} + \lim_{n \to \infty} \frac{2}{n(n+2)} + \lim_{n \to \infty} \frac{3}{n(n+2)} + \cdots + \lim_{n \to \infty} \frac{n}{n(n+2)} \\ &= 0 + 0 + 0 + \cdots + 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

(2)

풀이2)

$$\begin{aligned} &\lim_{n \to \infty} \left\{ \frac{1}{n(n+2)} + \frac{2}{n(n+2)} + \frac{3}{n(n+2)} + \cdots + \frac{n}{n(n+2)} \right\} \\ &= \lim_{n \to \infty} \left\{ \frac{1}{n(n+2)} \times (1 + 2 + 3 + \cdots + n) \right\} \\ &= \lim_{n \to \infty} \frac{n+1}{2(n+2)} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

2-2. 2-1의 결과를 통하여 수열의 극한값의 성질을 이용할 때 고려해야 할 사항을 설명하시오.

2-3. 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$에 대한 다음 각 명제의 참, 거짓을 판단하여 참일 때에는 이유를 설명하고, 거짓일 때에는 반례를 적으시오.

(1) $\lim_{n \to \infty} a_{2n} = \alpha$ 이면 $\lim_{n \to \infty} a_n = \alpha$ 이다.

(2) 두 수열 $\{a_n\}$, $\{a_n b_n\}$ 이 수렴하면 수열 $\{b_n\}$ 도 수렴한다.

(3) $\lim_{n \to \infty} |a_n - \alpha| = 0$ 이면 $\lim_{n \to \infty} a_n = \alpha$ 이다.

(4) $\lim_{n \to \infty} a_n \neq 0$ 이고 $\lim_{n \to \infty} a_n b_n = 0$ 이면 $\lim_{n \to \infty} b_n = 0$ 이다.

(5) $\lim_{n \to \infty} a_n{}^2 = \alpha^2$ 이면 $\lim_{n \to \infty} a_n = \alpha$ 또는 $\lim_{n \to \infty} a_n = -\alpha$ 이다.

(6) $b_n > 0$ 이고 $\lim_{n \to \infty} a_n = \alpha$, $\lim_{n \to \infty} b_n = \beta$ 이면 $\lim_{n \to \infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{\alpha}{\beta}$ 이다.

(7) $|a_n| \leq M$ (M은 양의 상수)이고 $\lim_{n \to \infty} b_n = 0$ 이면 $\lim_{n \to \infty} a_n b_n = 0$ 이다.

(8) 두 수열 $\{a_n\}$, $\left\{\frac{a_n}{b_n}\right\}$ 이 모두 수렴하면 수열 $\{b_n\}$ 도 수렴한다.

(9) 두 수열 $\{a_n\}$, $\{a_n b_n\}$ 이 모두 발산하면 수열 $\{a_n + b_n\}$ 도 수렴한다.

≫ 활용 Tip !

- 2-1 문항에서 수열의 극한에 대한 성질에 따라 수열을 다양하게 구성하여 제시할 수 있습니다.
- 2-3 문항에서는 일반항으로 나타내기 어려운 수열의 경우에 대하여 수열의 항을 나열하여 반례를 구성할 수 있도록 안내할 필요가 있습니다.
- 2-3 문항에서 필요한 문항을 선별하여 다루거나 조별로 문항을 나누어 해결하도록 활용할 수 있습니다.

○·· 채점 기준

문항	평가 요소	척도/배점	기대 수행	
2-1 (1)	수열의 극한에 대한 성질 이해하기	2점	수열의 극한에 대한 성질을 제대로 적용하지 못하였으므로 계산과정이 틀렸음을 서술한 경우	
			예시답안	수열의 극한에 대한 성질은 유한개의 수렴하는 수열에 대하여 성립하므로 $\lim_{n \to \infty} \left\{ \frac{1}{n(n+2)} + \frac{2}{n(n+2)} + \cdots + \frac{n}{n(n+2)} \right\}$ $= \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n(n+2)} + \cdots + \lim_{n \to \infty} \frac{n}{n(n+2)}$ 이 성립할 수 없다.
		1점	계산과정이 틀렸음을 인지하였으나 그 이유를 설명하지 못하였을 경우	
			예시답안	계산과정이 옳지 않다.
		0점	계산과정이 옳다고 하였거나 미작성한 경우	
			예시답안	미작성 또는 오답
2-1 (2)	수열의 극한에 대한 성질 이해하기	2점	계산과정이 옳음을 서술한 경우	
			예시답안	수열의 극한에 대한 성질을 이용할 수 없으므로 식을 정리하여 극한값을 구하였으므로 계산과정이 옳다.
		1점	계산과정이 옳음을 인지하였으나 그 이유를 설명하지 못하였을 경우	
			예시답안	계산과정이 옳다.
		0점	계산과정이 옳지 않다고 하였거가 미작성한 경우	
			예시답안	미작성 또는 오답
2-2	수열의 극한에 대한 성질 이해하기	2점	수열의 극한에 대한 성질을 제대로 이해한 경우	
			예시답안	수열의 극한에 대한 성질은 유한개의 수렴하는 수열에 적용해야 한다.
		1점	수열의 극한에 대한 성질을 제대로 이해하지 못한 경우	
			예시답안	수열의 극한에 대한 성질은 수렴하는 두 수열에 적용해야 한다.
		0점	수열의 극한에 대한 성질을 이해하지 못하였거나 미작성한 경우	
			예시답안	미작성 또는 오답
2-3 (1)	수열의 극한에 대한 성질 활용하기	2점	명제가 거짓임을 판단하고 반례를 제시한 경우	
			예시답안	(거짓) $a_n = (-1)^n$
		1점	명제가 거짓임을 판단하였으나 반례를 제시하지 못한 경우	
			예시답안	(거짓)
		0점	명제가 참이라고 하였거나 미작성한 경우	
			예시답안	미작성 또는 오답
2-3 (2)	수열의 극한에 대한 성질 활용하기	2점	명제가 거짓임을 판단하고 반례를 제시한 경우	
			예시답안	(거짓) $a_n = \frac{1}{n}$, $b_n = n$
		1점	명제가 거짓임을 판단하였으나 반례를 제시하지 못한 경우	
			예시답안	(거짓)
		0점	명제가 참이라고 하였거나 미작성한 경우	
			예시답안	미작성 또는 오답
2-3	수열의 극한에 대한	2점	명제가 참임을 판단하고 증명을 한 경우	

문항	평가 요소	척도/배점	기대 수행	
(3)	성질 활용하기		예시답안	(참) $\lim_{n \to \infty} \lvert a_n - \alpha \rvert = 0$ 이므로 $\lim_{n \to \infty} (a_n - \alpha) = 0$ 이다. 수열의 극한에 대한 성질을 이용하면 $\lim_{n \to \infty} a_n = \lim_{n \to \infty} \{(a_n - \alpha) + \alpha\} = \lim_{n \to \infty} (a_n - \alpha) + \lim_{n \to \infty} \alpha$ $= 0 + \alpha = \alpha$ 가 성립한다.
		1점	명제가 참임을 판단하였으나 증명을 하지 못한 경우	
			예시답안	(참)
		0점	명제가 거짓이라고 하였거나 미작성한 경우	
			예시답안	미작성 또는 오답
2-3 (4)	수열의 극한에 대한 성질 활용하기	2점	명제가 거짓임을 판단하고 반례를 제시한 경우	
			예시답안	(거짓) $\{a_n\} : 1, 0, 1, 0, \cdots$ $\{b_n\} : 0, 1, 0, 1, \cdots$
		1점	명제가 거짓임을 판단하였으나 반례를 제시하지 못한 경우	
			예시답안	(거짓)
		0점	명제가 참이라고 하였거나 미작성한 경우	
			예시답안	미작성 또는 오답
2-3 (5)	수열의 극한에 대한 성질 활용하기	2점	명제가 거짓임을 판단하고 반례를 제시한 경우	
			예시답안	(거짓) $a_n = (-1)^n$, $\alpha = 1$
		1점	명제가 거짓임을 판단하였으나 반례를 제시하지 못한 경우	
			예시답안	(거짓)
		0점	명제가 참이라고 하였거나 미작성한 경우	
			예시답안	미작성 또는 오답
2-3 (6)	수열의 극한에 대한 성질 활용하기	2점	명제가 거짓임을 판단하고 반례를 제시한 경우	
			예시답안	(거짓) $a_n = \dfrac{n+1}{n}$, $b_n = \dfrac{1}{n+1}$
		1점	명제가 거짓임을 판단하였으나 반례를 제시하지 못한 경우	
			예시답안	(거짓)
		0점	명제가 참이라고 하였거나 미작성한 경우	
			예시답안	미작성 또는 오답
2-3 (7)	수열의 극한에 대한 성질 활용하기	2점	명제가 참임을 판단하고 증명을 한 경우	
			예시답안	(참) $0 \le \lvert a_n \rvert \le M$ 이므로 부등식에 $\lvert b_n \rvert$ 를 각각 곱하면 $0 \le \lvert a_n \rvert \lvert b_n \rvert \le M \lvert b_n \rvert$ 그러므로 $0 \le \lvert a_n b_n \rvert \le M \lvert b_n \rvert$ 이 성립한다. 또한, $\lim_{n \to \infty} b_n = 0$ 이므로 $\lim_{n \to \infty} \lvert b_n \rvert = 0$ 이 성립한다. $\lim_{n \to \infty} 0 = 0$, $\lim_{n \to \infty} M \lvert b_n \rvert = 0$ 이므로 $\lim_{n \to \infty} \lvert a_n b_n \rvert = 0$ 이다. 따라서 $\lim_{n \to \infty} a_n b_n = 0$ 이 성립한다.
		1점	명제가 참임을 판단하였으나 증명을 하지 못한 경우	

문항	평가 요소	척도/배점	기대 수행
			예시답안 (참)
		0점	명제가 거짓이라고 하였거나 미작성한 경우
			예시답안 미작성 또는 오답
2-3 (8)	수열의 극한에 대한 성질 활용하기	2점	명제가 거짓임을 판단하고 반례를 제시한 경우
			예시답안 (거짓) $a_n = \dfrac{n+1}{n}$, $b_n = n$
		1점	명제가 거짓임을 판단하였으나 반례를 제시하지 못한 경우
			예시답안 (거짓)
		0점	명제가 참이라고 하였거나 미작성한 경우
			예시답안 미작성 또는 오답
2-3 (9)	수열의 극한에 대한 성질 활용하기	2점	명제가 거짓임을 판단하고 반례를 제시한 경우
			예시답안 (거짓) $a_n = 1 + n^2$, $b_n = 1 - n^2$
		1점	명제가 거짓임을 판단하였으나 반례를 제시하지 못한 경우
			예시답안 (거짓)
		0점	명제가 참이라고 하였거나 미작성한 경우
			예시답안 미작성 또는 오답

>> 채점 시 유의점

- 학생들의 수준에 따라 문항의 의미와 해결과정에 대한 힌트를 제공할 수 있으므로 채점 기준을 변경할 수 있습니다.
- 2-1 문항에서는 수열의 극한에 대한 성질을 이해하고 있으나 그 이유를 구체적으로 표현하지 못하는 경우에 대한 부분점수를 부여할 수 있습니다.
- 2-2 문항에서는 수열의 극한값에 대한 성질이 유한개의 수열에 대한 내용임을 인지하고 있을 경우 부분 점수를 부여할 수 있습니다.
- 2-3 문항에서는 명제가 거짓인 이유를 설명하거나 반례를 제시한 경우에는 정답으로 인정할 수 있습니다.

○·· 예시 답안

2-1 (1)	2점	수열의 극한에 대한 성질은 유한개의 수렴하는 수열에 대하여 성립하므로 $\lim_{n\to\infty}\left\{\dfrac{1}{n(n+2)}+\dfrac{2}{n(n+2)}+\cdots+\dfrac{n}{n(n+2)}\right\}$ $=\lim_{n\to\infty}\dfrac{1}{n(n+2)}+\cdots+\lim_{n\to\infty}\dfrac{n}{n(n+2)}$ 이 성립할 수 없다.
	1점	계산과정이 옳지 않다.
	0점	미작성 또는 오답
2-1 (2)	2점	수열의 극한에 대한 성질을 이용할 수 없으므로 식을 정리하여 극한값을 구한 계산과정이 옳다.
	1점	계산과정이 옳다.
	0점	미작성 또는 오답

2-2	2점	수열의 극한에 대한 성질은 유한개의 수렴하는 수열에 적용해야 한다.
	1점	수열의 극한에 대한 성질은 수렴하는 두 수열에 적용해야 한다.
	0점	미작성 또는 오답
2-3 (1)	2점	(거짓) $a_n = (-1)^n$
	1점	(거짓)
	0점	미작성 또는 오답
2-3 (2)	2점	(거짓) $a_n = \frac{1}{n}$, $b_n = n$
	1점	(거짓)
	0점	미작성 또는 오답
2-3 (3)	2점	(참) $\lim_{n \to \infty} \lvert a_n - \alpha \rvert = 0$ 이므로 $\lim_{n \to \infty} (a_n - \alpha) = 0$ 이다. 수열의 극한에 대한 성질을 이용하면 $\lim_{n \to \infty} a_n = \lim_{n \to \infty} \{(a_n - \alpha) + \alpha\}$ $= \lim_{n \to \infty} (a_n - \alpha) + \lim_{n \to \infty} \alpha = 0 + \alpha = \alpha$ 가 성립한다.
	1점	(참)
	0점	미작성 또는 오답
2-3 (4)	2점	(거짓) $\{a_n\} : 1, 0, 1, 0, \cdots$ $\{b_n\} : 0, 1, 0, 1, \cdots$
	1점	(거짓)
	0점	미작성 또는 오답
2-3 (5)	2점	(거짓) $a_n = (-1)^n$, $\alpha = 1$
	1점	(거짓)
	0점	미작성 또는 오답
2-3 (6)	2점	(거짓) $a_n = \frac{n+1}{n}$, $b_n = \frac{1}{n+1}$
	1점	(거짓)
	0점	미작성 또는 오답
2-3 (7)	2점	(참) $0 \le \lvert a_n \rvert \le M$ 이므로 부등식에 $\lvert b_n \rvert$ 를 각각 곱하면 $0 \le \lvert a_n \rvert \lvert b_n \rvert \le M \lvert b_n \rvert$ 그러므로 $0 \le \lvert a_n b_n \rvert \le M \lvert b_n \rvert$ 이 성립한다. 또한, $\lim_{n \to \infty} b_n = 0$ 이므로 $\lim_{n \to \infty} \lvert b_n \rvert = 0$ 이 성립한다. $\lim_{n \to \infty} 0 = 0$, $\lim_{n \to \infty} M \lvert b_n \rvert = 0$ 이므로 $\lim_{n \to \infty} \lvert a_n b_n \rvert = 0$ 이다. 따라서 $\lim_{n \to \infty} a_n b_n = 0$ 이 성립한다.
	1점	(참)
	0점	미작성 또는 오답
2-3 (8)	2점	(거짓) $a_n = \frac{n+1}{n}$, $b_n = n$
	1점	(거짓)
	0점	미작성 또는 오답

2-3 (9)	2점	$a_n = 1 + n^2$, $b_n = 1 - n^2$
	1점	(거짓)
	0점	미작성 또는 오답

○·· 평가에 따른 피드백

상	• 수열의 극한에 대한 성질을 정확히 이해하고 있습니다. 수열의 극한에 대한 성질이 성립하기 위한 조건 및 그 성질을 이용할 수 있는 상황에 대하여 정확히 인지하고 있으며, 자신의 생각을 정리하여 설명할 수 있습니다. • 주어진 명제의 참과 거짓을 제대로 이해하고 있으며 이에 대한 예를 구성하는 데 어려움이 없습니다.
중	• 수열의 극한에 대한 성질이 성립하기 위한 조건을 잘 알고 있으나, 그 성징을 이용할 수 있는 상황에 대한 이해가 다소 부족합니다. 유한개의 수열에 대한 성질임을 점검할 필요가 있습니다. • 주어진 명제의 참과 거짓을 구분하는 데 다소 어려움이 있습니다. 수열의 극한의 종류에 따라 주어진 명제를 분석할 필요가 있습니다.
하	• 수열의 극한에 대한 성질을 이해하는 데 어려움이 있습니다. 수열의 극한의 정의에 대한 학습이 필요합니다. 여러 가지 예를 통하여 수열의 극한을 살펴볼 필요가 있습니다.

≫ 피드백 작성 시 유의점

- 실제 서·논술형 과제를 실행하고 학생에게 피드백을 줄 때는 학생이 작성한 답안의 구체적인 문장이나 표현을 인용하면서 채점 기준에 근거해 잘 작성된 부분을 칭찬하는 것이 좋습니다. 또한, 부족한 부분에 대해서는 반드시 포함되어야 하는 표현이 무엇인지를 명확히 알려주어 이를 발판삼아 수정된 답안을 작성해볼 수 있도록 독려합니다.
- 부족한 부분에 대해서도 구체적으로 지적하여 주되, 학생의 성취 수준에 따라 힌트를 주거나, 직접 답을 알려주거나, 보충 자료를 찾아볼 수 있게 하는 등 다양한 수준으로 피드백 하도록 합니다.
- 2-1 문항은 수열의 극한의 성질을 활용하는 상황에 대하여 피드백을 하도록 합니다.
- 2-3 문항은 주어진 명제의 참 거짓을 판별하기 위하여 수열의 극한의 종류(수렴, 무한대, 진동)에 따라 분류하여 생각해 볼 수 있도록 학생들에게 피드백 하도록 합니다.

평가 문항 3(서술형)

3-1. $x \neq -1$ **인 모든 실수** x **에 대하여 함수** $f(x)$ **가**

$$f(x) = \lim_{n \to \infty} \frac{1 - x^n}{1 + x^n}$$

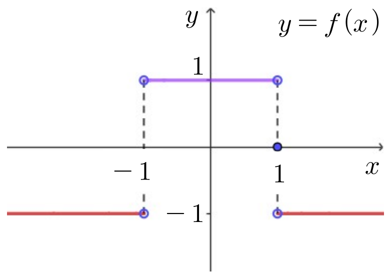
으로 정의될 때, 함수 $f(x)$ **의 식을 구하고 좌표평면 위에** $y = f(x)$ **의 그래프를 나타내시오.**

3-2. 수열 $\{a_n\}$ **에 대하여** $\lim_{n \to \infty} \frac{5^n a_n}{2^n + 3} = 7$ **이 성립할 때,** $\lim_{n \to \infty} \frac{a_n + a_{n+2}}{a_{n+1}}$ **의 값을 구하시오.**

활용 Tip !

- 3-1 문항의 경우 함수의 정의역이 모든 실수가 되도록 구성할 수 있으며, 공비를 $2x$, $3x$ 등으로 구성하여 제시할 수 있습니다.
- 3-2 문항의 경우 극한값을 구해야 하는 식을 다양하게 구성하여 제시할 수 있습니다.

○·· 채점 기준

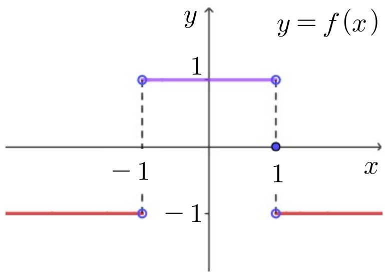
<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="6">3-1</td><td rowspan="6">등비수열의 극한
이해하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">등비수열의 극한을 이용하여 $|x|<1$, $x=1$, $|x|>1$ 인 경우에 대하여 함수 $f(x)$를 구하고(㉠) 좌표평면 위에 $y=f(x)$의 그래프를 그린(㉡) 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>$f(x)=\begin{cases} -1 & (|x|>1) \\ 0 & (x=1) \\ 1 & (|x|<1) \end{cases}$
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">㉠, ㉡ 중 한 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>$f(x)=\begin{cases} -1 & (|x|<1) \\ 0 & (x=1) \\ 1 & (|x|<1) \end{cases}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">㉠, ㉡ 모두 올바르게 서술하지 못하였거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>미작성 또는 오답</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3-2</td><td rowspan="2">등비수열의 극한
활용하기</td><td rowspan="2">3점</td><td colspan="2">$\dfrac{5^n a_n}{2^n+3}=b_n$ 으로 설정하여(㉠) 주어진 식을 수열 $\{b_n\}$에 대한 식으로 변형하여(㉡) 극한값을 계산(㉢)하는 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>수열 $\left\{\dfrac{5^n a_n}{2^n+3}\right\}$이 수렴하는 수열이므로 $\dfrac{5^n a_n}{2^n+3}=b_n$ 이라 하면
$a_n=\dfrac{(2^n+3)b_n}{5^n}$ 이다.
$\dfrac{a_n+a_{n+2}}{a_{n+1}}=\dfrac{\dfrac{(2^n+3)b_n}{5^n}+\dfrac{(2^{n+2}+3)b_{n+2}}{5^{n+2}}}{\dfrac{(2^{n+1}+3)b_{n+1}}{5^{n+1}}}$
$=\dfrac{\left\{\left(\dfrac{2}{5}\right)^n+3\left(\dfrac{1}{5}\right)^n\right\}b_n+\left\{\left(\dfrac{2}{5}\right)^{n+2}+3\left(\dfrac{1}{5}\right)^{n+2}\right\}b_{n+2}}{\left\{\left(\dfrac{2}{5}\right)^{n+1}+3\left(\dfrac{1}{5}\right)^{n+1}\right\}b_{n+1}}$ … (A)
$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2}{5}\right)^n=0$, $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{5}\right)^n=0$, $\lim\limits_{n\to\infty}b_n=7$ 이므로
$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n+a_{n+2}}{a_{n+1}}=\dfrac{0}{0}$
식 (A)의 분모 분자에 각각 $\left(\dfrac{5}{2}\right)^n$ 을 곱하여 정리하면</td></tr>
</table>

문항	평가 요소	척도/배점	기대 수행	
				(A) $=\dfrac{\left\{1+3\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}b_n+\left\{\frac{4}{25}+\frac{3}{25}\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}b_{n+2}}{\left\{\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}b_{n+1}}$ 이므로 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n+a_{n+2}}{a_{n+1}}=\dfrac{(1+3\times0)\times7+\left(\frac{4}{25}+\frac{3}{25}\times0\right)\times7}{\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\times0\right)\times7}$ $=\dfrac{29}{10}$
		2점	㉠, ㉡, ㉢ 중 두 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우	
			예시답안	수열 $\left\{\dfrac{5^na_n}{2^n+3}\right\}$이 수렴하는 수열이므로 $\dfrac{5^na_n}{2^n+3}=b_n$이라 하면 $a_n=\dfrac{(2^n+3)b_n}{5^n}$이다. $\dfrac{a_n+a_{n+2}}{a_{n+1}}=\dfrac{\frac{(2^n+3)b_n}{5^n}+\frac{(2^{n+2}+3)b_{n+2}}{5^{n+2}}}{\frac{(2^{n+1}+3)b_{n+1}}{5^{n+1}}}$ $=\dfrac{\left\{\left(\frac{2}{5}\right)^n+3\left(\frac{1}{5}\right)^n\right\}b_n+\left\{\left(\frac{2}{5}\right)^{n+2}+3\left(\frac{1}{5}\right)^{n+2}\right\}b_{n+2}}{\left\{\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}+3\left(\frac{1}{5}\right)^{n+1}\right\}b_{n+1}}$ $\cdots$
		1점	㉠, ㉡, ㉢ 중 한 가지에 대해서만 올바르게 서술한 경우	
			예시답안	수열 $\left\{\dfrac{5^na_n}{2^n+3}\right\}$이 수렴하는 수열이므로 $\dfrac{5^na_n}{2^n+3}=b_n$이라 하면 $a_n=\dfrac{(2^n+3)b_n}{5^n}$이다.
		0점	㉠, ㉡, ㉢ 모두 올바르게 서술하지 못하였거나 미작성한 경우	
			예시답안	미작성 또는 오답

채점 시 유의점

- 학생들의 수준에 따라 문항의 의미와 해결과정에 대한 힌트를 제공할 수 있으므로 채점 기준을 변경할 수 있습니다.
- 3-2 문항은 문제풀이의 단계에 따라 세분화하여 점수를 부여할 수 있습니다.

○·· 예시 답안

<table>
<tr><td rowspan="3">3-1</td><td>2점</td><td>공비 x 의 범위에 따라 등비수열의 극한을 이용하면
$f(x)=\begin{cases} -1 & (\lvert x\rvert < 1) \\ 0 & (x = 1) \\ 1 & (\lvert x\rvert < 1) \end{cases}$ 이므로 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.

</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>$f(x)=\begin{cases} -1 & (\lvert x\rvert < 1) \\ 0 & (x = 1) \\ 1 & (\lvert x\rvert < 1) \end{cases}$</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>미작성 또는 오답</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3-2</td><td>3점</td><td>수열 $\left\{\dfrac{5^n a_n}{2^n+3}\right\}$ 이 수렴하는 수열이므로 $\dfrac{5^n a_n}{2^n+3} = b_n$ 이라 하면 $a_n = \dfrac{(2^n+3)b_n}{5^n}$ 이다.
$\dfrac{a_n + a_{n+2}}{a_{n+1}} = \dfrac{\dfrac{(2^n+3)b_n}{5^n} + \dfrac{(2^{n+2}+3)b_{n+2}}{5^{n+2}}}{\dfrac{(2^{n+1}+3)b_{n+1}}{5^{n+1}}}$
$= \dfrac{\left\{\left(\dfrac{2}{5}\right)^n + 3\left(\dfrac{1}{5}\right)^n\right\}b_n + \left\{\left(\dfrac{2}{5}\right)^{n+2} + 3\left(\dfrac{1}{5}\right)^{n+2}\right\}b_{n+2}}{\left\{\left(\dfrac{2}{5}\right)^{n+1} + 3\left(\dfrac{1}{5}\right)^{n+1}\right\}b_{n+1}}$ ⋯ (A)
$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2}{5}\right)^n = 0$, $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{5}\right)^n = 0$, $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = 7$ 이므로
$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n + a_{n+2}}{a_{n+1}} = \dfrac{0}{0}$ 의 꼴이 되어 식을 정리할 필요가 있다.
식 (A)의 분모 분자에 각각 $\left(\dfrac{5}{2}\right)^n$ 을 곱하여 정리하면
(A) $= \dfrac{\left\{1 + 3\left(\dfrac{1}{2}\right)^n\right\}b_n + \left\{\dfrac{4}{25} + \dfrac{3}{25}\left(\dfrac{1}{2}\right)^n\right\}b_{n+2}}{\left\{\dfrac{2}{5} + \dfrac{3}{5}\left(\dfrac{1}{2}\right)^n\right\}b_{n+1}}$ 이므로
$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n + a_{n+2}}{a_{n+1}} = \dfrac{(1 + 3\times 0)\times 7 + \left(\dfrac{4}{25} + \dfrac{3}{25}\times 0\right)\times 7}{\left(\dfrac{2}{5} + \dfrac{3}{5}\times 0\right)\times 7} = \dfrac{29}{10}$</td></tr>
<tr><td>2점</td><td>수열 $\left\{\dfrac{5^n a_n}{2^n+3}\right\}$ 이 수렴하는 수열이므로 $\dfrac{5^n a_n}{2^n+3} = b_n$ 이라 하면 $a_n = \dfrac{(2^n+3)b_n}{5^n}$ 이다.</td></tr>
</table>

		$$\frac{a_n + a_{n+2}}{a_{n+1}} = \frac{\dfrac{(2^n + 3)b_n}{5^n} + \dfrac{(2^{n+2} + 3)b_{n+2}}{5^{n+2}}}{\dfrac{(2^{n+1} + 3)b_{n+1}}{5^{n+1}}}$$ $$= \frac{\left\{\left(\frac{2}{5}\right)^n + 3\left(\frac{1}{5}\right)^n\right\}b_n + \left\{\left(\frac{2}{5}\right)^{n+2} + 3\left(\frac{1}{5}\right)^{n+2}\right\}b_{n+2}}{\left\{\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1} + 3\left(\frac{1}{5}\right)^{n+1}\right\}b_{n+1}} \cdots$$
	1점	수열 $\left\{\dfrac{5^n a_n}{2^n + 3}\right\}$이 수렴하는 수열이므로 $\dfrac{5^n a_n}{2^n + 3} = b_n$ 이라 하면 $a_n = \dfrac{(2^n + 3)b_n}{5^n}$ 이다.
	0점	미작성 또는 오답

○·· 평가에 따른 피드백

상	• 문항에서 주어진 수렴하는 수열의 관계식을 적절히 변형하고 등비수열을 극한을 이용하여 제시된 수열의 극한값을 정확히 구할 수 있습니다. • 등비수열의 극한을 정확히 이해하고 있으며, 이를 활용하여 주어진 극한값을 구할 수 있습니다.
중	• 문항에서 주어진 수렴하는 수열의 관계식을 변형하는 연습이 필요합니다. 문항에서 주어진 수렴하는 수열에 관한 식이 하나의 새로운 수열임을 인지하는 노력이 필요합니다. • 문항에서 주어진 수렴하는 수열의 관계식을 적절히 변형할 수 있으나 등비수열을 극한을 이용하는 연습이 필요합니다. 또한, 수렴하는 수열의 극한값은 유일하게 존재함을 한번 더 생각할 여유가 필요합니다. • 등비수열에 대하여 이해하고 있으나, 여러 가지 등비수열이 주어진 식을 정리하는 연습이 필요합니다. 또한, 수렴하는 수열에 대하여 수열의 극한에 대한 성질을 이용할 수 있음을 다시 확인할 필요가 있습니다.
하	• 수열은 자연수를 정의역으로 하는 함수이므로 수열을 이용한 식이 새로운 수열이 될 수 있음을 깨달을 필요가 있습니다. • 등비수열의 극한에 대한 이해가 필요합니다. 공비의 값을 여러 가지 경우로 나누어 등비수열의 극한을 이해할 필요가 있습니다.

›› 피드백 작성 시 유의점

- 실제 서·논술형 과제를 실행하고 학생에게 피드백을 줄 때는 학생이 작성한 답안의 구체적인 문장이나 표현을 인용하면서 채점 기준에 근거해 잘 작성된 부분을 칭찬하는 것이 좋습니다. 또한, 부족한 부분에 대해서는 반드시 포함되어야 하는 표현이 무엇인지를 명확히 알려주어 이를 발판삼아 수정된 답안을 작성해볼 수 있도록 독려합니다.
- 부족한 부분에 대해서도 구체적으로 지적하여 주되, 학생의 성취 수준에 따라 힌트를 주거나, 직접 답을 알려주거나, 보충 자료를 찾아볼 수 있게 하는 등 다양한 수준으로 피드백을 주어야 합니다.
- 3 문항을 통하여 경험할 수 있는 전체적인 방향에 대하여 피드백을 하도록 합니다.
- 3-1 문항은 등비수열의 공비가 무엇인지를 확인하도록 학생들에게 피드백 하도록 합니다.
- 3-2 문항은 수렴하는 수열이 무엇인지 확인해 볼 수 있도록 독려할 수 있습니다.

4. 서·논술 문항의 지필평가 적용

○·· 지필평가 적용을 위한 Tip

평가문항 1과 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가문항 1-1 ~ 1-4에서 수열의 극한과 함수의 극한과의 관계를 생각해 볼 수 있도록 구성하여 문항을 제시할 수 있습니다.
- 지필평가 문항과 채점기준의 예시는 다음과 같습니다.

서술형

수열 $\{a_n\}$ 의 일반항이 $a_n = \sin \pi n$ 이고 함수 $f(x) = \sin \pi x$ 일 때, 다음 극한을 조사하시오.

(1) $\lim_{n \to \infty} a_n$

(2) $\lim_{x \to \infty} f(x)$

(3) (1)과 (2)의 결과를 바탕으로 수열의 극한과 함수의 극한의 관계에 대하여 자신의 생각을 서술하시오.

<table>
<tr><th>평가 요소</th><th colspan="2">척도/배점</th><th>기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="7">수열의 극한과 함수의 극한의 관계에 대하여 생각하기</td><td rowspan="2">(1)</td><td>1점</td><td>0</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>미작성 및 그 외의 오답</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(2)</td><td>1점</td><td>발산(진동)</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>미작성 및 그 외의 오답</td></tr>
<tr><td rowspan="3">(3)</td><td>2점</td><td>함수의 극한이 진동(발산)하는 경우에 함수의 극한과 수열의 극한의 결과가 일치하지 않을 수 있다.</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>함수의 극한의 결과(수렴, 발산)에 대하여 언급하지 않고 일치하지 않을 수 있음을 서술하였거나 ‘일치하지 않음.’만 서술한 경우</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>미작성 및 그 외의 오답</td></tr>
</table>

평가문항 2와 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가문항 2-1을 이용하여 수열의 극한값을 구하는 문항으로 제시할 수 있습니다.
- 평가문항 2-3을 이용하여 거짓인 명제에 대한 반례를 제시하는 문항으로 제시할 수 있습니다.
- 지필평가 문항과 채점기준의 예시는 다음과 같습니다.

서술형

1. 다음 극한값을 구하시오.

$$\lim_{n \to \infty} \left\{ \frac{1}{n(n+2)} + \frac{2}{n(n+2)} + \frac{3}{n(n+2)} + \cdots + \frac{n}{n(n+2)} \right\}$$

2. 다음 명제가 거짓임을 보일 수 있는 반례를 찾고 명제가 거짓임을 확인하시오.

$\lim_{n \to \infty} {a_n}^2 = \alpha^2$ **이면** $\lim_{n \to \infty} a_n = \alpha$ **또는** $\lim_{n \to \infty} a_n = -\alpha$ **이다.**

평가 요소	척도/배점		기대 수행
수열의 극한에 대한 성질 이해하기	(1) 2점	2점	수열의 극한에 대한 성질을 이용할 수 없으므로 주어진 식의 합을 정리한 후 극한값을 구한 경우
		1점	수열의 극한에 대한 성질을 이용할 수 없음을 인지하였으나 극한값을 구하지 못한 경우
		0점	미작성 및 그 외의 오답
	(2) 2점	2점	반례를 제시하고 주어진 명제가 거짓임을 확인한 경우 예) (반례) $a_n = (-1)^n$, $\alpha = 1$ $\lim_{n \to \infty} {a_n}^2 = 1$ 이지만 $\lim_{n \to \infty} a_n$ 은 (진동)발산한다.
		1점	반례만 제시한 경우
		0점	미작성 및 그 외의 오답

■ **평가문항 3과 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항**

- 평가문항 3-2를 이용하여 수열의 극한값을 구하는 문항을 제시할 수 있습니다.
- 지필평가 문항과 채점기준의 예시는 다음과 같습니다.

서술형

수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\lim_{n \to \infty} \frac{5^n a_n}{2^n + 3} = 7$ 이 성립할 때, $\lim_{n \to \infty} \frac{a_n + a_{n+2}}{a_{n+1}}$ 의 값을 구하시오.

<table>
<tr><th>평가 요소</th><th colspan="2">척도/배점</th><th>기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="3">등비수열의 극한값을 구할 수 있다.</td><td rowspan="3">2점</td><td>2점</td><td>제시된 수열의 극한을 이용하여 식을 변형하여 주어진 극한값을 구한 경우</td></tr>
<tr><td>1점</td><td>제시된 수열의 극한을 이용하여 식을 변형하기 위하여 노력하였으나 주어진 극한값을 구하지 못한 경우</td></tr>
<tr><td>0점</td><td>미작성 및 그 외의 오답</td></tr>
</table>

서·논술형
평가도구 자료집

11

조건부확률

11

조건부확률

1. 과제 개요

<table>
<tr><td>학교급</td><td>고등학교</td><td>학년/학년군</td><td colspan="2">2학년</td></tr>
<tr><td>교과군</td><td>수학</td><td>과목명</td><td colspan="2">확률과 통계</td></tr>
<tr><td>과제명</td><td colspan="4">조건부확률</td></tr>
<tr><td rowspan="3">성취기준 및
평가기준</td><td rowspan="3">[12확통02-05] 조건부확률의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다.</td><td>상</td><td colspan="2">조건부확률을 구하고, 그 과정을 설명할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>중</td><td colspan="2">조건부확률을 구할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>하</td><td colspan="2">조건부확률의 뜻을 말할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>교과 역량</td><td colspan="4">문제해결, 추론, 의사소통, 태도 및 실천</td></tr>
<tr><td>출제 의도</td><td colspan="4">(평가 문항 1)에서는 확률의 덧셈정리, 여사건의 확률, 집합의 분배법칙 등을 활용하여 조건부확률과 관련된 성질을 증명하는 것으로 구성하였다. 이를 통하여 확률의 덧셈정리를 조건부확률로 확장하여 생각할 수 있음을 느낄 수 있도록 하였다.
(평가 문항 2)에서는 조건부확률 문제를 정의를 이용하는 방법, 표를 이용하는 방법, 수형도를 이용하는 방법으로 해결할 수 있도록 구성하였다. 이를 통하여 조건부확률 문제를 다양한 방법으로 해결할 수 있음을 느낄 수 있도록 하였다.
(평가 문항 3)에서는 평가 문항 2보다 복잡한 상황의 조건부확률 문제를 제시함으로써 조건부확률의 의미를 느낄 수 있는 것으로 구성하였다.
이러한 평가 문항들을 통하여 수학 교과 역량 중 문제해결 역량, 추론 역량, 의사소통 역량을 향상시키고자 하였으며, 수학의 유용성을 느낄 수 있도록 함으로써 수학 학습에 대한 흥미도, 자기 효능감 등 태도 및 실천 역량, 정의적 역량도 함께 향상시킬 수 있도록 구성하였다.</td></tr>
</table>

서·논술형 평가 문항	교과 영역 / 역량	평가 요소
평가 문항 1 (서술형)	조건부확률의 성질/ 문제해결, 추론, 의사소통, 태도 및 실천	• 조건부확률과 관련된 성질 증명하기
평가 문항 2 (논술형)	조건부확률의 성질/ 문제해결, 추론, 의사소통, 태도 및 실천	• 조건부확률 문제를 정의를 이용하여 해결하기 • 조건부확률 문제를 표를 이용하여 해결하기 • 조건부확률 문제를 수형도를 이용하여 해결하기
평가 문항 3 (서술형)	조건부확률의 성질/ 문제해결, 추론, 의사소통, 태도 및 실천	• 조건부확률 문제 해결하기

2. 교수·학습 활동 및 평가 계획

학습단계	학습 목표 (교과역량)	교수학습 활동	평가 문항	방법
1차시	조건부확률의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다. (문제해결, 태도 및 실천)	[준비학습, 전체] 주어진 표에서 조건이 주어졌을 때 확률 구하기 [교사] 조건부확률의 의미 설명하기 [학생(개인)] 조건부확률의 의미 이해하기 [교사] 확률의 곱셈정리 설명하기 [학생(개인)] 확률의 곱셈정리 이해하기		개인별 평가
2차시	조건부확률의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다. (문제해결, 추론, 의사소통, 태도 및 실천)	[준비학습, 전체] 조건부확률의 의미 상기하기 [교사] 제시문 설명하기 [학생(개인 혹은 모둠)] 평가 문항 1-1 해결하기 [교사] 제시문과 평가 문항 1-1의 유사성 설명하기 [학생(개인)] 평가 문항 1-2의 식 증명하기 [학생(개인 혹은 모둠)] 제시문과 평가 문항 1-2의 유사성 이해하기	평가 문항 1 [학생(개인)] 조건부확률과 관련된 성질 증명하기 피드백	서술형 문항 개인별 평가
3차시	조건부확률의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다. (문제해결, 추론, 의사소통, 태도 및 실천)	[준비학습, 전체] 조건부확률의 의미 상기하기 [학생(개인 혹은 모둠)] 제시문 이해하기 [교사] 제시문 설명하기 [학생(개인)] 평가 문항 2의 조건부확률 문제를 다양한 방법으로 해결하기	평가 문항 2 [학생(개인)] 조건부확률 문제를 다양한 방법으로 해결하기 피드백	논술형 문항 개인별 평가
4차시	조건부확률의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다. (문제해결, 추론, 의사소통, 태도 및 실천)	[준비학습, 전체] 조건부확률을 구하는 다양한 방법 상기하기 [교사] 제시문 설명하기 [학생(개인)] 조건부확률 문제 해결하기	평가 문항 3 [학생(개인)] 조건부확률 문제 해결하기 피드백	서술형 문항 개인별 평가

3. 평가 문항

평가 문항 1(서술형)

주어진 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (8점)

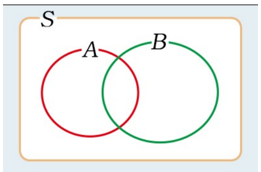
(가) '확률의 덧셈정리'는 다음과 같다.

표본공간 S의 두 사건 A, B에 대하여
$\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A \cap B)$ 이 성립한다.
특히 두 사건 A, B가 서로 배반사건이면 $\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B)$ 가 성립한다.

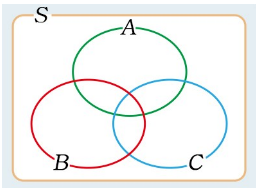
(나) 표본공간 S의 사건 A에 대하여 $\mathrm{P}(A^C) = 1 - \mathrm{P}(A)$ 이 성립함을 다음과 같이 증명할 수 있다.

표본공간 S의 사건 A에 대하여 $A \cup A^C = S$이므로 $\mathrm{P}(A \cup A^C) = \mathrm{P}(S) = 1$이다.
그리고 사건 A와 그 여사건 A^C는 서로 배반사건이므로 $A \cap A^C = \varnothing$ 이다.
확률의 덧셈정리에 의하여 $\mathrm{P}(A \cup A^C) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(A^C)$이다.
$\mathrm{P}(A \cup A^C) = 1$ 이므로 $\mathrm{P}(A^C) = 1 - \mathrm{P}(A)$ 가 성립한다.

1-1. 두 사건 A, B에 대하여 $\mathrm{P}(A) > 0$ 일 때, $\mathrm{P}(B^C \mid A) = 1 - \mathrm{P}(B \mid A)$ 가 성립함을 위의 제시문을 참고하여 서술하시오. (4점)



1-2. 세 사건 A, B, C에 대하여 $\mathrm{P}(A) > 0$ 일 때,
$\mathrm{P}((B \cup C) \mid A) = \mathrm{P}(B \mid A) + \mathrm{P}(C \mid A) - \mathrm{P}((B \cap C) \mid A)$ 가 성립함을 위의 제시문을 참고하여 서술하시오. (4점)



›› 활용 Tip !

- 학생들이 1-1, 1-2 문항을 해결하는 데 있어서 벤다이어그램을 통하여 이해할 수 있도록 안내합니다.
- 학생들이 1-1 문항에 답한 예시로 전체 학생들과 논의하면서 의견을 공유합니다.
- 학생들이 1-1, 1-2 문항을 해결한 후, 제시문과의 유사성을 발견할 수 있도록 전체 학생들과 논의하면서 의견을 공유합니다.

○·· 채점 기준

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="10">서
1-1</td><td rowspan="10">조건부확률과 관련된 성질 증명하기</td><td rowspan="2">4점</td><td colspan="2">• 확률의 덧셈정리를 활용하여(㉠, 1점) 1-1 문항이 성립함(㉡, ㉢, ㉣, 각 1점)을 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• $A=(A\cap B^C)\cup(A\cap B)$ 이고 $(A\cap B^C)\cap(A\cap B)=\varnothing$ 이므로,
$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A\cap B^C)+\mathrm{P}(A\cap B)$ 이다. …㉠
따라서 $\mathrm{P}(B^C\mid A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B^C)}{\mathrm{P}(A)}$ …㉡
$=\frac{\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}$ …㉢
$=1-\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=1-\mathrm{P}(B\mid A)$ 가 성립한다. …㉣</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3점</td><td colspan="2">• ㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 중 세 개만 올바르게 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• $A=(A\cap B^C)\cup(A\cap B)$ 이고 $(A\cap B^C)\cap(A\cap B)=\varnothing$ 이므로,
$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A\cap B^C)+\mathrm{P}(A\cap B)$ 이다. …㉠
따라서 $\mathrm{P}(B^C\mid A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B^C)}{\mathrm{P}(A)}$ …㉡
$=\frac{\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}$ …㉢
• $\mathrm{P}(B^C\mid A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B^C)}{\mathrm{P}(A)}$ …㉡ $=\frac{\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}$ …㉢
$=1-\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=1-\mathrm{P}(B\mid A)$ 가 성립한다.…㉣</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">• ㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 중 두 개만 올바르게 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• $A=(A\cap B^C)\cup(A\cap B)$ 이고 $(A\cap B^C)\cap(A\cap B)=\varnothing$ 이므로,
$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A\cap B^C)+\mathrm{P}(A\cap B)$ 이다. …㉠
따라서 $\mathrm{P}(B^C\mid A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B^C)}{\mathrm{P}(A)}$ …㉡
• $\mathrm{P}(B^C\mid A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B^C)}{\mathrm{P}(A)}$ …㉡ $=\frac{\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}$ …㉢</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">• ㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 중 한 개만 올바르게 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• $A=(A\cap B^C)\cup(A\cap B)$ 이고 $(A\cap B^C)\cap(A\cap B)=\varnothing$ 이므로,
$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A\cap B^C)+\mathrm{P}(A\cap B)$ 이다. …㉠
• $\mathrm{P}(B^C\mid A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B^C)}{\mathrm{P}(A)}$ …㉡</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">• ㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 모두 올바르게 서술하지 못하거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 미작성 또는 오답</td></tr>
<tr><td rowspan="2">서
1-2</td><td rowspan="2">조건부확률과 관련된 성질 증명하기</td><td rowspan="2">4점</td><td colspan="2">• 조건부확률의 정의(㉠, 1점)와 분배법칙(㉡, 1점)을 사용하여 1-2 문항이 성립함(㉢, ㉣, 각 1점)을 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• $\mathrm{P}((B\cup C)\mid A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap(B\cup C))}{\mathrm{P}(A)}$ …㉠
$=\frac{\mathrm{P}((A\cap B)\cup(A\cap C))}{\mathrm{P}(A)}$ …㉡
$=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A\cap C)-\mathrm{P}((A\cap B)\cap(A\cap C))}{\mathrm{P}(A)}$ …㉢
$=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}+\frac{\mathrm{P}(A\cap C)}{\mathrm{P}(A)}-\frac{\mathrm{P}(A\cap(B\cap C))}{\mathrm{P}(A)}$
$=\mathrm{P}(B\mid A)+\mathrm{P}(C\mid A)-\mathrm{P}((B\cap C)\mid A)$ …㉣</td></tr>
</table>

문항	평가 요소	척도/ 배점	기대 수행	
		3점	• ㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 중 세 개만 올바르게 서술하였을 경우	
			예시답안	• $\mathrm{P}((B\cup C) \mid A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap(B\cup C))}{\mathrm{P}(A)}$ …㉠ $=\dfrac{\mathrm{P}((A\cap B)\cup(A\cap C))}{\mathrm{P}(A)}$ …㉡ $=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A\cap C)-\mathrm{P}((A\cap B)\cap(A\cap C))}{\mathrm{P}(A)}$ …㉢ • $\mathrm{P}((B\cup C) \mid A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap(B\cup C))}{\mathrm{P}(A)}$ …㉠ $=\dfrac{\mathrm{P}((A\cap B)\cup(A\cap C))}{\mathrm{P}(A)}$ …㉡ $=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}+\dfrac{\mathrm{P}(A\cap C)}{\mathrm{P}(A)}-\dfrac{\mathrm{P}(A\cap(B\cap C))}{\mathrm{P}(A)}$ $=\mathrm{P}(B \mid A)+\mathrm{P}(C \mid A)-\mathrm{P}((B\cap C) \mid A)$ …㉣
		2점	• ㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 중 두 개만 올바르게 서술하였을 경우	
			예시답안	• $\mathrm{P}((B\cup C) \mid A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap(B\cup C))}{\mathrm{P}(A)}$ …㉠ $=\dfrac{\mathrm{P}((A\cap B)\cup(A\cap C))}{\mathrm{P}(A)}$ …㉡ • $\mathrm{P}((B\cup C) \mid A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap(B\cup C))}{\mathrm{P}(A)}$ …㉠ $=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A\cap C)-\mathrm{P}((A\cap B)\cap(A\cap C))}{\mathrm{P}(A)}$ …㉢
		1점	• ㉠만 올바르게 서술하였을 경우	
			예시답안	• $\mathrm{P}((B\cup C) \mid A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap(B\cup C))}{\mathrm{P}(A)}$ …㉠
		0점	• ㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 모두 올바르게 서술하지 못하거나 미작성한 경우	
			예시답안	• 미작성 또는 오답

>> 채점 시 유의점

- 학생들의 수준에 따라 증명 과정에 대한 방향을 제공할 수 있으므로, 이에 따라 채점 기준을 변경할 수 있습니다.
- 1-1 문항은 확률의 덧셈정리와 조건부확률의 정의를 정확하게 활용하여 증명할 수 있는지를 확인하는 문항입니다. 학생들이 정확하게 증명 과정을 서술할 수 있도록 사전에 안내가 필요합니다.
- 1-2 문항에서는 조건부확률의 정의뿐만 아니라 집합의 분배법칙, 확률의 덧셈정리도 활용해야 하는 문항입니다. 1-1문항과 같이 정확하게 증명 과정을 서술할 수 있도록 사전에 안내가 필요합니다.

○·· 예시 답안

서 1-1	4점	• $A=(A\cap B^C)\cup(A\cap B)$ 이고 $(A\cap B^C)\cap(A\cap B)=\varnothing$ 이므로, $\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A\cap B^C)+\mathrm{P}(A\cap B)$ 이다. 따라서 $\mathrm{P}(B^C \mid A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B^C)}{\mathrm{P}(A)}=\dfrac{\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}$ $=1-\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=1-\mathrm{P}(B \mid A)$ 가 성립한다.
	3점	• $A=(A\cap B^C)\cup(A\cap B)$ 이고 $(A\cap B^C)\cap(A\cap B)=\varnothing$ 이므로, $\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A\cap B^C)+\mathrm{P}(A\cap B)$ 이다. 따라서 $\mathrm{P}(B^C \mid A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B^C)}{\mathrm{P}(A)}=\dfrac{\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}$ • $\mathrm{P}(B^C \mid A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B^C)}{\mathrm{P}(A)}=\dfrac{\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}$ $=1-\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=1-\mathrm{P}(B \mid A)$ 가 성립한다.
	2점	• $A=(A\cap B^C)\cup(A\cap B)$ 이고 $(A\cap B^C)\cap(A\cap B)=\varnothing$ 이므로, $\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A\cap B^C)+\mathrm{P}(A\cap B)$ 이다. 따라서 $\mathrm{P}(B^C \mid A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B^C)}{\mathrm{P}(A)}$
	1점	• $A=(A\cap B^C)\cup(A\cap B)$ 이고 $(A\cap B^C)\cap(A\cap B)=\varnothing$ 이므로, $\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A\cap B^C)+\mathrm{P}(A\cap B)$ 이다. • $\mathrm{P}(B^C \mid A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B^C)}{\mathrm{P}(A)}$
	0점	• 미작성 또는 오답
서 1-2	4점	• $\mathrm{P}((B\cup C) \mid A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap(B\cup C))}{\mathrm{P}(A)}=\dfrac{\mathrm{P}((A\cap B)\cup(A\cap C))}{\mathrm{P}(A)}$ $=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A\cap C)-\mathrm{P}((A\cap B)\cap(A\cap C))}{\mathrm{P}(A)}$ $=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}+\dfrac{\mathrm{P}(A\cap C)}{\mathrm{P}(A)}-\dfrac{\mathrm{P}(A\cap(B\cap C))}{\mathrm{P}(A)}$ $=\mathrm{P}(B \mid A)+\mathrm{P}(C \mid A)-\mathrm{P}((B\cap C) \mid A)$
	3점	• $\mathrm{P}((B\cup C) \mid A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap(B\cup C))}{\mathrm{P}(A)}=\dfrac{\mathrm{P}((A\cap B)\cup(A\cap C))}{\mathrm{P}(A)}$ $=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A\cap C)-\mathrm{P}((A\cap B)\cap(A\cap C))}{\mathrm{P}(A)}$ • $\mathrm{P}((B\cup C) \mid A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap(B\cup C))}{\mathrm{P}(A)}=\dfrac{\mathrm{P}((A\cap B)\cup(A\cap C))}{\mathrm{P}(A)}$ $=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}+\dfrac{\mathrm{P}(A\cap C)}{\mathrm{P}(A)}-\dfrac{\mathrm{P}(A\cap(B\cap C))}{\mathrm{P}(A)}$ $=\mathrm{P}(B \mid A)+\mathrm{P}(C \mid A)-\mathrm{P}((B\cap C) \mid A)$
	2점	• $\mathrm{P}((B\cup C) \mid A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap(B\cup C))}{\mathrm{P}(A)}=\dfrac{\mathrm{P}((A\cap B)\cup(A\cap C))}{\mathrm{P}(A)}$ • $\mathrm{P}((B\cup C) \mid A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap(B\cup C))}{\mathrm{P}(A)}$ $=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A\cap C)-\mathrm{P}((A\cap B)\cap(A\cap C))}{\mathrm{P}(A)}$
	1점	• $\mathrm{P}((B\cup C) \mid A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap(B\cup C))}{\mathrm{P}(A)}$
	0점	• 미작성 또는 오답

○·· 평가에 따른 피드백

상	• 확률의 덧셈정리, 집합의 분배법칙 및 여사건의 확률의 의미를 정확하게 이해하고 있으며 이와 관련된 제시문을 정확하게 이해하였습니다. 또한 이를 활용하여 조건부확률과 관련된 식을 증명할 수 있을 뿐만 아니라, 확률의 덧셈정리, 집합의 분배법칙 및 여사건의 확률의 의미를 조건부확률에도 확장하여 생각할 수 있는 능력을 갖추었습니다.
중	• 확률의 덧셈정리, 집합의 분배법칙 및 여사건의 확률의 의미를 정확하게 이해하고 있으며 이와 관련된 제시문을 정확하게 이해하였습니다. 또한 이를 활용하여 조건부확률과 관련된 식을 증명할 수 있는 능력을 갖추었습니다. 다만 정확하게 식을 작성하는 능력이 다소 부족하여 증명하는 과정을 서술하는 연습을 한 후, 수학적으로 서술할 수 있는 능력을 갖추어 답안을 구성한다면 보다 완성도가 높은 답안이 될 것으로 기대합니다. • 확률의 덧셈정리, 집합의 분배법칙 및 여사건의 확률의 의미를 정확하게 이해하고 있으며 이와 관련된 제시문을 정확하게 이해하였습니다. 또한 이를 활용하여 조건부확률과 관련된 식을 증명할 수 있는 능력을 갖추었습니다. 다만 확률의 덧셈정리, 집합의 분배법칙 및 여사건의 확률의 의미를 조건부확률에도 확장하여 생각할 수 있는 힘은 다소 부족하여 하나의 법칙을 다양하게 해석할 수 있는 능력을 갖추도록 노력하면 보다 나은 수학적 능력을 갖출 수 있을 것이라 기대합니다.
하	• 확률의 덧셈정리, 집합의 분배법칙 및 여사건의 확률의 의미를 이해하고 있으나 이를 적용하여 식을 증명하는 데 적용하는 능력은 다소 부족합니다.

≫ 피드백 작성 시 유의점

• 실제 서·논술형 과제를 실행하고 학생에게 피드백을 줄 때는 학생이 작성한 답안의 구체적인 문장이나 표현을 인용하면서 채점 기준에 근거해 잘 작성된 부분을 칭찬하는 것이 좋습니다. 또한, 부족한 부분에 대해서는 반드시 포함되어야 하는 조건 및 표현이 무엇인지를 명확히 알려주어 이를 발판 삼아 수정된 답안을 작성해볼 수 있도록 독려합니다.

• 부족한 부분에 대하여 구체적으로 언급해 주되, 학생들의 성취 수준에 따라 유사한 교과서 문제를 참고하거나 제시문을 이용할 수 있는 방향에 대하여 다양한 수준으로 피드백을 줌으로써 학생들이 증명하는 것을 포기하지 않고 도전할 수 있도록 독려합니다.

평가 문항 2(논술형)

주어진 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (15점)

(가) 한 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수가 소수일 때, 그 수가 홀수일 확률을 다음과 같이 조건부확률의 정의를 이용하여 구할 수 있다.

표본공간을 S라고 하면 $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ 이다.

나온 눈의 수가 소수인 사건을 A, 홀수인 사건을 B라고 하면

$A=\{2,3,5\}$, $B=\{1,3,5\}$, $A\cap B=\{3,5\}$ 이므로 $\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{3}$ 이다.

따라서 구하는 확률은 $\mathrm{P}(A\mid B)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{2}{3}$ 이다.

(나) 한 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수가 소수일 때, 그 수가 홀수일 확률을 다음과 같이 표를 이용하여 구할 수 있다.

	짝수	홀수	합계
소수	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
소수가 아닌 수	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$
합계	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1

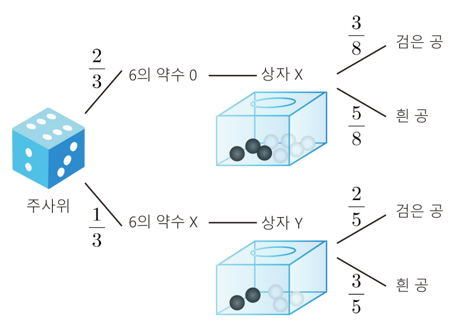
나온 눈의 수가 소수인 사건을 A, 홀수인 사건을 B라고 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{3}$ 이다.

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(B\mid A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{2}{3}$ 이다.

(다) 검은 공 3개, 흰 공 5개가 들어있는 상자 X 와 검은 공 2개, 흰 공 3개가 들어 있는 상자 Y 가 있다. 한 개의 주사위를 던져 6의 약수가 나오면 상자 X 에서 임의로 한 개의 공을 꺼내고, 6의 약수가 아닌 눈이 나오면 상자 Y 에서 임의로 한 개의 공을 꺼낸다. 꺼낸 공이 검은 공일 때, 이 공이 상자 X 에서 나왔을 확률을 다음과 같이 수형도를 이용하여 구할 수 있다.



한 개의 주사위를 던져 6의 약수의 눈이 나오는 사건을 A, 6의 약수가 아닌 눈이 나오는 사건을 A^C, 상자에서 검은 공을 꺼내는 사건을 E라 하자. 검은 공을 꺼낼 확률은

$\mathrm{P}(E)=\mathrm{P}(A\cap E)+\mathrm{P}(A^C\cap E)$

$=\frac{2}{3}\times\frac{3}{8}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}=\frac{23}{60}$

이다. 6의 약수의 눈이 나오고 검은 공을 꺼낼 확률은

$\mathrm{P}(A\cap E)=\frac{2}{3}\times\frac{3}{8}=\frac{1}{4}$ 이다.

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A\mid E)=\frac{\mathrm{P}(A\cap E)}{\mathrm{P}(E)}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{23}{60}}=\frac{15}{23}$ 이다.

[문제] 학생 A가 받은 전자 우편의 60%는 ‘안내’라는 단어를 포함한다. ‘안내’를 포함한 전자 우편의 80%는 광고이고, ‘안내’를 포함하지 않은 전자 우편의 60%가 광고이다. 학생 A가 받은 한 전자 우편이 광고일 때, 이 전자 우편이 ‘안내’라는 단어를 포함할 확률을 구하시오. (15점)

2-1. 제시문 (가)의 방법처럼 조건부확률의 정의와 확률의 곱셈정리를 이용하여 [문제]의 확률을 구하시오. (5점)

2-2. 제시문 (나)의 방법처럼 표를 이용하여 [문제]의 확률을 구하시오. (5점)

2-3. 제시문 (다)의 방법처럼 수형도를 이용하여 [문제]의 확률을 구하시오. (5점)

>> 활용 Tip !

- 평가문항을 해결하기 전에 제시문을 이해하는 과정에서 모둠별로 활동을 하여 학생들이 완벽하게 이해할 수 있도록 시간을 갖습니다.
- 2-1, 2-2, 2-3 문항을 해결하기 전에, 수업 시간에 이와 유사한 문제를 해결할 수 있는 경험을 제공합니다.
- 2-1 문항은 조건부확률의 정의를 사용하여 정확하게 풀이를 작성할 수 있도록 안내합니다.
- 2-2 문항은 제시문처럼 전체 확률의 총합을 1이라 놓고 해결해도 되지만, 전체를 100으로 놓고 해결하거나 경우의 수로 표현해도 됨을 사전에 이해시킵니다.
- 2-3 문항은 수형도를 다양하게 그릴 수 있음을 안내합니다.

○·· 채점 기준

평가 요소	세부 평가 요소	척도/배점	기대 수행
조건부확률 문제를 다양한 방법으로 해결하기	조건부확률의 문제를 정의를 활용하여 해결하기	5	• 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 광고인 사건을 A, 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 '안내'라는 단어를 포함한 사건을 B 라 정의하고 문항의 조건을 $\mathrm{P}(B)$, $\mathrm{P}(B^C)$, $\mathrm{P}(A \mid B)$, $\mathrm{P}(A \mid B^C)$ 등 식으로 서술한 후, 사건 A 의 확률 $\mathrm{P}(A)$ 와 조건부확률 $\mathrm{P}(B \mid A)$ 의 값을 구하는 과정을 서술하였을 경우
		4	• 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 광고인 사건을 A, 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 '안내'라는 단어를 포함한 사건을 B 라 정의하고 문항의 조건을 $\mathrm{P}(B)$, $\mathrm{P}(B^C)$, $\mathrm{P}(A \mid B)$, $\mathrm{P}(A \mid B^C)$ 등 식으로 서술한 후, 사건 A 의 확률 $\mathrm{P}(A)$ 의 값을 구하였으나 조건부확률 $\mathrm{P}(B \mid A)$ 의 값을 구하는 과정을 올바르게 서술하지 못하였을 경우
		3	• 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 광고인 사건을 A, 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 '안내'라는 단어를 포함한 사건을 B 라 정의하고 문항의 조건을 $\mathrm{P}(B)$, $\mathrm{P}(B^C)$, $\mathrm{P}(A \mid B)$, $\mathrm{P}(A \mid B^C)$ 등 식으로 서술하였으나 사건 A 의 확률 $\mathrm{P}(A)$ 과 조건부확률 $\mathrm{P}(B \mid A)$ 의 값을 구하는 과정을 올바르게 서술하지 못하였을 경우
		2	• 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 광고인 사건을 A, 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 '안내'라는 단어를 포함한 사건을 B 라 정의하고 문항의 조건을 $\mathrm{P}(B)$, $\mathrm{P}(B^C)$, $\mathrm{P}(A \mid B)$, $\mathrm{P}(A \mid B^C)$ 등 식으로 서술하였을 경우
		1	• 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 광고인 사건을 A, 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 '안내'라는 단어를 포함한 사건을 B 라 정의하였으나 문항의 조건을 $\mathrm{P}(B)$, $\mathrm{P}(B^C)$, $\mathrm{P}(A \mid B)$, $\mathrm{P}(A \mid B^C)$의 일부를 식으로 서술하였을 경우
		0	• 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 광고인 사건을 A, 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 '안내'라는 단어를 포함한 사건을 B 라 정의하였으나 문항의 조건을 식으로 서술하지 못하였을 경우 • 미작성 또는 오답
	조건부확률의 문제를 표를 활용하여 해결하기	5	• 문제의 조건을 해석하여 학생 A 가 받은 전자 우편의 전체를 100 으로 놓고 광고/비광고, 안내 포함/안내 미포함으로 구분된 표를 작성하고 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 광고인 사건을 A, 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 '안내'라는 단어를 포함한 사건을 B 라 정의한 후, $\mathrm{P}(A)$, $\mathrm{P}(A \cap B)$ 와 조건부확률 $\mathrm{P}(B \mid A)$ 의 값을 구하는 과정을 서술하였을 경우
		4	• 문제의 조건을 해석하여 학생 A 가 받은 전자 우편의 전체를 100 으로 놓고 광고/비광고, 안내 포함/안내 미포함으로 구분된 표를 작성하고 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 광고인 사건을 A, 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 '안내'라는 단어를 포함한 사건을 B 라 정의한 후, $\mathrm{P}(A)$, $\mathrm{P}(A \cap B)$ 의 값을 구하였으나 조건부확률 $\mathrm{P}(B \mid A)$ 의 값을 구하는 과정을 서술하지 못하였을 경우
		3	• 문제의 조건을 해석하여 학생 A 가 받은 전자 우편의 전체를 100 으로 놓고 광고/비광고, 안내 포함/안내 미포함으로 구분된 표를 작성하고 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 광고인 사건을 A, 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 '안내'라는 단어를 포함한 사건을 B 라 정의한 후, $\mathrm{P}(A)$, $\mathrm{P}(A \cap B)$ 의 값을 구하는 과정의 일부를 서술하였을 경우
		2	• 문제의 조건을 해석하여 학생 A 가 받은 전자 우편의 전체를 100 으로 놓고 광고/비광고, 안내 포함/안내 미포함으로 구분된 표를 작성한 경우
		1	• 문제의 조건을 해석하여 학생 A 가 받은 전자 우편의 전체를 100 으로 놓고 광고/비광고, 안내 포함/안내 미포함으로 구분된 표의 일부만을 올바르게 나타내었을 경우
		0	• 주어진 조건을 표로 나타내지 못하였을 경우 • 미작성 또는 오답

평가 요소	세부 평가 요소	척도/배점	기대 수행
	조건부확률의 문제를 수형도를 활용하여 해결하기	5	• 문제의 조건을 해석하여 문제 상황을 수형도로 나타내고 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 '안내'라는 단어를 포함한 사건을 A, 전자 우편이 '안내'라는 단어를 포함하지 않은 사건을 A^C, 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 광고인 사건을 E라 정의한 후, $\mathrm{P}(E)$, $\mathrm{P}(A\cap E)$ 와 조건부확률 $\mathrm{P}(A \mid E)$ 의 값을 구하는 과정을 서술하였을 경우
		4	• 문제의 조건을 해석하여 문제 상황을 수형도로 나타내고 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 '안내'라는 단어를 포함한 사건을 A, 전자 우편이 '안내'라는 단어를 포함하지 않은 사건을 A^C, 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 광고인 사건을 E라 정의한 후, $\mathrm{P}(E)$, $\mathrm{P}(A\cap E)$ 의 값을 구하였으나, 조건부확률 $\mathrm{P}(A \mid E)$ 의 값을 구하는 과정을 서술하지 못하였을 경우
		3	• 문제의 조건을 해석하여 문제 상황을 수형도로 나타내고 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 '안내'라는 단어를 포함한 사건을 A, 전자 우편이 '안내'라는 단어를 포함하지 않은 사건을 A^C, 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 광고인 사건을 E라 정의한 후, $\mathrm{P}(E)$, $\mathrm{P}(A\cap E)$ 의 값을 구하는 과정의 일부를 서술하였을 경우
		2	• 문제의 조건을 해석하여 문제 상황을 수형도로 나타내었을 경우
		1	• 문제의 조건을 해석하여 문제 상황의 일부를 수형도로 나타내었을 경우
		0	• 주어진 조건을 표로 나타내지 못하였을 경우 • 미작성 또는 오답

○·· 예시 답안

평가 문항 2 (논술 2)

(2-1) 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 광고인 사건을 A, 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 '안내'라는 단어를 포함한 사건을 B라고 하면 $\mathrm{P}(B)=0.6$, $\mathrm{P}(B^C)=0.4$, $\mathrm{P}(A \mid B)=0.8$, $\mathrm{P}(A \mid B^C)=0.6$ 이다.

그러므로 $\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A\cap B^C)=\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A \mid B)+\mathrm{P}(B^C)\mathrm{P}(A \mid B^C)$
$=0.6\times0.8+0.4\times0.6=0.72$ 이다.

따라서 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B \mid A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\dfrac{\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A \mid B)}{\mathrm{P}(A)}=\dfrac{0.48}{0.72}=\dfrac{2}{3}$ 이다.

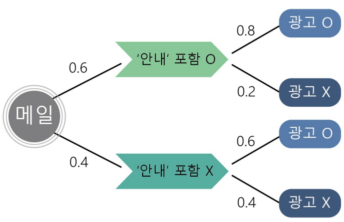
(2-2) 학생 A 가 받은 전자 우편의 전체를 100 이라 하자. 주어진 조건에 의하여 다음과 같은 표를 작성할 수 있다.

	'안내' 포함	'안내' 미포함	합계
광고	$60\times0.8=48$	$40\times0.6=24$	$48+24=72$
비광고	$60-48=12$	$40-24=16$	$12+16=28$
합계	60	40	100

학생 A 가 받은 한 전자 우편이 광고인 사건을 A, 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 '안내'라는 단어를 포함한 사건을 B라고 하면 $\mathrm{P}(A)=\dfrac{72}{100}=\dfrac{18}{25}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\dfrac{48}{100}=\dfrac{12}{25}$ 이다.

따라서 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B \mid A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\dfrac{12}{18}=\dfrac{2}{3}$ 이다.

(2-3) 문제의 상황을 다음과 같이 수형도로 표현할 수 있다.



학생 A 가 받은 한 전자 우편이 '안내'라는 단어를 포함한 사건을 A, 전자 우편이 '안내'라는 단어를 포함하지 않은 사건을 A^C, 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 광고인 사건을 E라 하자. 학생 A 가 받은 한 전자 우편이 광고일 확률은
$\mathrm{P}(E)=\mathrm{P}(A\cap E)+\mathrm{P}(A^C\cap E)=0.6\times0.8+0.4\times0.6=0.72$ 이다.
학생 A 가 받은 한 전자 우편이 '안내'라는 단어를 포함한 광고일 확률은
$\mathrm{P}(A\cap E)=0.6\times0.8=0.48$이다. 따라서 구하는 확률은
$\mathrm{P}(A \mid E)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap E)}{\mathrm{P}(E)}=\dfrac{0.48}{0.72}=\dfrac{2}{3}$이다.

○·· 평가에 따른 피드백

상	• 제시문을 정확하게 이해한 후, 조건부확률 문제를 다양한 방법으로 해결할 수 있습니다. 문항의 모든 조건을 식으로 표현한 후, 사건 A의 확률 $\mathrm{P}(A)$와 조건부확률 $\mathrm{P}(B \mid A)$를 구하는 과정을 조건부확률의 정의를 활용하여 논리적으로 명확하게 서술하였습니다. 또한 문제의 조건을 표로 나타낼 수 있을 뿐만 아니라 수형도로도 정확하게 나타낼 수 있어 주어진 조건을 한눈에 알아보기 쉽게 표현할 수 있는 능력을 보여주었습니다. 이러한 활동을 통하여 조건부확률 문제를 다양한 방법으로 해결할 수 있는 능력을 갖추었음을 알 수 있습니다.
중	• 제시문을 정확하게 이해한 후, 조건부확률 문제를 다양한 방법으로 해결할 수 있습니다. 문항의 조건을 식으로 표현한 후, 사건 A의 확률 $\mathrm{P}(A)$와 조건부확률 $\mathrm{P}(B \mid A)$를 구하는 과정을 조건부확률의 정의를 활용하여 명확하게 서술하였습니다. 문제의 조건을 표로 나타낼 수 있을 뿐만 아니라 수형도로도 나타낼 수 있어 주어진 조건을 한눈에 알아보기 쉽게 표현하는 방법을 이해하고 있으나 이를 정확하게 표현하는 능력은 다소 부족합니다. 즉 표나 그림으로도 정확하게 표현할 수 있는 학습이 보완된다면 훌륭한 답안을 작성할 수 있을 것이라 기대됩니다. • 제시문을 정확하게 이해한 후, 조건부확률 문제를 해결할 수 있습니다. 문항의 조건을 식으로 표현한 후 사건 A의 확률 $\mathrm{P}(A)$와 조건부확률 $\mathrm{P}(B \mid A)$를 구하는 과정을 조건부확률의 정의를 활용하여 문제를 해결하였으나, 이 과정을 수학적으로 표현하는 능력은 다소 부족합니다. 하지만 문제의 조건을 표로 나타낼 수 있을 뿐만 아니라 수형도로도 정확하게 나타낼 수 있어 주어진 조건을 한눈에 알아보기 쉽게 표현할 수 있는 능력은 보여주었습니다.
하	• 조건부확률의 정의를 이해하고 있으나 이를 문제에 적용할 수 있는 능력이 다소 부족합니다. 문항의 조건을 식으로 표현하기 다소 어려워하며 주어진 문제의 조건을 표나 수형도로 완벽하게 나타내는 능력이 부족합니다. 조건부확률의 의미를 문제에 적용할 수 있는 학습이 보완되면 좋을 것 같습니다.

≫ 피드백 작성 시 유의점

- 2-1 문항에서 조건부확률의 정의를 정확하게 적용하여 문제를 해결할 수 있도록 안내가 필요하며, 학생들이 서술한 과정에 대하여 수학적으로 오류가 있는 부분에 대하여 정확한 피드백이 필요합니다.
- 2-2, 2-3 문항에서 표나 수형도로 문제의 조건을 서술할 때, 작성된 답안의 수준이 다양할 것으로 예상됩니다. 이에 대하여 학생들이 작성한 세세한 부분에 대하여 피드백을 제공하면 학생들의 학습 욕구를 키울 수 있을 것입니다.
- 모둠으로 진행하였을 경우, 모둠 활동에서 이루어지는 학생들의 태도(리더십, 모둠 참여도 등)에 대해서도 피드백을 제공합니다.
- 수학 교과의 특성상, 식을 통하여 본인의 생각 및 문제 풀이 방향에 대하여 서술하는 것이 중요합니다. 이에 학생들이 수학적으로 서술한 경우와 그렇지 못한 경우에 대하여 잘한 점과 부족한 점에 대하여 피드백을 제공합니다.

평가 문항 3(서술형)

주어진 자료를 읽고 물음에 답하시오. (12점)
한 면은 검은색, 다른 한 면은 흰색인 카드 8장이 있다. 그림과 같이 왼쪽부터 처음 4장의 카드는 검은색이 보이도록 놓여있으며, 나머지 4장의 카드는 흰색이 보이도록 놓여있다.

위의 그림과 같이 놓여있는 8장의 카드 중 2장의 카드를 임의로 선택하여 카드를 뒤집은 후, 이 8장의 카드 중 다시 2장의 카드를 임의로 선택하여 카드를 뒤집는 시행을 한다. 이 시행을 마쳤을 때, 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 수가 4장인 사건을 A, 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 검은색이 보이도록 놓여있는 사건을 B라 하자.

(예시) 사건 A와 사건 B를 모두 만족시키는 경우

3-1. 확률 $\mathrm{P}(A)$를 구하는 과정을 서술하시오. (5점)

3-2. (3-1) 문항을 활용하여 조건부확률 $\mathrm{P}(B\mid A)$를 구하는 과정을 서술하시오. (7점)

≫ 활용 Tip !

- 학생들의 수준에 따라 카드의 장수를 줄여서 해결해볼 수 있도록 안내합니다.
- 학생들의 흥미와 이해를 위하여 직접 카드를 제공하여 모둠으로 활동하여 해결할 수 있도록 지도합니다.

○·· 채점 기준

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="5">서
3-1</td><td rowspan="5">조건부확률 문제를 해결하기</td><td rowspan="2">5점</td><td colspan="2">• 사건 A 가 일어날 수 있는 조건을 구하고(㉠, 1점) $\mathrm{P}(A)$ 의 값을 구하는 식(㉡, 1점)을 세운 후, $\mathrm{P}(A)$ 를 구하는 과정에서 필요한 값들을 구하고(㉢, ㉣, 각 1점) $\mathrm{P}(A)$ 의 값(㉤, 1점)을 구하는 과정을 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 사건 A 가 일어났을 때, 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수는 2장, 4장, 6장이다. …㉠
처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수가 2장인 사건을 A_2, 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수가 4장인 사건을 A_4, 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수가 6장인 사건을 A_6 이라 하면, 사건 A 가 일어날 확률은 다음과 같다.
$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A_2)\mathrm{P}(A \mid A_2)+\mathrm{P}(A_4)\mathrm{P}(A \mid A_4)+\mathrm{P}(A_6)\mathrm{P}(A \mid A_6)$ …㉡
여기서 $\mathrm{P}(A_2)=\mathrm{P}(A_6)=\frac{{}_4\mathrm{C}_2}{{}_8\mathrm{C}_2}=\frac{3}{14}$,
$\mathrm{P}(A_4)=\frac{{}_4\mathrm{C}_1\times{}_4\mathrm{C}_1}{{}_8\mathrm{C}_2}=\frac{8}{14}=\frac{4}{7}$, …㉢
$\mathrm{P}(A \mid A_2)=\mathrm{P}(A \mid A_6)=\frac{{}_6\mathrm{C}_2}{{}_8\mathrm{C}_2}=\frac{15}{28}$,
$\mathrm{P}(A \mid A_4)=\frac{{}_4\mathrm{C}_1\times{}_4\mathrm{C}_1}{{}_8\mathrm{C}_2}=\frac{16}{28}=\frac{4}{7}$ 이다. …㉣
따라서
$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A_2)\mathrm{P}(A \mid A_2)+\mathrm{P}(A_4)\mathrm{P}(A \mid A_4)+\mathrm{P}(A_6)\mathrm{P}(A \mid A_6)$
$=\frac{3}{14}\times\frac{15}{28}+\frac{4}{7}\times\frac{4}{7}+\frac{3}{14}\times\frac{15}{28}=\frac{109}{196}$ …㉤</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4점</td><td colspan="2">• ㉠, ㉡, ㉢, ㉣만 올바르게 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 사건 A 가 일어났을 때, 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수는 2장, 4장, 6장이다. …㉠
처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수가 2장인 사건을 A_2, 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수가 4장인 사건을 A_4, 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수가 6장인 사건을 A_6 이라 하면, 사건 A 가 일어날 확률은 다음과 같다.
$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A_2)\mathrm{P}(A \mid A_2)+\mathrm{P}(A_4)\mathrm{P}(A \mid A_4)+\mathrm{P}(A_6)\mathrm{P}(A \mid A_6)$ …㉡
여기서 $\mathrm{P}(A_2)=\mathrm{P}(A_6)=\frac{{}_4\mathrm{C}_2}{{}_8\mathrm{C}_2}=\frac{3}{14}$,
$\mathrm{P}(A_4)=\frac{{}_4\mathrm{C}_1\times{}_4\mathrm{C}_1}{{}_8\mathrm{C}_2}=\frac{8}{14}=\frac{4}{7}$, …㉢
$\mathrm{P}(A \mid A_2)=\mathrm{P}(A \mid A_6)=\frac{{}_6\mathrm{C}_2}{{}_8\mathrm{C}_2}=\frac{15}{28}$,
$\mathrm{P}(A \mid A_4)=\frac{{}_4\mathrm{C}_1\times{}_4\mathrm{C}_1}{{}_8\mathrm{C}_2}=\frac{16}{28}=\frac{4}{7}$ 이다. …㉣</td></tr>
<tr><td>3점</td><td colspan="2">• ㉠, ㉡, ㉢만 올바르게 서술하였을 경우</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>예시답안</td><td>• 사건 A가 일어났을 때, 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수는 2장, 4장, 6장이다. …㉠
처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수가 2장인 사건을 A_2, 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수가 4장인 사건을 A_4, 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수가 6장인 사건을 A_6이라 하면, 사건 A가 일어날 확률은 다음과 같다.
$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A_2)\mathrm{P}(A \mid A_2)+\mathrm{P}(A_4)\mathrm{P}(A \mid A_4)$ …㉡
$+\mathrm{P}(A_6)\mathrm{P}(A \mid A_6)$
여기서 $\mathrm{P}(A_2)=\mathrm{P}(A_6)=\frac{{}_4\mathrm{C}_2}{{}_8\mathrm{C}_2}=\frac{3}{14}$,
$\mathrm{P}(A_4)=\frac{{}_4\mathrm{C}_1\times{}_4\mathrm{C}_1}{{}_8\mathrm{C}_2}=\frac{8}{14}=\frac{4}{7}$, …㉢</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">• ㉠, ㉡만 올바르게 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>예시답안</td><td>• 사건 A가 일어났을 때, 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수는 2장, 4장, 6장이다. …㉠
처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수가 2장인 사건을 A_2, 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수가 4장인 사건을 A_4, 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수가 6장인 사건을 A_6이라 하면, 사건 A가 일어날 확률은 다음과 같다.
$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A_2)\mathrm{P}(A \mid A_2)+\mathrm{P}(A_4)\mathrm{P}(A \mid A_4)$ …㉡
$+\mathrm{P}(A_6)\mathrm{P}(A \mid A_6)$</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">• ㉠만 올바르게 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>예시답안</td><td>• 사건 A가 일어났을 때, 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수는 2장, 4장, 6장이다. …㉠</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">• ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ 모두 올바르게 서술하지 못하거나 미작성한 경우</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>예시답안</td><td>• 미작성 또는 오답</td></tr>
<tr><td rowspan="2">서
3-2</td><td rowspan="2">조건부확률 문제를 해결하기</td><td rowspan="2">7점</td><td colspan="2">• 총 4가지 경우로 나누어짐을 찾아내고(㉠, 1점), 각 경우에 대하여 경우의 수(㉡, ㉢, ㉣, ㉤, 각 1점)를 구한 후, $\mathrm{P}(A\cap B)$의 값(㉥, 1점)을 구하며, 3-1 문항의 결괏값을 이용하여 $\mathrm{P}(B \mid A)$의 값을 구하는 과정(㉦, 1점)을 서술하였을 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>• 사건 $A\cap B$가 일어나기 위해서는 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되어야 하고 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째 카드 중에서는 2장의 카드가 선택되어야 한다.
일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되는 경우는 다음과 같이 4가지 경우로 나누어진다. …㉠
(i) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 처음 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우
여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$이다. …㉡
(ii) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 나중에 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우
여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$이다. …㉢
(iii) 일곱 번째 카드가 처음에 선택되고 여덟 번째 카드가 나중에 선택되는 경우
여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1$이다. …㉣</td></tr>
</table>

문항	평가 요소	척도/ 배점	기대 수행	
				(ⅳ) 여덟 번째 카드가 처음에 선택되고 일곱 번째 카드가 나중에 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1$이다. …㉤ (ⅰ), (ⅱ), (ⅲ), (ⅳ)에 의하여 $\mathrm{P}(A\cap B)=\dfrac{2\times{}_4\mathrm{C}_2+2\times{}_4\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1}{{}_8\mathrm{C}_2\times{}_8\mathrm{C}_2}=\dfrac{9}{196}$ 이다. …㉥ (3-1) 문항에서 $\mathrm{P}(A)=\dfrac{109}{196}$ 이므로 $\mathrm{P}(B\mid A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\dfrac{9}{109}$ 이다. …㉦
		6점	• ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤, ㉥만 올바르게 서술하였을 경우	
			예시답안	• 사건 $A\cap B$가 일어나기 위해서는 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되어야 하고 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째 카드 중에서는 2장의 카드가 선택되어야 한다. 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되는 경우는 다음과 같이 4가지 경우로 나누어진다. …㉠ (ⅰ) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 처음 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$이다. …㉡ (ⅱ) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 나중에 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$이다. …㉢ (ⅲ) 일곱 번째 카드가 처음에 선택되고 여덟 번째 카드가 나중에 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1$이다. …㉣ (ⅳ) 여덟 번째 카드가 처음에 선택되고 일곱 번째 카드가 나중에 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1$이다. …㉤ (ⅰ), (ⅱ), (ⅲ), (ⅳ)에 의하여 $\mathrm{P}(A\cap B)=\dfrac{2\times{}_4\mathrm{C}_2+2\times{}_4\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1}{{}_8\mathrm{C}_2\times{}_8\mathrm{C}_2}=\dfrac{9}{196}$ 이다. …㉥
		5점	• ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤만 올바르게 서술하였을 경우	
			예시답안	• 사건 $A\cap B$가 일어나기 위해서는 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되어야 하고 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째 카드 중에서는 2장의 카드가 선택되어야 한다. 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되는 경우는 다음과 같이 4가지 경우로 나누어진다. …㉠ (ⅰ) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 처음 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$이다. …㉡ (ⅱ) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 나중에 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$이다. …㉢ (ⅲ) 일곱 번째 카드가 처음에 선택되고 여덟 번째 카드가 나중에 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1$이다. …㉣ (ⅳ) 여덟 번째 카드가 처음에 선택되고 일곱 번째 카드가 나중에 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1$이다. …㉤
		4점	• ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ 중 네 개만 올바르게 서술하였을 경우	

문항	평가 요소	척도/ 배점	기대 수행	
			예시답안	• 사건 $A\cap B$가 일어나기 위해서는 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩 만 선택되어야 하고 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째 카드 중에서는 2장의 카드가 선택되어야 한다. 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되는 경우는 다음과 같이 4가지 경우로 나누어진다. …㉠ (i) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 처음 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$이다. …㉡ (ii) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 나중에 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$이다. …㉢ (iii) 일곱 번째 카드가 처음에 선택되고 여덟 번째 카드가 나중에 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1$이다. …㉣ • 사건 $A\cap B$가 일어나기 위해서는 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩 만 선택되어야 하고 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째 카드 중에서는 2장의 카드가 선택되어야 한다. 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되는 경우는 다음과 같이 4가지 경우로 나누어진다. …㉠ (i) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 처음 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$이다. …㉡ (ii) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 나중에 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$이다. …㉢ (iv) 여덟 번째 카드가 처음에 선택되고 일곱 번째 카드가 나중에 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1$이다. …㉤
		3점	• ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ 중 세 개만 올바르게 서술하였을 경우	
			예시답안	• 사건 $A\cap B$가 일어나기 위해서는 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩 만 선택되어야 하고 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째 카드 중에서는 2장의 카드가 선택되어야 한다. 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되는 경우는 다음과 같이 4가지 경우로 나누어진다. …㉠ (i) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 처음 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$이다. …㉡ (ii) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 나중에 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$이다. …㉢
		2점	• ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ 중 두 개만 올바르게 서술하였을 경우	
			예시답안	• 사건 $A\cap B$가 일어나기 위해서는 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩 만 선택되어야 하고 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째 카드 중에서는 2장의 카드가 선택되어야 한다. 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되는 경우는 다음과 같이 4가지 경우로 나누어진다. …㉠ (i) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 처음 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우

문항	평가 요소	척도/배점	기대 수행	
				여기서 사건 $A \cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$이다. …ⓛ • 사건 $A \cap B$가 일어나기 위해서는 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되어야 하고 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째 카드 중에서는 2장의 카드가 선택되어야 한다. 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되는 경우는 다음과 같이 4가지 경우로 나누어진다. …㉠ (ii) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 나중에 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우 여기서 사건 $A \cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$이다. …ⓒ
		1점	• ㉠만 올바르게 서술하였을 경우	
			예시답안	• 사건 $A \cap B$가 일어나기 위해서는 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되어야 하고 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째 카드 중에서는 2장의 카드가 선택되어야 한다. 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되는 경우는 다음과 같이 4가지 경우로 나누어진다. …㉠
		0점	• ㉠, ⓛ, ⓒ, ⓔ, ⓜ, ⓗ, ⓢ 모두 올바르게 서술하지 못하거나 미작성한 경우	
			예시답안	• 미작성 또는 오답

>> 채점 시 유의점

- 3-1 문항은 조건부확률의 정의를 이용하여 문제를 해결해도 되지만 수형도를 그려서 해결하는 경우도 점수를 부여할 수 있습니다.
- 3-1, 3-2 문항은 학생들의 수준에 따라 문제의 난도를 낮추어 제공할 수도 있습니다.
- 학생들의 수준에 따라 문제 해결 과정에 대한 방향을 제공할 수 있으며 이에 따라 채점 기준을 변경합니다.

○·· 예시 답안

서 3-1	5점	• 사건 A 가 일어났을 때, 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수는 2장, 4장, 6장이다. 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수가 2장인 사건을 A_2, 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수가 4장인 사건을 A_4, 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수가 6장인 사건을 A_6 이라 하면, 사건 A 가 일어날 확률은 다음과 같다. $\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A_2)\mathrm{P}(A \mid A_2)+\mathrm{P}(A_4)\mathrm{P}(A \mid A_4)$ $+\mathrm{P}(A_6)\mathrm{P}(A \mid A_6)$ 여기서 $\mathrm{P}(A_2)=\mathrm{P}(A_6)=\dfrac{{}_4\mathrm{C}_2}{{}_8\mathrm{C}_2}=\dfrac{3}{14}$, $\mathrm{P}(A_4)=\dfrac{{}_4\mathrm{C}_1\times{}_4\mathrm{C}_1}{{}_8\mathrm{C}_2}=\dfrac{8}{14}=\dfrac{4}{7}$, $\mathrm{P}(A \mid A_2)=\mathrm{P}(A \mid A_6)=\dfrac{{}_6\mathrm{C}_2}{{}_8\mathrm{C}_2}=\dfrac{15}{28}$, $\mathrm{P}(A \mid A_4)=\dfrac{{}_4\mathrm{C}_1\times{}_4\mathrm{C}_1}{{}_8\mathrm{C}_2}=\dfrac{16}{28}=\dfrac{4}{7}$이다. 따라서 $\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A_2)\mathrm{P}(A \mid A_2)+\mathrm{P}(A_4)\mathrm{P}(A \mid A_4)+\mathrm{P}(A_6)\mathrm{P}(A \mid A_6)$ $=\dfrac{3}{14}\times\dfrac{15}{28}+\dfrac{4}{7}\times\dfrac{4}{7}+\dfrac{3}{14}\times\dfrac{15}{28}=\dfrac{109}{196}$

	4점	• 사건 A 가 일어났을 때, 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수는 2장, 4장, 6장이다. 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수가 2장인 사건을 A_2 , 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수가 4장인 사건을 A_4 , 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수가 6장인 사건을 A_6 이라 하면, 사건 A 가 일어날 확률은 다음과 같다. $\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A_2)\mathrm{P}(A \mid A_2)+\mathrm{P}(A_4)\mathrm{P}(A \mid A_4)$ $+\mathrm{P}(A_6)\mathrm{P}(A \mid A_6)$ 여기서 $\mathrm{P}(A_2)=\mathrm{P}(A_6)=\dfrac{{}_4\mathrm{C}_2}{{}_8\mathrm{C}_2}=\dfrac{3}{14}$, $\mathrm{P}(A_4)=\dfrac{{}_4\mathrm{C}_1\times{}_4\mathrm{C}_1}{{}_8\mathrm{C}_2}=\dfrac{8}{14}=\dfrac{4}{7}$, $\mathrm{P}(A \mid A_2)=\mathrm{P}(A \mid A_6)=\dfrac{{}_6\mathrm{C}_2}{{}_8\mathrm{C}_2}=\dfrac{15}{28}$, $\mathrm{P}(A \mid A_4)=\dfrac{{}_4\mathrm{C}_1\times{}_4\mathrm{C}_1}{{}_8\mathrm{C}_2}=\dfrac{16}{28}=\dfrac{4}{7}$ 이다.
	3점	• 사건 A 가 일어났을 때, 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수는 2장, 4장, 6장이다. 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수가 2장인 사건을 A_2 , 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수가 4장인 사건을 A_4 , 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수가 6장인 사건을 A_6 이라 하면, 사건 A 가 일어날 확률은 다음과 같다. $\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A_2)\mathrm{P}(A \mid A_2)+\mathrm{P}(A_4)\mathrm{P}(A \mid A_4)$ $+\mathrm{P}(A_6)\mathrm{P}(A \mid A_6)$ 여기서 $\mathrm{P}(A_2)=\mathrm{P}(A_6)=\dfrac{{}_4\mathrm{C}_2}{{}_8\mathrm{C}_2}=\dfrac{3}{14}$, $\mathrm{P}(A_4)=\dfrac{{}_4\mathrm{C}_1\times{}_4\mathrm{C}_1}{{}_8\mathrm{C}_2}=\dfrac{8}{14}=\dfrac{4}{7}$
	2점	• 사건 A 가 일어났을 때, 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수는 2장, 4장, 6장이다. 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수가 2장인 사건을 A_2 , 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수가 4장인 사건을 A_4 , 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수가 6장인 사건을 A_6 이라 하면, 사건 A 가 일어날 확률은 다음과 같다. $\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A_2)\mathrm{P}(A \mid A_2)+\mathrm{P}(A_4)\mathrm{P}(A \mid A_4)$ $+\mathrm{P}(A_6)\mathrm{P}(A \mid A_6)$
	1점	• 사건 A 가 일어났을 때, 처음 2장의 카드를 임의로 선택하여 뒤집은 후 검은색이 보이도록 놓여있는 카드의 개수는 2장, 4장, 6장이다.
	0점	• 미작성 또는 오답
서 3-2	7점	• 사건 $A\cap B$ 가 일어나기 위해서는 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되어야 하고 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째 카드 중에서는 2장의 카드가 선택되어야 한다. 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되는 경우는 다음과 같이 4가지 경우로 나누어진다. (i) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 처음 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$ 가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$ 이다. (ii) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 나중에 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$ 가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$ 이다. (iii) 일곱 번째 카드가 처음에 선택되고 여덟 번째 카드가 나중에 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$ 가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1$ 이다. (iv) 여덟 번째 카드가 처음에 선택되고 일곱 번째 카드가 나중에 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$ 가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1$ 이다.

		(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ), (ⅳ)에 의하여 $\mathrm{P}(A\cap B)=\dfrac{2\times{}_4\mathrm{C}_2+2\times{}_4\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1}{{}_8\mathrm{C}_2\times{}_8\mathrm{C}_2}=\dfrac{9}{196}$ 이다. (3-1) 문항에서 $\mathrm{P}(A)=\dfrac{109}{196}$ 이므로 $\mathrm{P}(B\mid A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\dfrac{9}{109}$ 이다.
	6점	• 사건 $A\cap B$가 일어나기 위해서는 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되어야 하고 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째 카드 중에서는 2장의 카드가 선택되어야 한다. 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되는 경우는 다음과 같이 4가지 경우로 나누어진다. (ⅰ) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 처음 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$ 이다. (ⅱ) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 나중에 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$ 이다. (ⅲ) 일곱 번째 카드가 처음에 선택되고 여덟 번째 카드가 나중에 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1$ 이다. (ⅳ) 여덟 번째 카드가 처음에 선택되고 일곱 번째 카드가 나중에 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1$ 이다. (ⅰ), (ⅱ), (ⅲ), (ⅳ)에 의하여 $\mathrm{P}(A\cap B)=\dfrac{2\times{}_4\mathrm{C}_2+2\times{}_4\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1}{{}_8\mathrm{C}_2\times{}_8\mathrm{C}_2}=\dfrac{9}{196}$ 이다.
	5점	• 사건 $A\cap B$가 일어나기 위해서는 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되어야 하고 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째 카드 중에서는 2장의 카드가 선택되어야 한다. 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되는 경우는 다음과 같이 4가지 경우로 나누어진다. (ⅰ) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 처음 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$ 이다. (ⅱ) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 나중에 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$ 이다. (ⅲ) 일곱 번째 카드가 처음에 선택되고 여덟 번째 카드가 나중에 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1$ 이다. (ⅳ) 여덟 번째 카드가 처음에 선택되고 일곱 번째 카드가 나중에 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1$ 이다.
	4점	• 사건 $A\cap B$가 일어나기 위해서는 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되어야 하고 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째 카드 중에서는 2장의 카드가 선택되어야 한다. 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되는 경우는 다음과 같이 4가지 경우로 나누어진다. (ⅰ) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 처음 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$ 이다. (ⅱ) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 나중에 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$ 이다. (ⅲ) 일곱 번째 카드가 처음에 선택되고 여덟 번째 카드가 나중에 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1$ 이다. • 사건 $A\cap B$가 일어나기 위해서는 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되어야 하고 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째 카드 중에서는 2장의 카드가 선택되어야 한다. 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되는 경우는 다음과 같이 4가지 경우로 나누어진다. (ⅰ) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 처음 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$ 이다. (ⅱ) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 나중에 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$ 이다. (ⅳ) 여덟 번째 카드가 처음에 선택되고 일곱 번째 카드가 나중에 선택되는 경우 여기서 사건 $A\cap B$가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1$ 이다. • 사건 $A\cap B$가 일어나기 위해서는 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되어야 하고 첫 번째, 두

		번째, 세 번째, 네 번째 카드 중에서는 2장의 카드가 선택되어야 한다. 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되는 경우는 다음과 같이 4가지 경우로 나누어진다. (i) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 처음 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우 여기서 사건 $A \cap B$ 가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$ 이다. (iii) 일곱 번째 카드가 처음에 선택되고 여덟 번째 카드가 나중에 선택되는 경우 여기서 사건 $A \cap B$ 가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1 \times {}_3\mathrm{C}_1$ 이다. (iv) 여덟 번째 카드가 처음에 선택되고 일곱 번째 카드가 나중에 선택되는 경우 여기서 사건 $A \cap B$ 가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1 \times {}_3\mathrm{C}_1$ 이다. • 사건 $A \cap B$ 가 일어나기 위해서는 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되어야 하고 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째 카드 중에서는 2장의 카드가 선택되어야 한다. 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되는 경우는 다음과 같이 4가지 경우로 나누어진다. (ii) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 나중에 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우 여기서 사건 $A \cap B$ 가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$ 이다. (iii) 일곱 번째 카드가 처음에 선택되고 여덟 번째 카드가 나중에 선택되는 경우 여기서 사건 $A \cap B$ 가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1 \times {}_3\mathrm{C}_1$ 이다. (iv) 여덟 번째 카드가 처음에 선택되고 일곱 번째 카드가 나중에 선택되는 경우 여기서 사건 $A \cap B$ 가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1 \times {}_3\mathrm{C}_1$ 이다.
	3점	• 사건 $A \cap B$ 가 일어나기 위해서는 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되어야 하고 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째 카드 중에서는 2장의 카드가 선택되어야 한다. 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되는 경우는 다음과 같이 4가지 경우로 나누어진다. (i) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 처음 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우 여기서 사건 $A \cap B$ 가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$ 이다. (ii) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 나중에 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우 여기서 사건 $A \cap B$ 가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$ 이다. • 사건 $A \cap B$ 가 일어나기 위해서는 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되어야 하고 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째 카드 중에서는 2장의 카드가 선택되어야 한다. 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되는 경우는 다음과 같이 4가지 경우로 나누어진다. (iii) 일곱 번째 카드가 처음에 선택되고 여덟 번째 카드가 나중에 선택되는 경우 여기서 사건 $A \cap B$ 가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1 \times {}_3\mathrm{C}_1$ 이다. (iv) 여덟 번째 카드가 처음에 선택되고 일곱 번째 카드가 나중에 선택되는 경우 여기서 사건 $A \cap B$ 가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1 \times {}_3\mathrm{C}_1$ 이다.
	2점	• 사건 $A \cap B$ 가 일어나기 위해서는 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되어야 하고 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째 카드 중에서는 2장의 카드가 선택되어야 한다. 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되는 경우는 다음과 같이 4가지 경우로 나누어진다. (i) 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 처음 2장의 카드를 선택하는 과정에서 선택되는 경우 여기서 사건 $A \cap B$ 가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$ 이다. • 사건 $A \cap B$ 가 일어나기 위해서는 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되어야 하고 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째 카드 중에서는 2장의 카드가 선택되어야 한다. 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되는 경우는 다음과 같이 4 가지 경우로 나누어진다. (iii) 일곱 번째 카드가 처음에 선택되고 여덟 번째 카드가 나중에 선택되는 경우 여기서 사건 $A \cap B$ 가 일어나는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1 \times {}_3\mathrm{C}_1$ 이다.
	1점	• 사건 $A \cap B$ 가 일어나기 위해서는 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되어야 하고 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째 카드 중에서는 2장의 카드가 선택되어야 한다. 일곱 번째와 여덟 번째 카드가 각각 한 번씩만 선택되는 경우는 다음과 같이 4가지 경우로 나누어진다.
	0점	• 미작성 또는 오답

○·· 평가에 따른 피드백

상	• 상황이 복잡한 조건부확률의 문제를 정확하게 이해하고 문제가 요구하는 사건이 발생하기 위한 조건을 구체적으로 구할 수 있으며 각 세부 사건에 따른 경우의 수와 확률을 구하는 과정을 논리적으로 서술할 수 있습니다. 이러한 활동을 통하여 학생의 추론 역량뿐만 아니라 본인의 생각을 서술할 수 있는 능력 즉, 의사소통 역량 또한 우수함을 알 수 있었습니다.
중	• 상황이 복잡한 조건부확률의 문제를 정확하게 이해하고 문제가 요구하는 사건이 발생하기 위한 조건을 구체적으로 구할 수 있으며 각 세부 사건에 따른 경우의 수와 확률을 구할 수는 있으나 이를 정확하게 표현하는 능력이 다소 부족합니다. 논리적으로 서술하는 능력을 갖추어 답안을 구성한다면, 보다 완성도가 높은 답안이 되리라 기대합니다. • 상황이 복잡한 조건부확률의 문제를 정확하게 이해하고 문제가 요구하는 사건이 발생하기 위한 조건을 구체적으로 구할 수는 있으나, 이 사건 각각에 대한 경우의 수 및 확률을 구하는 능력이 다소 부족합니다. 경우의 수 단원을 복습하여 상황에 따른 경우의 수를 구하는 학습이 보완된다면, 보다 완성도가 높은 답안이 되리라 기대합니다.
하	• 제시문의 상황을 이해하고 분석하는 능력이 다소 부족합니다. 주어진 조건에 따른 상황의 몇 가지 예를 찾아 문제를 이해하고 분석하는 연습이 필요합니다. 그런 후 본인의 생각을 수학적으로 서술하는 법을 연습하면 주어진 문항들을 더욱 수월하게 해결할 수 있을 것입니다.

≫ 피드백 작성 시 유의점

- 실제 서·논술형 과제를 실행하고 학생에게 피드백을 줄 때는 학생이 작성한 답안의 구체적인 문장이나 표현을 인용하면서 채점 기준에 근거해 잘 작성된 부분을 칭찬하는 것이 좋습니다. 또한, 부족한 부분에 대해서는 반드시 포함되어야 하는 조건 및 표현이 무엇인지를 명확히 알려주어 이를 발판삼아 수정된 답안을 작성해볼 수 있도록 독려합니다.
- 부족한 부분에 대하여 구체적으로 언급해 주되, 학생들의 성취 수준에 따라 유사한 교과서 문제를 참고하거나 제시문을 이용할 수 있는 방향에 대하여 다양한 수준으로 피드백을 줌으로써 학생들이 증명하는 것을 포기하지 않고 도전할 수 있도록 독려합니다.

4. 서·논술 문항의 지필평가 적용

○·· 지필평가 적용을 위한 Tip

평가 문항 1-2와 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가 문항 1의 2문항의 경우, 세 개의 집합에 대한 조건부확률 성질을 증명하도록 하였습니다. 지필평가에서는 조건부확률의 정의를 이용하여 해결할 수 있는 간단한 문제를 해결하는 형태로 변형하여 제시할 수 있습니다.
- 평가 문항 1의 2문항의 채점 기준은 전체 학생 중 임의로 택한 한 명의 학생이 여학생일 확률을 구한 경우 1점, 전체 학생 중 임의로 택한 한 명의 학생이 학교 기숙사에서 생활하는 여학생일 확률을 구한 경우 1점, 문제가 요구하는 조건부확률을 올바르게 구한 경우 1점으로 총 3점을 부여할 수 있습니다.
- 지필평가 문항과 채점 기준의 예시는 다음과 같습니다.

서술형 **다음 물음에 답하시오.**

어느 대학교에서 여학생은 전체 학생의 60%이고 학교 기숙사에서 생활하는 여학생은 전체 학생의 24%이다. 이 대학교 학생 중에서 임의로 택한 한 명이 여학생일 때, 그 학생이 학교 기숙사에서 생활하는 학생일 확률을 구하시오.

평가 요소	척도/배점	기대 수행
간단한 조건부확률 문제 해결하기	3점	전체 학생 중 임의로 택한 한 명의 학생이 여학생일 확률과 전체 학생 중 임의로 택한 한 명의 학생이 학교 기숙사에서 생활하는 여학생일 확률을 각각 구한 후, 문제가 요구하는 조건부확률을 올바르게 구한 경우
	2점	전체 학생 중 임의로 택한 한 명의 학생이 여학생일 확률과 전체 학생 중 임의로 택한 한 명의 학생이 학교 기숙사에서 생활하는 여학생일 확률을 각각 구하였지만, 문제가 요구하는 조건부확률을 올바르게 구하지 못한 경우
	1점	전체 학생 중 임의로 택한 한 명의 학생이 여학생일 확률과 전체 학생 중 임의로 택한 한 명의 학생이 학교 기숙사에서 생활하는 여학생일 확률 중 하나만 올바르게 구한 경우
	0점	미작성 또는 오답

평가 문항 2-3과 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가 문항 2의 3문항의 경우, 제시문의 (다)를 참고하여 수형도를 그려서 조건부확률 문제를 해결하도록 하였습니다. 지필평가에서는 제시문의 (가)처럼 정의를 이용하여 해결하는 형태로 변형하여 제시할 수 있습니다.
- 평가 문항 2의 3문항의 채점 기준은 6의 약수의 눈이 나오고 검은 공을 꺼낼 확률을 구한 경우 1점, 6의 약수의 눈이 나오지 않고 검은 공을 꺼낼 확률을 구한 경우 1점, 문제가 요구하는 조건부확률을 정의를 이용하여 올바르게 구한 경우 1점으로 총 3점을 부여할 수 있습니다.
- 지필평가 문항과 채점 기준의 예시는 다음과 같습니다.

서술형 다음 물음에 답하시오.

> 검은 공 3개, 흰 공 5개가 들어있는 상자 X 와 검은 공 2개, 흰 공 3개가 들어 있는 상자 Y 가 있다. 한 개의 주사위를 던져 6의 약수가 나오면 상자 X 에서 임의로 한 개의 공을 꺼내고, 6의 약수가 아닌 눈이 나오면 상자 Y 에서 임의로 한 개의 공을 꺼낸다. 꺼낸 공이 검은 공일 때, 이 공이 상자 X 에서 나왔을 확률을 구하시오.

평가 요소	척도/배점	기대 수행
조건부확률 문제를 정의를 이용하여 해결하기	3점	6의 약수의 눈이 나오고 검은 공을 꺼낼 확률과 6의 약수의 눈이 나오지 않고 검은 공을 꺼낼 확률을 각각 구한 후, 조건부확률의 정의를 이용하여 문제가 요구하는 사건의 확률을 올바르게 구한 경우
	2점	6의 약수의 눈이 나오고 검은 공을 꺼낼 확률과 6의 약수의 눈이 나오지 않고 검은 공을 꺼낼 확률을 각각 구하였지만, 조건부확률의 정의를 이용하여 문제가 요구하는 사건의 확률을 구하지 못한 경우
	1점	6의 약수의 눈이 나오고 검은 공을 꺼낼 확률과 6의 약수의 눈이 나오지 않고 검은 공을 꺼낼 확률 중 하나만 올바르게 구한 경우
	0점	미작성 또는 오답

평가 문항 3과 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가 문항 3문항의 경우, 다소 복잡한 조건부확률 문제를 해결하도록 하였습니다. 지필평가에서는 보다 간단한 조건부확률 문제를 해결하는 형태로 변형하여 제시할 수 있습니다.
- 평가 문항 3의 채점 기준은 상자 안의 한 제품을 검사하였을 때 그 제품이 불량 제품으로 판정받을 확률을 구한 경우 1점, 불량 제품이면서 불량 제품으로 판정받을 확률을 구한 경우 1점, 문제가 요구하는 조건부확률을 정의를 이용하여 올바르게 구한 경우 1점으로 총 3점을 부여할 수 있습니다.
- 지필평가 문항과 채점 기준의 예시는 다음과 같습니다.

서술형 **다음 물음에 답하시오.**

어느 회사는 1만개의 정상 제품을 한 개의 상자로 포장하였다. 그런데 1개의 불량 제품이 정상 제품으로 포장된 상자의 한 제품과 바뀌는 일이 발생하였다. 이 회사에서 생산된 제품이 정상 제품인지 불량 제품인지를 구별하는 기술을 이용할 경우, 정상 제품은 90%의 확률로 정상 제품으로 판정되고 10%의 확률로 불량 제품으로 판정된다. 그리고 불량 제품은 90%의 확률로 불량 제품으로 판정되고 10 %의 확률로 정상 제품으로 판정된다.
상자 안의 한 제품을 검사한 결과, 불량 제품이라는 판정이 나왔다. 이때 그 제품이 불량 제품일 확률을 구하시오.

평가 요소	척도/배점	기대 수행
조건부확률 문제를 정의를 이용하여 해결하기	3점	상자 안의 한 제품을 검사하였을 때 그 제품이 불량 제품으로 판정받을 확률과 불량 제품이면서 불량 제품으로 판정받을 확률을 각각 구한 후, 문제가 요구하는 조건부확률을 올바르게 구한 경우
	2점	상자 안의 한 제품을 검사하였을 때 그 제품이 불량 제품으로 판정받을 확률과 불량 제품이면서 불량 제품으로 판정받을 확률을 각각 구하였지만, 문제가 요구하는 조건부확률을 구하지 못한 경우
	1점	상자 안의 한 제품을 검사하였을 때 그 제품이 불량 제품으로 판정받을 확률과 불량 제품이면서 불량 제품으로 판정받을 확률 중 한 개만 올바르게 구한 경우
	0점	미작성 또는 오답

서·논술형

평가도구 자료집

12

통계적 추정

12

통계적 추정

1. 과제 개요

<table>
<tr><td>학교급</td><td>고등학교</td><td>학년/학년군</td><td colspan="2">2학년</td></tr>
<tr><td>교과군</td><td>수학</td><td>과목명</td><td colspan="2">확률과 통계</td></tr>
<tr><td>과제명</td><td colspan="4">통계적 추정</td></tr>
<tr><td rowspan="9">성취기준 및 평가기준</td><td rowspan="3">[12확통03-05] 모집단과 표본의 뜻을 알고 표본추출의 원리를 이해한다.</td><td>상</td><td colspan="2">모집단과 표본의 뜻을 이해하고 모집단과 표본의 평균, 분산, 표준편차를 구할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>중</td><td colspan="2">모집단과 표본의 평균, 분산, 표준편차를 구별할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>하</td><td colspan="2">모집단과 표본, 표본의 크기의 뜻을 말할 수 있다.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">[12확통03-06] 표본평균과 모평균의 관계를 이해하고 설명할 수 있다.</td><td>상</td><td colspan="2">표본평균과 모평균, 표본분산과 모분산의 관계를 이해하여 이와 관련한 문제를 해결할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>중</td><td colspan="2">표본평균과 모평균의 관계를 이해하여 이와 관련한 간단한 문제를 해결할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>하</td><td colspan="2">표본평균과 모평균의 관계를 말할 수 있다.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">[12확통03-07] 모평균을 추정하고, 그 결과를 해석할 수 있다.</td><td>상</td><td colspan="2">표본평균을 이용하여 모평균을 추정하는 과정을 이해하여 모평균을 추정하고, 그 결과를 해석할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>중</td><td colspan="2">표본평균을 이용하여 모평균을 추정할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>하</td><td colspan="2">신뢰도, 신뢰구간의 뜻을 말할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>교과 역량</td><td colspan="4">문제해결, 추론, 창의융합, 의사소통, 정보처리</td></tr>
<tr><td>출제 의도</td><td colspan="4">(평가 문항 1) 모집단과 표본의 뜻을 알고 표본추출의 원리를 이해하는 것이 성취기준이므로 각각의 경우에 대한 적합한 예를 들어 설명함으로써 수학적 의사소통 역량을 향상할 수 있도록 문항을 구성하였다.
(평가 문항 2) 평균이 m, 분산이 σ^2인 모집단에서 표본을 임의추출하면 표본의 크기가 커짐에 따라 표본평균 $\overline{X}$ 의 분포 그래프는 평균이 m, 분산이 $\frac{\sigma^2}{n}$ 인 정규분포의 그래프에 가까워짐을 이용하여 표본평균 $\overline{X}$ 에 대한 확률을 구하도록 구성하였다. 이때 표본의 크기가 클수록 평균을 포함하는 구간의 확률은 커지고 평균을 포함하지 않은 구간의 확률은 작아진다는 것을 공학적 도구를 이용하여 직관적으로 이해하도록 수업을 구성하고 평가 문항으로 제작하여 직접 확률을 계산하도록 하였다.
(평가 문항 3) 모평균 m의 신뢰도 α%의 신뢰구간을 직접 구해보는 평가 문항으로 교과서 속의 평가 문항에서 활용하는 신뢰도는 95%, 99%이다. 신뢰도 95%, 99%를 구할 때 사용되는 확률변수 Z값은 각각 $z=1.96$, $z=2.58$이라는 것을 알고 있으므로 학생들은 신뢰구간을 구할 때 공식화하여 구하게 된다.
수업 시간에 활용하는 평가문항은 모평균 m에 대한 신뢰도 α%의 신뢰구간과 신뢰구간의 길이를 정의에 기반하여 구해볼 수 있도록 신뢰도 α%를 95%, 99%가 아닌 다른 신뢰도로 제시하여 표준정규분포 정의에 의해 신뢰구간을 구해보도록 평가문항을 구성하였다. 문자를 사용하여 계산하는 것이 공식화하는 일반화하는 방법이기는 하지만 수업 중 교사와 함께 정규분포의 정의를 기반으로 교과서에서 다루지 않는 신뢰도를 활용하여 일반화하는 과정은 학생들이 신뢰구간의 식을 이해하는 폭을 확장시킬 수 있을 것이다. 신뢰도와 신뢰구간의 길이 사이의 관계, 표본의 크기와 신뢰구간의 길이 사이의 관계를 찾을 수 있도록 문항을 구성하였다.</td></tr>
</table>

서·논술형 평가 문항	교과 영역 / 역량	평가 요소
평가 문항 1 (논술형)	모집단과 표본/의사소통	• 전수조사와 표본조사의 정의를 쓰고, 옳은 예 찾기 • 모집단을 대표하는 올바른 표집 방법 설명하기
평가 문항 2 (서술형)	표본평균 구하기/문제해결, 의사소통	• 표본의 크기에 따른 표본평균 계산하기
평가 문항 3 (논술형)	신뢰도와 신뢰구간/ 문제해결, 추론, 창의융합, 정보처리	• 신뢰도 93%, 97%를 계산하기 • 신뢰도와 신뢰구간의 길이, 표본의 크기와 신뢰구간의 길이 간의 관계 설명하기

2. 교수·학습 활동 및 평가 계획

학습단계	학습 목표 (교과역량)	교수학습 활동	평가 문항	방법
1차시	모집단과 표본의 뜻을 알고 표본추출의 원리를 이해한다. (의사소통)	[교사] 전수조사와 표본조사에 대한 정의를 알려주고 각각의 장점과 단점을 이해하도록 지도한다. [학생(개인)] 표본조사의 목적을 알고 모집단의 특성이 잘 반영되도록 표본을 뽑는 방법에 대해 안다.	평가 문항 1 > [학생(개인)] 전수조사와 표본조사의 정의를 쓰고 각각의 조사 방법이 적합한 예를 찾도록 한다. 피드백 >>	논술형 문항 개인별 평가
2~4차시	표본평균과 모평균의 관계를 이해하고 설명할 수 있다. (문제해결, 의사소통)	[교사] 모평균, 모분산, 모표준편차의 뜻과 표본평균, 표본분산, 표본표준편차의 뜻을 알고 차이를 이해하도록 지도한다. [학생(개인)] 모집단에서 표본을 임의추출하였을 때, 표본평균 $\overline{X}$ 는 추출한 표본에 따라 여러 가지 값을 가질 수 있는 확률변수임을 안다. [학생(개인)] 표본평균 $\overline{X}$ 의 평균, 분산, 표준편차를 안다.	평가 문항 1 > [학생(개인)] 표본의 크기에 따른 표본평균 $\overline{X}$ 에 대한 확률을 계산하는 과정을 서술한다. 피드백 >>	서술형문항 개인별 평가
5~7차시	모평균을 추정하고, 그 결과를 해석할 수 있다. (문제해결, 추론, 창의융합, 정보처리)	[교사] 일반적으로 모평균은 알 수 없는 값이므로 표본평균의 값으로 모평균의 값을 추정할 수 있음을 이해하도록 지도한다. [학생(개인)] 신뢰도 95%, 99%의 의미를 안다. [학생(개인)] 모표준편차를 알 수 없는 경우는 표본표준편차와 표본의 크기를 이용하여 모평균의 신뢰구간을 구할 수 있음을 안다.	평가 문항 3 > [학생(개인)] 모평균에 대한 신뢰도 α%의 신뢰구간과 신뢰구간의 길이를 구해보고 신뢰도와 신뢰구간의 길이, 표본의 크기와 신뢰구간의 길이 간의 관계를 논술한다. 피드백 >>	논술형 문항 개인별 평가

3. 평가 문항

평가 문항 1(논술형)

다음 물음에 답하시오. (7점)

1-1. 전수조사와 표본조사의 정의를 쓰시오. (2점)

1-2. 전수조사와 표본조사의 예를 쓰시오. (2점)

1-3 (1-2)의 표본조사에서 모집단의 특성이 잘 반영되도록 표본을 뽑는 방법을 설명하고, 그 방법 2가지를 쓰시오. (3점)

≫ 활용 Tip !

- 모집단과 표본의 뜻을 알고 이를 전수조사와 표본조사의 정의에 활용할 수 있도록 합니다.
- 전수조사와 표본조사의 장단점, 표본조사의 목적을 분명히 이해할 수 있도록 지도합니다.
- 모둠별로 뉴스 기사를 검색하여 전수조사와 표본조사의 예를 찾아보고 표본조사의 경우 임의추출이 사용되었는지를 토의할 수 있도록 수업을 구성한다면 수학적 의사소통을 통해 전수조사와 표본조사의 개념이 명확해질 것입니다.
- 임의추출이란 모집단의 각 대상이 표본에 포함될 확률이 동일하게 되도록 표본을 추출하는 방법이고, 임의추출 방법으로는 제비뽑기, 난수 주사위, 난수 생성 프로그램 등이 있음을 알려줍니다.
- 우리나라 선거와 관련하여 각 방송국의 출구 조사 결과와 투표 결과를 비교해보고 투표 결과를 예측할 수 있는 출구 조사 방법에 대해 토의 활동의 기회를 주는 것도 좋습니다.

○·· 채점 기준

평가 요소	세부 평가 요소	척도/배점	기대 수행
전수조사와 표본조사의 정의와 예를 알고 표본추출의 원리 설명하기	전수조사와 표본조사의 정의	2	• 전수조사와 표본조사의 정의를 옳게 작성한 경우
		1	• 전수조사의 정의만 옳게 쓴 경우 • 표본조사의 정의만 옳게 쓴 경우
		0	• 미작성이거나 오답을 작성한 경우
	전수조사와 표본조사의 예	2	• 전수조사와 표본조사의 예를 옳게 작성한 경우
		1	• 전수조사의 예만 옳게 쓴 경우 • 표본조사의 예만 옳게 쓴 경우
		0	• 미작성이거나 오답을 작성한 경우
	임의추출을 설명하고 임의추출 방법 설명하기	3	• 임의추출을 설명하고, 방법 2가지를 작성한 경우
		2	• 임의추출을 설명하고 방법 1가지만 작성한 경우 • 임의추출 단어만 작성하고 방법 1가지만 작성한 경우 • 임의추출 방법 2가지만 작성한 경우
		1	• 임의추출 설명만 작성한 경우 • 임의추출 단어만 작성한 경우 • 임의추출 방법 1가지만 작성한 경우
		0	• 미작성이거나 오답을 작성한 경우

총체적 채점 기준

성취수준	기대 수행
A	통계 조사에서 조사 방법으로 사용되는 전수조사와 표본조사의 정의를 정확히 설명하였습니다. 그리고 전수조사와 표본조사의 예를 올바르게 설명하였습니다. 모집단의 특성이 잘 반영되도록 임의추출 방법을 사용하여 표본을 추출해야 한다는 것과 추출 방법에 대해 정확하게 설명하였습니다.
B	통계 조사에서 조사 방법으로 사용되는 전수조사와 표본조사의 정의를 정확히 설명하였습니다. 그리고 전수조사와 표본조사의 예를 올바르게 설명하였습니다. 모집단의 특성이 잘 반영되도록 임의추출 방법을 사용하여 표본을 추출해야 한다는 것을 구체적으로 설명하였지만 임의추출 방법의 예를 들지 못하였습니다.
C	통계 조사에서 조사 방법으로 사용되는 전수조사와 표본조사의 정의를 정확히 설명하였습니다. 그리고 전수조사와 표본조사의 예를 올바르게 설명하였습니다. 하지만 임의추출의 설명이 부족하였고, 임의추출 방법의 예를 들지 못하였습니다.
D	통계 조사에서 조사 방법으로 사용되는 전수조사와 표본조사의 정의를 정확히 설명하였습니다. 하지만 전수조사와 표본조사의 예를 설명하지 못하였습니다. 임의추출이라는 단어만 쓰고 임의추출이 모집단의 특성이 잘 반영되도록 표본을 추출하는 방법이라는 것을 설명하지 못하였고, 임의추출 방법을 쓰지 못하였습니다.
E	통계 조사에서 조사 방법으로 사용되는 전수조사와 표본조사의 정의를 정확하게 설명할 수 있어야 합니다. 전수조사는 조사 대상 전체를 조사하는 것이고 표본조사는 조사 대상의 일부분만 택하여 조사하는 것입니다. 일반적인 전수조사와 표본조사의 예를 주변이나 뉴스를 통해 알아봅시다. 임의추출이 표본을 추출하는 방법이라는 것도 알아야 할 것입니다.

›› 채점 시 유의점

- 전수조사와 표본조사의 예는 다양하므로 폭넓게 생각하여 채점하되 불분명하게 예를 작성한 경우는 점수를 부여하지 않습니다.
- '모집단의 특성이 반영될 수 있도록 표본을 뽑아야 한다', '추출되는 표본이 모집단의 어느 한 부분에 편중되지 않아야 한다'는 같은 의미입니다. 임의추출이라는 단어만 작성하더라도 점수를 주도록 합니다.
- 임의추출 방법은 다양할 수 있습니다. 단순 무작위 추출법, 단순 랜덤 추출법, 단순 임의 추출법, 난수표 등 교과서 밖의 자료를 보고 답안을 작성할 수 있습니다. 채점의 객관성을 유지하기 위하여 답안에 작성된 임의추출 방법에 대한 사실 여부를 하시고 채점하도록 합니다.

○·· 예시 답안

평가 문항1 (논술 1)	(1-1) 전수조사 : 통계 조사에서 조사의 대상이 되는 집단 전체를 조사하는 것 표본조사 : 통계 조사에서 조사의 대상 중에서 일부분만 택하여 조사하는 것
	(1-2) 전수조사의 예 : 어느 고등학교 2학년 학생의 2학기 중간고사 확률과 통계 과목의 점수 조사 표본조사의 예 : 어느 마을 학생 축제 장터에서 판매할 간식의 종류를 정하기 위해 인근 학교의 대의원 학생 대상으로 판매 간식 품목 조사
	(1-3) 모든 마을 사람을 대상으로 간식의 종류를 조사할 수 없으므로 표본조사가 적당하다. 조사 대상이 어떤 특정 집단에 편중되지 않고 모집단의 특성이 잘 반영되도록 표본을 추출하는 방법을 임의추출이라고 한다. 임의추출 방법으로는 제비뽑기, 난수 주사위, 난수 생성기 프로그램 등을 활용할 수 있다.

○·· 평가에 따른 피드백

상	• 모집단과 표본의 정의를 기반으로 전수조사와 표본조사의 정의를 정확하게 작성하였습니다. 생활 속에서 전수조사와 표본조사의 예를 잘 찾아서 설명하였습니다. 모집단의 특성이 잘 반영되도록 표본을 추출하는 방법이 임의추출이라는 것도 정확하게 설명하고 제시한 점 훌륭합니다. 더불어 임의추출 방법이 제비뽑기, 난수 주사위를 활용한다는 것을 명확하게 제시하였습니다. 지금의 내용을 기반으로 통계적 추정에 대한 학습을 심도 있게 진행하세요.
중	• 모집단과 표본의 정의를 기반으로 전수조사와 표본조사의 정의를 정확하게 작성하였습니다. 생활 속에서 전수조사와 표본조사의 예를 잘 찾아서 설명하였습니다. 모집단의 특성이 잘 반영되도록 표본을 추출하는 방법이 임의추출이라는 것도 정확하게 설명하고 제시한 점 훌륭합니다. 아쉬운 점은 임의추출 방법을 제시하지 못한 점입니다. 임의추출 방법은 제비뽑기, 난수 주사위, 난수 생성기 프로그램 등이 있다는 것을 기억하세요. • 모집단과 표본의 정의를 기반으로 전수조사와 표본조사의 정의를 정확하게 작성하였습니다. 생활 속에서 전수조사와 표본조사의 예를 잘 찾아서 설명하였습니다. 모집단의 특성이 잘 반영되도록 표본을 추출하는 방법이 임의추출이라는 것을 명확하게 설명하지 못하고, 임의추출 방법을 제시하지 못한 점이 아쉽습니다. 임의추출 방법으로는 제비뽑기, 난수 주사위, 난수 생성기 프로그램 등이 있다는 것을 기억하세요. • 모집단과 표본의 정의를 기반으로 전수조사와 표본조사의 정의를 정확하게 작성하였습니다. 하지만 전수조사와 표본조사의 예를 명확하게 설명하지 못하였습니다. 모집단의 특성이 잘 반영되도록 표본을 추출하는 방법이 임의추출이라는 것을 제시한 점은 훌륭합니다. 임의추출 방법으로는 제비뽑기, 난수 주사위, 난수 생성기 프로그램 등이 있다는 것을 기억하세요.
하	• 모집단과 표본의 정의를 기반으로 전수조사와 표본조사의 정의를 정확하게 작성하지 못하였습니다. 전수조사와 표본조사의 예는 수업 시간에 설명한 것을 작성했으면 좋았을 것이라는 아쉬움이 있습니다. 모집단의 특성이 잘 반영되도록 표본을 추출하는 방법은 임의추출이라고 하고 임의추출 방법에는 제비뽑기, 난수 주사위, 난수 생성기 프로그램 등이 있다는 것을 기억하세요. 통계의 용어에 익숙해지도록 교과서를 꼼꼼히 읽어보도록 하세요.

» 피드백 작성 시 유의점

- 전수조사와 표본조사의 정의와 실생활 속의 예를 명확하게 작성할 수 있도록 피드백해주세요. 교과서 속의 예를 기반으로 뉴스 기사 검색을 통해 전수조사와 표본조사의 예를 찾아보는 활동으로 습득할 수 있도록 해주세요.
- 임의추출의 필요성을 명확히 이해할 수 있도록 토의의 기회를 주세요. 학생들 간의 의견 교환의 시간을 통해 임의추출의 개념이 확실하게 학습될 것입니다.
- 통계의 용어에 익숙해질 수 있도록 교과서를 꼼꼼하게 읽을 수 있도록 지도해주세요. 교과서의 단어를 정확하게 이해한다면 다음 차시의 통계적 추정의 내용을 이해하기 쉬울 것입니다.

평가 문항 2(서술형)

다음 물음에 답하시오. (14점)

평균이 15, 표준편차가 12인 모집단에서 표본을 임의추출할 때, 크기가 9인 표본의 표본평균을 $\overline{X_1}$이라 하고, 크기가 36인 표본의 표본평균 $\overline{X_2}$이라 하자.

2-1. 표본평균 $\overline{X_1}$에 대한 확률 $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_1} \le 16)$, $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_1} \le 20)$를 구하시오. (6점)

2-2. 표본평균 $\overline{X_2}$에 대한 확률 $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16)$, $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_2} \le 20)$를 구하시오. (6점)

2-3. (2-1), (2-2)에서 구한 확률은 표본의 크기에 따라 어떻게 달라지는지 서술하시오. (2점)

활용 Tip !

- 모평균, 모분산, 모표준편차의 뜻과 표본평균, 표본분산, 표본표준편차의 뜻을 알고, 모집단에서 표본을 임의추출하였을 때, 표본평균 $\overline{X}$ 는 확률변수가 된다는 것을 이해하도록 지도합니다.
- 표본의 크기 n이 커짐에 따라 표본평균 $\overline{X}$ 의 분포의 그래프는 평균이 m, 분산이 $\dfrac{\sigma^2}{n}$인 정규분포의 그래프에 가까워진다는 것을 공학적 도구를 활용하여 확인할 수 있도록 수업을 구성합니다. 표본의 크기가 n인 표본평균 $\overline{X}$ 의 분포는 n이 커질수록 평균을 중심으로 모이게 됨을 직관적으로 알 수 있습니다.
- 문항 구성 시 표본평균 $\overline{X_1}$, $\overline{X_2}$ 에 대해 $\mathrm{P}(14 \le \overline{X} \le 16)$을 구하는 것을 하나의 문항, $\mathrm{P}(18 \le \overline{X} \le 20)$을 구하는 것을 하나의 문항으로 구성한다면 2-3의 답을 조금 더 쉽게 유추할 수 있습니다.

○·· 채점 기준

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="6">서
2-1</td><td rowspan="6">표본평균의
확률 구하기</td><td rowspan="2">6점</td><td colspan="2">표본평균 $\overline{X_1}$는 정규분포 $\mathrm{N}(15,\ 4^2)$을 따르므로 $Z_1=\dfrac{\overline{X_1}-15}{4}$를 구하고
$\mathrm{P}(14\le\overline{X_1}\le16)$와 $\mathrm{P}(18\le\overline{X_1}\le20)$의 확률을 정확하게 구한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>표본평균 $\overline{X_1}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(15,\ \left(\dfrac{12}{3}\right)^2\right)=\mathrm{N}(15,\ 4^2)$를 따르므로
$Z_1=\dfrac{\overline{X_1}-15}{4}$이라 하면 확률변수 Z_1는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.
따라서 구하는 확률은
$\mathrm{P}(14\le\overline{X_1}\le16)=\mathrm{P}\left(\dfrac{14-15}{4}\le Z_1\le\dfrac{16-15}{4}\right)$
$=\mathrm{P}(-0.25\le Z_1\le0.25)=2\times\mathrm{P}(0\le Z_1\le0.25)$
$=2\times0.0987=0.1974$
$\mathrm{P}(18\le\overline{X_1}\le20)=\mathrm{P}\left(\dfrac{18-15}{4}\le Z_1\le\dfrac{20-15}{4}\right)$
$=\mathrm{P}(0.75\le Z_1\le1.25)$
$=\mathrm{P}(0\le Z_1\le1.25)-\mathrm{P}(0\le Z_1\le0.75)$
$=0.3944-0.2734=0.121$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">5점</td><td colspan="2">표본평균 $\overline{X_1}$을 표준화한 $Z_1=\dfrac{\overline{X_1}-15}{4}$를 구하고, $\mathrm{P}(14\le\overline{X_1}\le16)$와
$\mathrm{P}(18\le\overline{X_1}\le20)$의 확률을 정확하게 구한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>$Z_1=\dfrac{\overline{X_1}-15}{4}$이라 하자. 따라서 구하는 확률은
$\mathrm{P}(14\le\overline{X_1}\le16)=\mathrm{P}\left(\dfrac{14-15}{4}\le Z_1\le\dfrac{16-15}{4}\right)$
$=\mathrm{P}(-0.25\le Z_1\le0.25)=2\times\mathrm{P}(0\le Z_1\le0.25)$
$=2\times0.0987=0.1974$
$\mathrm{P}(18\le\overline{X_1}\le20)=\mathrm{P}\left(\dfrac{18-15}{4}\le Z_1\le\dfrac{20-15}{4}\right)$
$=\mathrm{P}(0.75\le Z_1\le1.25)$
$=\mathrm{P}(0\le Z_1\le1.25)-\mathrm{P}(0\le Z_1\le0.75)$
$=0.3944-0.2734=0.121$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4점</td><td colspan="2">$\mathrm{P}(14\le\overline{X_1}\le16)$와 $\mathrm{P}(18\le\overline{X_1}\le20)$의 확률을 정확하게 구한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>$\mathrm{P}(14\le\overline{X_1}\le16)=\mathrm{P}\left(\dfrac{14-15}{4}\le Z_1\le\dfrac{16-15}{4}\right)$
$=\mathrm{P}(-0.25\le Z_1\le0.25)=2\times\mathrm{P}(0\le Z_1\le0.25)$
$=2\times0.0987=0.1974$
$\mathrm{P}(18\le\overline{X_1}\le20)=\mathrm{P}\left(\dfrac{18-15}{4}\le Z_1\le\dfrac{20-15}{4}\right)$
$=\mathrm{P}(0.75\le Z_1\le1.25)$
$=\mathrm{P}(0\le Z_1\le1.25)-\mathrm{P}(0\le Z_1\le0.75)$
$=0.3944-0.2734=0.121$</td></tr>
</table>

문항	평가 요소	척도/배점	기대 수행	
		3점	$\mathrm{P}(14 \le \overline{X_1} \le 16)$의 확률만 정확하게 구하기 경우	
			예시답안	$\mathrm{P}(14 \le \overline{X_1} \le 16) = \mathrm{P}\left(\frac{14-15}{4} \le Z_1 \le \frac{16-15}{4}\right)$ $= \mathrm{P}(-0.25 \le Z_1 \le 0.25) = 2 \times \mathrm{P}(0 \le Z_1 \le 0.25)$ $= 2 \times 0.0987 = 0.1974$
		2점	$\mathrm{P}(14 \le \overline{X_1} \le 16)$와 $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_1} \le 20)$의 확률만 쓴 경우	
			예시답안	$\mathrm{P}(14 \le \overline{X_1} \le 16) = 0.1974$ $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_1} \le 20) = 0.121$
		1점	$\mathrm{P}(14 \le \overline{X_1} \le 16)$의 확률만 쓴 경우	
			예시답안	$\mathrm{P}(14 \le \overline{X_1} \le 16) = 0.1974$
		0점	미작성이거나 오답을 작성한 경우	
			예시답안	
서 2-2	표본평균의 확률 구하기	6점	표본평균 $\overline{X_2}$는 정규분포 $\mathrm{N}(15,\ 2^2)$을 따르므로 $Z_2 = \frac{\overline{X_2}-15}{2}$를 구하고 $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16)$와 $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_2} \le 20)$의 확률을 정확하게 구한 경우	
			예시답안	표본평균 $\overline{X_2}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(15,\ \left(\frac{12}{6}\right)^2\right) = \mathrm{N}(15,\ 2^2)$를 따르므로 $Z_2 = \frac{\overline{X_2}-15}{2}$이라 하면 확률변수 Z_2는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다. 따라서 구하는 확률은 $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16) = \mathrm{P}\left(\frac{14-15}{2} \le Z_2 \le \frac{16-15}{2}\right)$ $= \mathrm{P}(-0.5 \le Z_2 \le 0.5) = 2 \times \mathrm{P}(0 \le Z_2 \le 0.5)$ $= 2 \times 0.1915 = 0.383$ $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_2} \le 20) = \mathrm{P}\left(\frac{18-15}{2} \le Z_2 \le \frac{20-15}{2}\right)$ $= \mathrm{P}(1.5 \le Z_2 \le 2.5) = \mathrm{P}(0 \le Z_2 \le 2.5) - \mathrm{P}(0 \le Z_2 \le 1.5)$ $= 0.4938 - 0.4332 = 0.0606$
		5점	표본평균 $\overline{X_2}$을 표준화한 $Z_2 = \frac{\overline{X_2}-15}{2}$를 구하고, $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16)$와 $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_2} \le 20)$의 확률을 정확하게 구한 경우	
			예시답안	$Z_2 = \frac{\overline{X_2}-15}{2}$이라 하자. 따라서 구하는 확률은 $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16) = \mathrm{P}\left(\frac{14-15}{2} \le Z_2 \le \frac{16-15}{2}\right)$ $= \mathrm{P}(-0.5 \le Z_2 \le 0.5) = 2 \times \mathrm{P}(0 \le Z_2 \le 0.5)$ $= 2 \times 0.1915 = 0.383$ $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_2} \le 20) = \mathrm{P}\left(\frac{18-15}{2} \le Z_2 \le \frac{20-15}{2}\right)$ $= \mathrm{P}(1.5 \le Z_2 \le 2.5) = \mathrm{P}(0 \le Z_2 \le 2.5) - \mathrm{P}(0 \le Z_2 \le 1.5)$ $= 0.4938 - 0.4332 = 0.0606$

<table>
<tr><th>문항</th><th>평가 요소</th><th>척도/
배점</th><th colspan="2">기대 수행</th></tr>
<tr><td rowspan="10"></td><td rowspan="10"></td><td rowspan="2">4점</td><td colspan="2">$\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16)$와 $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_2} \le 20)$의 확률을 정확하게 구한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>$\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16) = \mathrm{P}\left(\frac{14-15}{2} \le Z_2 \le \frac{16-15}{2}\right)$
$= \mathrm{P}(-0.5 \le Z_2 \le 0.5) = 2 \times \mathrm{P}(0 \le Z_2 \le 0.5)$
$= 2 \times 0.1915 = 0.383$
$\mathrm{P}(18 \le \overline{X_2} \le 20) = \mathrm{P}\left(\frac{18-15}{2} \le Z_2 \le \frac{20-15}{2}\right)$
$= \mathrm{P}(1.5 \le Z_2 \le 2.5) = \mathrm{P}(0 \le Z_2 \le 2.5) - \mathrm{P}(0 \le Z_2 \le 1.5)$
$= 0.4938 - 0.4332 = 0.0606$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3점</td><td colspan="2">$\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16)$의 확률만 정확하게 구한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>$\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16) = \mathrm{P}\left(\frac{14-15}{2} \le Z_2 \le \frac{16-15}{2}\right)$
$= \mathrm{P}(-0.5 \le Z_2 \le 0.5) = 2 \times \mathrm{P}(0 \le Z_2 \le 0.5)$
$= 2 \times 0.1915 = 0.383$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">$\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16)$와 $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_2} \le 20)$의 확률만 쓴 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>$\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16) = 0.383$
$\mathrm{P}(18 \le \overline{X_2} \le 20) = 0.121$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">$\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16)$의 확률만 쓴 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>$\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16) = 0.383$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">미작성이거나 오답을 작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="6">서
2-3</td><td rowspan="6">표본의 크기와 평균을 포함하는 구간의 확률 사이의 관계 서술하기</td><td rowspan="2">2점</td><td colspan="2">표본의 크기와 평균을 포함하는 구간의 확률, 평균을 포함하지 않은 구간의 확률 사이의 관계를 설명함</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>표본의 크기가 클수록 평균을 포함하는 구간의 확률은 커지고 평균을 포함하지 않은 구간의 확률은 작아진다는 것을 알 수 있다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1점</td><td colspan="2">표본의 크기와 평균을 포함하는 구간의 확률 사이의 관계만 설명함</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td>표본의 크기가 클수록 평균을 포함하는 구간의 확률은 커진다는 것을 알 수 있다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0점</td><td colspan="2">미작성이거나 오답을 작성한 경우</td></tr>
<tr><td>예시답안</td><td></td></tr>
</table>

>> 채점 시 유의점

- 모평균이 m, 모분산이 σ^2인 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$의 분포는 $\mathrm{N}\left(m, \left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$을 따릅니다.

  $Z = \dfrac{\overline{X} - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$이고, 확률 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0, 1)$을 따른다고 작성해야 합니다.
- 답안에서 표본평균 $\overline{X}$에 대한 확률변수 Z의 값을 $\overline{Z}$로 쓰지 않았는지 확인합니다.

○·· 예시 답안

<table>
<tr><td rowspan="4">평가 문항
2-1
(서술 2)</td><td>6점</td><td>• 표본평균 $\overline{X_1}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(15, \left(\frac{12}{3}\right)^2\right) = \mathrm{N}(15, 4^2)$을 따르므로 $Z_1 = \frac{\overline{X_1} - 15}{4}$이라 하면 확률변수 Z_1는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0, 1)$을 따른다. 따라서 구하는 확률은
$\mathrm{P}(14 \le \overline{X_1} \le 16) = \mathrm{P}\left(\frac{14-15}{4} \le Z_1 \le \frac{16-15}{4}\right)$
$= \mathrm{P}(-0.25 \le Z_1 \le 0.25) = 2 \times \mathrm{P}(0 \le Z_1 \le 0.25) = 2 \times 0.0987 = 0.1974$
$\mathrm{P}(18 \le \overline{X_1} \le 20) = \mathrm{P}\left(\frac{18-15}{4} \le Z_1 \le \frac{20-15}{4}\right)$
$= \mathrm{P}(0.75 \le Z_1 \le 1.25) = \mathrm{P}(0 \le Z_1 \le 1.25) - \mathrm{P}(0 \le Z_1 \le 0.75)$
$= 0.3944 - 0.2734 = 0.121$</td></tr>
<tr><td>5점</td><td>• $Z_1 = \frac{\overline{X_1} - 15}{4}$이라 하면 확률변수 Z_1는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0, 1)$을 따른다. 따라서 구하는 확률은
$\mathrm{P}(14 \le \overline{X_1} \le 16) = \mathrm{P}\left(\frac{14-15}{4} \le Z_1 \le \frac{16-15}{4}\right)$
$= \mathrm{P}(-0.25 \le Z_1 \le 0.25) = 2 \times \mathrm{P}(0 \le Z_1 \le 0.25) = 2 \times 0.0987 = 0.1974$
$\mathrm{P}(18 \le \overline{X_1} \le 20) = \mathrm{P}\left(\frac{18-15}{4} \le Z_1 \le \frac{20-15}{4}\right)$
$= \mathrm{P}(0.75 \le Z_1 \le 1.25) = \mathrm{P}(0 \le Z_1 \le 1.25) - \mathrm{P}(0 \le Z_1 \le 0.75)$
$= 0.3944 - 0.2734 = 0.121$</td></tr>
<tr><td>4점</td><td>• 표본평균 $\overline{X_1}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(15, \left(\frac{12}{3}\right)^2\right) = \mathrm{N}(15, 4^2)$을 따르므로 $Z_1 = \frac{\overline{X_1} - 15}{4}$이라 하면 확률변수 Z_1은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0, 1)$을 따른다. 따라서 구하는 확률은
$\mathrm{P}(14 \le \overline{X_1} \le 16) = \mathrm{P}\left(\frac{14-15}{4} \le Z_1 \le \frac{16-15}{4}\right) = \mathrm{P}(-0.25 \le Z_1 \le 0.25)$
$\mathrm{P}(18 \le \overline{X_1} \le 20) = \mathrm{P}\left(\frac{18-15}{4} \le Z_1 \le \frac{20-15}{4}\right) = \mathrm{P}(0.75 \le Z_1 \le 1.25)$
• 구하는 확률은 $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_1} \le 16) = \mathrm{P}\left(\frac{14-15}{4} \le Z_1 \le \frac{16-15}{4}\right)$
$= \mathrm{P}(-0.25 \le Z_1 \le 0.25) = 2 \times \mathrm{P}(0 \le Z_1 \le 0.25) = 2 \times 0.0987 = 0.1974$
$\mathrm{P}(18 \le \overline{X_1} \le 20) = \mathrm{P}\left(\frac{18-15}{4} \le Z_1 \le \frac{20-15}{4}\right)$
$= \mathrm{P}(0.75 \le Z_1 \le 1.25) = \mathrm{P}(0 \le Z_1 \le 1.25) - \mathrm{P}(0 \le Z_1 \le 0.75)$
$= 0.3944 - 0.2734 = 0.121$</td></tr>
<tr><td>3점</td><td>• $Z_1 = \frac{\overline{X_1} - 15}{4}$라 하면 확률변수 Z_1은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0, 1)$을 따른다. 따라서 구하는 확률은
$\mathrm{P}(14 \le \overline{X_1} \le 16) = \mathrm{P}\left(\frac{14-15}{4} \le Z_1 \le \frac{16-15}{4}\right) = \mathrm{P}(-0.25 \le Z_1 \le 0.25)$
$\mathrm{P}(18 \le \overline{X_1} \le 20) = \mathrm{P}\left(\frac{18-15}{4} \le Z_1 \le \frac{20-15}{4}\right) = \mathrm{P}(0.75 \le Z_1 \le 1.25)$
• $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_1} \le 16) = \mathrm{P}\left(\frac{14-15}{4} \le Z_1 \le \frac{16-15}{4}\right)$
$= \mathrm{P}(-0.25 \le Z_1 \le 0.25) = 2 \times \mathrm{P}(0 \le Z_1 \le 0.25) = 2 \times 0.0987 = 0.1974$ 이다.
• $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_1} \le 20) = \mathrm{P}\left(\frac{18-15}{4} \le Z_1 \le \frac{20-15}{4}\right)$
$= \mathrm{P}(0.75 \le Z_1 \le 1.25) = \mathrm{P}(0 \le Z_1 \le 1.25) - \mathrm{P}(0 \le Z_1 \le 0.75)$
$= 0.3944 - 0.2734 = 0.121$</td></tr>
</table>

	2점	• $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_1} \le 16) = \mathrm{P}\left(\frac{14-15}{4} \le Z_1 \le \frac{16-15}{4}\right) = \mathrm{P}(-0.25 \le Z_1 \le 0.25)$ $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_1} \le 20) = \mathrm{P}\left(\frac{18-15}{4} \le Z_1 \le \frac{20-15}{4}\right) = \mathrm{P}(0.75 \le Z_1 \le 1.25)$ • $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_1} \le 16) = 2 \times 0.0987 = 0.1974$이고 $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_1} \le 20) = 0.3944 - 0.2734 = 0.121$
	1점	• $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_1} \le 16) = 2 \times 0.0987 = 0.1974$이다. • $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_1} \le 20) = 0.3944 - 0.2734 = 0.121$
	0점	• 미작성이거나 오답을 작성한 경우
평가 문항 2-2 (서술 2)	6점	• 표본평균 $\overline{X_2}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(15, \left(\frac{12}{6}\right)^2\right) = \mathrm{N}(15, 2^2)$을 따르므로 $Z_2 = \frac{\overline{X_2}-15}{2}$이라 하면 확률변수 Z_2는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0, 1)$을 따른다. 따라서 구하는 확률은 $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16) = \mathrm{P}\left(\frac{14-15}{2} \le Z_2 \le \frac{16-15}{2}\right)$ $= \mathrm{P}(-0.5 \le Z_2 \le 0.5) = 2 \times \mathrm{P}(0 \le Z_2 \le 0.5) = 2 \times 0.1915 = 0.383$ $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_2} \le 20) = \mathrm{P}\left(\frac{18-15}{2} \le Z_2 \le \frac{20-15}{2}\right)$ $= \mathrm{P}(1.5 \le Z_2 \le 2.5) = \mathrm{P}(0 \le Z_2 \le 2.5) - \mathrm{P}(0 \le Z_2 \le 1.5)$ $= 0.4938 - 0.4332 = 0.0606$
	5점	• $Z_2 = \frac{\overline{X_2}-15}{2}$라 하면 확률변수 Z_2는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0, 1)$을 따른다. 따라서 구하는 확률은 $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16) = \mathrm{P}\left(\frac{14-15}{2} \le Z_2 \le \frac{16-15}{2}\right)$ $= \mathrm{P}(-0.5 \le Z_2 \le 0.5) = 2 \times \mathrm{P}(0 \le Z_2 \le 0.5) = 2 \times 0.1915 = 0.383$ $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_2} \le 20) = \mathrm{P}\left(\frac{18-15}{2} \le Z_2 \le \frac{20-15}{2}\right)$ $= \mathrm{P}(1.5 \le Z_2 \le 2.5) = \mathrm{P}(0 \le Z_2 \le 2.5) - \mathrm{P}(0 \le Z_2 \le 1.5)$ $= 0.4938 - 0.4332 = 0.0606$
	4점	• 표본평균 $\overline{X_2}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(15, \left(\frac{12}{6}\right)^2\right) = \mathrm{N}(15, 2^2)$을 따르므로 $Z_2 = \frac{\overline{X_2}-15}{2}$이라 하면 확률변수 Z_2는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0, 1)$을 따른다. 따라서 구하는 확률은 $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16) = \mathrm{P}\left(\frac{14-15}{2} \le Z_2 \le \frac{16-15}{2}\right) = \mathrm{P}(-0.5 \le Z_2 \le 0.5)$ $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_2} \le 20) = \mathrm{P}\left(\frac{18-15}{2} \le Z_2 \le \frac{20-15}{2}\right) = \mathrm{P}(1.5 \le Z_2 \le 2.5)$ • 구하는 확률은 $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16) = \mathrm{P}\left(\frac{14-15}{2} \le Z_2 \le \frac{16-15}{2}\right)$ $= \mathrm{P}(-0.5 \le Z_2 \le 0.5) = 2 \times \mathrm{P}(0 \le Z_2 \le 0.5) = 2 \times 0.1915 = 0.383$ $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_2} \le 20) = \mathrm{P}\left(\frac{18-15}{2} \le Z_2 \le \frac{20-15}{2}\right)$ $= \mathrm{P}(1.5 \le Z_2 \le 2.5) = \mathrm{P}(0 \le Z_2 \le 2.5) - \mathrm{P}(0 \le Z_2 \le 1.5)$ $= 0.4938 - 0.4332 = 0.0606$

	3점	• $Z_2 = \dfrac{\overline{X_2}-15}{2}$이라 하면 확률변수 Z_2는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다. 따라서 구하는 확률은 $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16) = \mathrm{P}\left(\dfrac{14-15}{2} \le Z_2 \le \dfrac{16-15}{2}\right) = \mathrm{P}(-0.5 \le Z_2 \le 0.5)$ $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_2} \le 20) = \mathrm{P}\left(\dfrac{18-15}{2} \le Z_2 \le \dfrac{20-15}{2}\right) = \mathrm{P}(1.5 \le Z_2 \le 2.5)$ • $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16) = \mathrm{P}\left(\dfrac{14-15}{2} \le Z_2 \le \dfrac{16-15}{2}\right)$ $= \mathrm{P}(-0.5 \le Z_2 \le 0.5) = 2 \times \mathrm{P}(0 \le Z_2 \le 0.5) = 2 \times 0.1915 = 0.383$ 이다. • $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_2} \le 20) = \mathrm{P}\left(\dfrac{18-15}{2} \le Z_2 \le \dfrac{20-15}{2}\right)$ $= \mathrm{P}(1.5 \le Z_2 \le 2.5) = \mathrm{P}(0 \le Z_2 \le 2.5) - \mathrm{P}(0 \le Z_2 \le 1.5)$ $= 0.4938 - 0.4332 = 0.0606$
	2점	• $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16) = \mathrm{P}\left(\dfrac{14-15}{2} \le Z_2 \le \dfrac{16-15}{2}\right) = \mathrm{P}(-0.5 \le Z_2 \le 0.5)$ $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_2} \le 20) = \mathrm{P}\left(\dfrac{18-15}{2} \le Z_2 \le \dfrac{20-15}{2}\right) = \mathrm{P}(1.5 \le Z_2 \le 2.5)$ • $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16) = 2 \times 0.1915 = 0.383$이고 $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_2} \le 20) = 0.4938 - 0.4332 = 0.0606$
	1점	• $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16) = 2 \times 0.1915 = 0.383$이고 • $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_2} \le 20) = 0.4938 - 0.4332 = 0.0606$
	0점	• 미작성이거나 오답을 작성한 경우
평가 문항 2-3 (서술 2)	2점	• 표본의 크기가 클수록 평균을 포함하는 구간의 확률은 커지고 평균을 포함하지 않은 구간의 확률이 작아진다는 것을 알 수 있다.
	1점	• 표본의 크기가 클수록 평균을 포함하는 구간의 확률은 커진다는 것을 알 수 있다. • 표본의 크기가 클수록 평균을 포함하지 않은 구간의 확률이 작아진다는 것을 알 수 있다.
	0점	• 미작성이거나 오답을 작성한 경우

○·· 평가에 따른 피드백

상	• 표본평균 $\overline{X_1}$은 정규분포 $\mathrm{N}\left(15,\ \left(\dfrac{12}{3}\right)^2\right) = \mathrm{N}(15,\ 4^2)$를 따르고, 표본평균 $\overline{X_2}$은 정규분포 $\mathrm{N}\left(15,\ \left(\dfrac{12}{6}\right)^2\right) = \mathrm{N}(15,\ 2^2)$을 따른다는 것을 정확하게 설명하였습니다. 표본평균 $\overline{X_1}$, $\overline{X_2}$은 확률변수 $Z_1 = \dfrac{\overline{X_1}-15}{4}$, $Z_2 = \dfrac{\overline{X_2}-15}{2}$으로 표준화하였고, 두 확률변수 Z_1, Z_2은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르므로 표준정규분포표를 활용하여 주어진 구간에서 확률을 정확하게 계산한 점 훌륭합니다. 더불어 표본의 크기가 클수록 평균을 포함하는 구간의 확률은 커지고, 평균을 포함하지 않은 구간의 확률이 작아진다는 것을 명쾌하게 설명하였습니다.
중	• 표본평균 $\overline{X_1}$은 정규분포 $\mathrm{N}\left(15,\ \left(\dfrac{12}{3}\right)^2\right) = \mathrm{N}(15,\ 4^2)$를 따르고, 표본평균 $\overline{X_2}$은 정규분포 $\mathrm{N}\left(15,\ \left(\dfrac{12}{6}\right)^2\right) = \mathrm{N}(15,\ 2^2)$을 따른다는 것을 정확하게 설명하였습니다. 표본평균 $\overline{X_1}$, $\overline{X_2}$은

	확률변수 $Z_1 = \frac{\overline{X_1} - 15}{4}$, $Z_2 = \frac{\overline{X_2} - 15}{2}$으로 표준화하였고, 두 확률변수 Z_1, Z_2은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르므로 표준정규분포표를 활용하여 주어진 구간에서 확률을 정확하게 계산한 점 훌륭합니다. 아쉬운 점은 표본의 크기가 클수록 평균을 포함하는 구간의 확률이 커지고, 평균을 포함하지 않은 구간의 확률이 작아진다는 것을 설명하지 않은 점입니다. 문항의 질문을 파악하고 정확하게 답을 작성하는 연습이 필요합니다. • 표본평균 $\overline{X_1}$은 정규분포 $\mathrm{N}\left(15,\ \left(\frac{12}{3}\right)^2\right) = \mathrm{N}(15,\ 4^2)$을 따르고, 표본평균 $\overline{X_2}$은 정규분포 $\mathrm{N}\left(15,\ \left(\frac{12}{6}\right)^2\right) = \mathrm{N}(15,\ 2^2)$을 따른다는 것을 정확하게 설명하였습니다. 표본평균 $\overline{X_1}$, $\overline{X_2}$를 확률변수 $Z_1 = \frac{\overline{X_1} - 15}{4}$, $Z_2 = \frac{\overline{X_2} - 15}{2}$으로 표준화하여 설명하지 않았지만, 표준정규분포표를 활용하여 주어진 구간에서 확률을 정확하게 계산한 점 훌륭합니다. 더불어 표본의 크기가 클수록 평균을 포함하는 구간의 확률은 커지고, 평균을 포함하지 않은 구간의 확률이 작아진다는 것을 명쾌하게 설명하였습니다. • 표본평균 $\overline{X_1}$, $\overline{X_2}$를 확률변수 $Z_1 = \frac{\overline{X_1} - 15}{4}$, $Z_2 = \frac{\overline{X_2} - 15}{2}$으로 표준화하여 나타내었고, 두 확률변수 Z_1, Z_2은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르므로 표준정규분포표를 활용하여 주어진 구간에서 확률을 정확하게 계산한 점 훌륭합니다. 더불어 표본의 크기가 클수록 평균을 포함하는 구간의 확률은 커지고, 평균을 포함하지 않은 구간의 확률이 작아진다는 것을 명쾌하게 설명하였습니다.
하	• 표본평균 $\overline{X_1}$, $\overline{X_2}$를 표준화하는 방법을 정규분포 단원에서 복습하세요. 표본평균 $\overline{X}$의 분포는 표본의 크기가 커지면 정규분포를 따르므로 정규분포 단원의 내용이 중요합니다. 표준정규분포표를 활용하여 확률을 구하는 것 역시 통계의 기본이므로 표준정규분포표에서 해당 확률을 찾는 연습도 필요해 보입니다. 통계 부분은 교과서를 꼼꼼하게 읽고 공식의 연관성을 파악하는 것으로부터 시작됩니다. 포기하지 말고 교과서 읽는 것부터 시작한다면 좋은 결과가 있을 것입니다.

≫ 피드백 작성 시 유의점

- 표본평균 $\overline{X}$의 분포는 표본의 크기가 커짐에 따라 정규분포의 그래프에 가까워지므로 특별한 언급이 없으면 표본의 크기는 충분히 큰 것으로 생각합니다. 표본의 크기가 9, 36이 크지 않다고 생각하여 질문하는 학생이 있을 수 있습니다. 공학적 도구를 활용하여 표본의 크기가 커지면서 정규분포 그래프에 가까워진다는 것을 확인하는 것이 좋을 것입니다.
- 표본평균 $\overline{X}$가 정규분포 $\mathrm{P}\left(m, \left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$을 따르고, 확률변수 $Z = \frac{\overline{X} - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$로 표준화하면 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$를 따르게 되므로 표준정규분포표를 활용하여 확률을 구할 수 있도록 피드백해야 합니다. 공식화해서 확률을 구하는 것보다는 의미를 파악하고 순서에 따라 확률을 구할 때, 다른 문항을 풀이할 때도 도움이 될 것입니다.
- 표본의 크기가 클수록 평균을 포함하는 구간의 확률이 커진다는 것을 실제로 계산하여 확인하고 공학적 도구를 활용하여 직관적으로 이해하도록 피드백하는 것도 좋은 방법입니다.

3. 평가 문항

평가 문항 3(논술형)

다음 물음에 답하시오. (10점)

어느 농가에서 생산하는 석류의 무게는 평균이 m, 표준편차가 40인 정규분포를 따른다고 한다. 이 농가에서 생산하는 석류 중에서 n개의 표본을 임의추출하여 조사하였더니 석류 무게의 표본평균의 값이 $\overline{x}$ 이었다.

3-1. 모평균 m에 대한 신뢰도 93%의 신뢰구간을 구하는 과정을 서술하시오. (3점)

3-2. 모평균 m에 대한 신뢰도 97%의 신뢰구간을 구하는 과정을 서술하시오. (3점)

3-3. 모평균 m의 신뢰도 α%에 대한 신뢰구간을 $a \leq m \leq b$이라 할 때, $b-a$를 신뢰구간의 길이라 한다. 신뢰구간과 신뢰구간의 길이를 구하고, 신뢰구간의 길이와 신뢰도 사이의 관계, 신뢰구간의 길이와 표본의 크기 사이의 관계를 논술하시오. (4점)

≫ 활용 Tip !

- 표준정규분포표 전체를 활용하여 주어진 신뢰도에 대한 신뢰구간을 찾을 수 있도록 합니다.
- 수준별 문항으로 구성할 경우 교과서 속의 95%, 99%를 포함하여 문항을 구성합니다. 이 경우 신뢰구간을 암기해서 작성하고, 이를 이용하여 신뢰구간의 길이를 구하더라도 점수를 부여합니다.
- 확률이 소수 넷째 자리까지 나타나므로 원하는 신뢰도에 대한 신뢰구간을 구할 때는 소수 둘째 자리까지 나타나도록 문항을 구성합니다.
- 신뢰도 α%에 대한 신뢰도를 다양하게 제시함으로써 신뢰구간 및 신뢰구간의 길이를 구하는 것의 원리를 이해하도록 문항을 구성합니다.

○·· 채점 기준

평가 요소	세부 평가 요소	척도/배점	기대 수행
신뢰도에 따른 신뢰구간을 구하고, 신뢰구간의 길이와 신뢰도, 표본의 크기 사이의 관계 찾기	신뢰도에 따른 신뢰구간 구하기	3	• 모평균 m에 대한 신뢰도 93%의 신뢰구간 구하는 풀이 과정과 답이 옳은 경우
		2	• 모평균 m에 대한 신뢰도 93%의 신뢰구간 구하는 풀이 과정만 옳은 경우
		1	• 모평균 m에 대한 신뢰도 93%의 신뢰구간 구하는 답만 옳은 경우
		0	• 미작성이거나 오답을 작성한 경우
	신뢰도에 따른 신뢰구간 구하기	3	• 모평균 m에 대한 신뢰도 97%의 신뢰구간 구하는 풀이 과정과 답이 옳은 경우
		2	• 모평균 m에 대한 신뢰도 97%의 신뢰구간 구하는 풀이 과정만 옳은 경우
		1	• 모평균 m에 대한 신뢰도 97%의 신뢰구간 구하는 답만 옳은 경우
		0	• 미작성이거나 오답을 작성한 경우
	신뢰구간의 길이와 신뢰도, 신뢰구간의 길이와 표본의 크기의 관계 찾기	4	• 신뢰도를 확률로 표현하고 확률을 나타내는 확률변수 Z의 값을 미지수로 설정한 후, 미지수를 사용하여 신뢰구간의 길이를 옳게 구하고 신뢰구간의 길이와 신뢰도 사이의 관계, 신뢰구간의 길이와 표본의 크기 사이의 관계를 옳게 작성한 경우
		3	• 신뢰도를 확률로 표현하고 확률을 나타내는 확률변수 Z의 값을 설명없이 미지수로 표현한 후, 신뢰구간의 길이를 옳게 구하고 신뢰구간의 길이와 신뢰도 사이의 관계, 신뢰구간의 길이와 표본의 크기 사이의 관계를 옳게 작성한 경우 • 3-1, 3-2의 신뢰구간을 활용하여 신뢰구간의 길이를 옳게 구하고, 신뢰구간의 길이와 신뢰도 사이의 관계, 신뢰구간의 길이와 표본의 크기 사이의 관계를 옳게 작성한 경우
		2	• 신뢰구간의 길이와 신뢰도 사이의 관계, 신뢰구간의 길이와 표본의 크기 사이의 관계를 옳게 작성한 경우
		1	• 신뢰구간의 길이와 신뢰도 사이의 관계만 옳게 작성한 경우 • 신뢰구간의 길이와 표본의 크기 사이의 관계만 옳게 작성한 경우
		0	• 미작성이거나 오답을 작성한 경우

총체적 채점 기준

성취수준	기대 수행
A	모평균 m에 대한 신뢰도 93%와 97%의 신뢰구간 구하는 과정을 정확하게 풀이하고 정답을 구했습니다. 모평균 m에 대한 신뢰도 α%를 확률로 바꾸고 이 확률이 되는 z값을 z_α로 표현하여 신뢰구간을 쓰고 신뢰구간의 길이를 정확하게 구했습니다. 수학적 용어를 능숙하게 사용함으로써 풀이가 간략하고 완벽하게 작성되었습니다. 신뢰구간의 길이와 신뢰도 사이의 관계, 신뢰구간의 길이와 표본의 크기 사이의 관계를 정확하게 설명하였습니다.
B	모평균 m에 대한 신뢰도 93%와 97%의 신뢰구간 구하는 과정을 정확하게 풀이하고 정답을 구했습니다. 모평균 m에 대한 신뢰도 α%를 확률로 바꾸고 이 확률이 되는 z값을 설명 없이 미지수 k로 놓은 점이 아쉽습니다. 하지만 미지수 k를 활용하여 신뢰구간을 쓰고 신뢰구간의 길이를 정확하게 구했습니다. 수학적 용어를 능숙하게 사용함으로써 풀이가 간략하고 완벽하게 작성되었습니다. 신뢰구간의 길이와 신뢰도 사이의 관계, 신뢰구간의 길이와 표본의 크기 사이의 관계를 정확하게 설명하였습니다.
C	모평균 m에 대한 신뢰도 93%와 97%의 신뢰구간 구하는 과정을 정확하게 풀이하고 정답을 구했습니다. 아쉬운 점은 모평균 m에 대한 신뢰도 α%를 확률로 바꾸고 이 확률이 되는 z값을 수학적으로 표현하여 신뢰구간을 구하고 신뢰구간의 길이를 구해야 하는데 3-1, 3-2에서 구한 신뢰구간을 이용하여 길이를 구한 점입니다. 하지만 신뢰도를 활용하여 신뢰구간의 길이를 신뢰구간의 길이와 신뢰도 사이의 관계, 신뢰구간의 길이와 표본의 크기 사이의 관계를 정확하게 설명하였습니다.
D	모평균 m에 대한 신뢰도 α%의 신뢰구간 및 신뢰구간의 길이를 구하는 설명이 없는 점이 아쉽습니다. 교과서 속의 95%, 99%의 신뢰구간을 쓰고 신뢰구간의 길이를 구했습니다. 하지만 신뢰구간의 길이를 신뢰구간의 길이와 신뢰도 사이의 관계, 신뢰구간의 길이와 표본의 크기 사이의 관계를 정확하게 설명하였습니다.
E	신뢰도를 확률로 바꾸고 이 확률을 나타내는 z값을 활용하여 신뢰구간의 길이를 신뢰구간의 길이와 신뢰도 사이의 관계, 신뢰구간의 길이와 표본의 크기 사이의 관계를 정확하게 설명하지 않은 점이 아쉽습니다. 통계 단원은 용어가 낯설 수 있으므로 용어에 대한 학습이 선행되고 각각의 공식의 유도과정을 꼼꼼하게 학습해야 합니다. 교과서 속의 용어를 써보고 공식을 따라 써봄으로써 이해하는 과정이 필요합니다.

채점 시 유의점

- 모평균 m의 신뢰도 α%의 신뢰구간을 구하는 과정이 논리적으로 설명되어야 합니다. 이때, 표준정규분포표를 활용하여 확률을 찾는 설명이 반드시 포함되어야 합니다. 표준정규분포표 그래프가 생략되더라도 Z에 대한 확률을 식으로 작성한 경우는 맞게 풀이한 것으로 보고 채점합니다.
- 신뢰구간을 구하는 과정을 논리적으로 작성하였는지 확인하고 소수 넷째 자리까지 옳게 계산되었는지 꼼꼼하게 채점합니다.
- 모평균 m에 대한 신뢰도 α%의 신뢰구간에 대한 설명없이 3-1, 3-2의 신뢰구간을 활용하여 신뢰구간의 길이를 구하고 신뢰구간의 길이와 신뢰도, 신뢰구간의 길이와 표본의 크기에 대해 설명한 경우도 3점의 점수를 부여하였습니다. 일반화를 시키지 못했지만 신뢰구간의 길이를 활용하였기에 점수를 부여함을 기억해주세요.

○·· 예시 답안

평가 문항3 (논술 3)

(3-1)

모집단의 분포가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 40^2)$을 따를 때, 크기가 n인 표본을 임의추출한 표본평균 $\overline{X}$는

정규분포 $\mathrm{N}\left(m,\ \left(\dfrac{40}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$을 따르므로 확률분포 $Z=\dfrac{\overline{x}-m}{\dfrac{40}{\sqrt{n}}}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

모평균 m에 대한 신뢰도 93%의 신뢰구간은 $\mathrm{P}(-1.81 \le Z \le 1.81)=0.9298 \fallingdotseq 0.93$이다.

$$\mathrm{P}(-1.81 \le Z \le 1.81)=\mathrm{P}\left(-1.81 \le \frac{\overline{x}-m}{\dfrac{40}{\sqrt{n}}} \le 18.1\right)$$

$$=\mathrm{P}\left(\overline{x}-1.81\frac{40}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{x}+1.81\frac{40}{\sqrt{n}}\right)=0.93\text{이다.}$$

신뢰구간은 $\overline{x}-1.81\dfrac{40}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{x}+1.81\dfrac{40}{\sqrt{n}}$이다.

(3-2)

모집단의 분포가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 40^2)$을 따를 때, 크기가 n인 표본을 임의추출한 표본평균 $\overline{X}$는

정규분포 $\mathrm{N}\left(m,\ \left(\dfrac{40}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$을 따르므로 확률분포 $Z=\dfrac{\overline{x}-m}{\dfrac{40}{\sqrt{n}}}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

모평균 m에 대한 신뢰도 97%의 신뢰구간은 $\mathrm{P}(-2.17 \le Z \le 2.17)=0.97$이다.

$$\mathrm{P}(-2.17 \le Z \le 2.17)=\mathrm{P}\left(-2.17 \le \frac{\overline{x}-m}{\dfrac{40}{\sqrt{n}}} \le 2.17\right)$$

$$=\mathrm{P}\left(\overline{x}-2.17\frac{40}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{x}+2.17\frac{40}{\sqrt{n}}\right)=0.97\text{이다.}$$

신뢰구간은 $\overline{x}-2.17\dfrac{40}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{x}+2.17\dfrac{40}{\sqrt{n}}$이다.

(3-3)

모집단의 분포가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 40^2)$을 따를 때, 크기가 n인 표본을 임의추출한 표본평균 $\overline{X}$는

정규분포 $\mathrm{N}\left(m,\ \left(\dfrac{40}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$을 따르므로 확률분포 $Z=\dfrac{\overline{x}-m}{\dfrac{40}{\sqrt{n}}}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

모평균 m에 대한 신뢰도 α%의 신뢰구간은 다음과 같다.

$\mathrm{P}(-z_\alpha \le Z \le z_\alpha)$의 확률은 $\dfrac{\alpha}{100}$이다. (단, z_α는 상수)

$$\mathrm{P}(-z_\alpha \le Z \le z_\alpha)=\mathrm{P}\left(-z_\alpha \le \frac{\overline{x}-m}{\dfrac{40}{\sqrt{n}}} \le z_\alpha\right)=\mathrm{P}\left(\overline{x}-z_\alpha\frac{40}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{x}+z_\alpha\frac{40}{\sqrt{n}}\right)=\frac{\alpha}{100}\text{이다.}$$

신뢰구간은 $\overline{x}-z_\alpha\dfrac{40}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{x}+z_\alpha\dfrac{40}{\sqrt{n}}$이다. 신뢰구간의 길이는 $b-a=2\times z_\alpha\dfrac{40}{\sqrt{n}}$이다.

신뢰도가 일정하면 표본의 크기 n이 커질 때 신뢰구간의 길이는 짧아짐을 알 수 있다. 반대로 표본의 크기 n이 작아지면 신뢰구간의 길이는 길어진다.

표본의 크기 n이 같다면 신뢰도가 높아지면 z_α의 값이 커지므로 신뢰구간의 길이는 길어진다. 반대로 신뢰도가 낮아지면 z_α의 값이 작아지므로 신뢰구간의 길이는 짧아진다.

○·· 평가에 따른 피드백

상	• 모집단의 분포가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 40^2)$을 따를 때, 크기가 n인 표본을 임의추출한 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(m,\ \left(\frac{40}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$을 따르므로 확률분포 $Z=\frac{\overline{x}-m}{\frac{40}{\sqrt{n}}}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다는 것을 설명한 것이 훌륭합니다. 교과서에서 다루지 않은 신뢰도 93%, 97%의 신뢰구간을 구하고, 이를 이용하여 모평균 m에 대한 신뢰도 α%의 신뢰구간과 신뢰구간의 길이를 일반화하여 구한 점은 매우 훌륭합니다. 더불어 표본의 크기가 일정할 때 신뢰도가 커지면 신뢰구간의 길이가 길어지고, 신뢰도가 일정할 때, 표본의 크기가 커지면 신뢰구간의 길이가 짧아진다는 사실을 알아냈다는 점을 통해 수학적 역량이 탁월함을 알 수 있습니다.
중	• 모집단의 분포가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 40^2)$을 따를 때, 크기가 n인 표본을 임의추출한 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(m,\ \left(\frac{40}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$을 따르므로 확률분포 $Z=\frac{\overline{x}-m}{\frac{40}{\sqrt{n}}}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다는 것을 설명한 것이 훌륭합니다. 교과서에서 다루지 않은 신뢰도 93%, 97%의 신뢰구간을 구하였으나, 이를 이용하여 모평균 m에 대한 신뢰도 α%의 신뢰구간과 신뢰구간의 길이를 일반화하여 구하지 못한 점은 아쉽습니다. 하지만 표본의 크기가 일정할 때 신뢰도가 커지면 신뢰구간의 길이가 길어지고, 신뢰도가 일정할 때, 표본의 크기가 커지면 신뢰구간의 길이가 짧아진다는 사실을 알아냈다는 점은 칭찬합니다. • 표본평균 $\overline{X}$가 정규분포를 따르고 확률변수 Z로 표준화하여 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다는 것을 설명이 없는 것이 아쉽습니다. 교과서에서 다루지 않은 신뢰도 93%, 97%의 신뢰구간을 구하고, 이를 이용하여 모평균 m에 대한 신뢰도 α%의 신뢰구간과 신뢰구간의 길이를 일반화하여 구한 점은 매우 훌륭합니다. 더불어 표본의 크기가 일정할 때 신뢰도가 커지면 신뢰구간의 길이가 길어지고, 신뢰도가 일정할 때, 표본의 크기가 커지면 신뢰구간의 길이가 짧아진다는 사실을 알아냈다는 점을 통해 수학적 역량이 탁월함을 알 수 있습니다. • 모집단의 분포가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 40^2)$을 따를 때, 크기가 n인 표본을 임의추출한 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(m,\ \left(\frac{40}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$을 따르므로 확률분포 $Z=\frac{\overline{x}-m}{\frac{40}{\sqrt{n}}}$은 표준정규분포 $\mathrm{P}(0,\ 1)$을 따른다는 것을 설명한 것이 훌륭합니다. 교과서에서 다루지 않은 신뢰도 93%, 97%의 신뢰구간을 구하고, 이를 이용하여 모평균 m에 대한 신뢰도 α%의 신뢰구간과 신뢰구간의 길이를 일반화하여 구한 점은 매우 훌륭합니다. 하지만 신뢰구간의 길이와 신뢰도, 신뢰구간의 길이와 표본의 크기 사이의 관계를 명쾌하게 설명하지 못한 점은 아쉽습니다.
하	• 교과서에서 다루지 않은 신뢰도 93%, 97%의 신뢰구간을 구하기 위해서는 교과서에서 다루는 신뢰도 95%, 99%의 신뢰구간을 구하는 방법을 이해해야 합니다. 표본평균 $\overline{X}$가 정규분포를 따르고 확률변수 Z로 표준화하여 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다는 것을 이해해야 신뢰구간을 구하고 신뢰구간의 길이를 구할 수 있습니다. 차분하게 신뢰구간을 구하는 과정을 써보고 단계별로 이해하려는 노력이 필요합니다. 신뢰구간을 구한 후 신뢰구간의 길이를 구한다면 신뢰구간의 길이와 신뢰도, 표본의 크기 사이의 관계도 추측할 수 있을 것입니다.

>> 피드백 작성 시 유의점

• 신뢰도 95%, 99%를 구하는 방법은 표본의 크기가 n인 표본평균 $\overline{X}$의 분포가 정규분포 $\mathrm{N}\left(m,\ \left(\frac{40}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$을 따르고 확률분포 $Z=\frac{\overline{x}-m}{\frac{40}{\sqrt{n}}}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다는 것을 알아야 이해할 수 있음을 설명해주세요.

• 신뢰도 95%의 의미는 표본평균 $\overline{X}$의 값 $\overline{x}$를 이용하여 신뢰구간을 구하면 100번 중 95번이 모평균 m을 포함한다는 뜻입니다. 즉 100번 중 5번은 모평균 m을 포함하지 않는다는 뜻이라는 것을 알게 해주세요. 따라서 신뢰도 95%를 '모평균 m이 특정 구간에 포함될 확률이 0.95'이라고 표현하는 것은 잘못된 것임을 이해할 수 있을 것입니다. 모평균은 상수이므로 특정 구간에 포함되거나 포함되지 않을 확률은 1이거나 0입니다.

4. 서·논술 문항의 지필평가 적용

○·· 지필평가 적용을 위한 Tip

평가 문항 1과 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가 문항 1과 유사한 문제 유형으로 표본조사에 관련된 문항입니다. 수업 시간에 다루어 본 문항이므로 정기고사 출제 시 학생들이 지필고사 시간 내에 해결 가능한 문항입니다. 출제 시 교과서 읽기자료를 통해 살펴본 모집단의 대표성을 포함하도록 표본을 추출하는 방법이 임의추출이라는 것을 설명하는 문항입니다. 더불어 임의추출 방법을 묻는 문항으로 출제한다면 익숙함을 기반으로 논술형 답안 작성이 가능할 것입니다.
- 채점기준표 작성 시 채점기준표의 기대 수행을 정확하게 제시합니다. 이를 통해 학생들의 성취기준을 기반으로 문제출제가 이루어졌음을 확인할 수 있습니다. 문제의 난이도에 따라 배점이 달라질 수 있습니다. 전수조사와 표본조사의 정의를 쓰도록 문항을 구성한다면 배점을 높일 수 있습니다.
- 지필평가 문항과 채점 기준의 예시는 다음과 같습니다.

○·· 문항 예시

논술형 **주어진 자료를 읽고 물음에 답하시오. (4점)**

1936년 미국의 제32대 대통령 선거를 앞두고 A 여론 조사 기관과 B 잡지사는 전혀 다른 예측 결과를 내놓았다.

	A사	B사
조사 인원	3000명	240만 명
조사 대상	전국에서 다양한 소득 계층의 인원수를 파악하여 응답자 수가 각 계층에서의 정확한 비율을 나타내도록 표본을 선정	전국에서 다양한 소득 계층의 인원수를 파악하여 응답자 수가 각 계층에서의 정확한 비율을 나타내도록 표본을 선정
예측	루즈벨트 승리	랜던 승리

결과는 루즈벨트 후보의 압승이었다. B사가 조사 인원이 많음에도 예측이 틀린 이유를 설명하고, 올바른 예측이 되기 위한 방법을 설명하시오. (천재교과서 확률과 통계 활용)

평가 요소	척도/배점	기대 수행
모집단의 특성을 반영하여 표본을 추출하는 방법에 대해 논리적으로 설명하기	4점	• 표본조사가 틀린 이유를 논리적으로 설명하고 옳은 표본추출의 방법은 임의추출이고 임의추출 방법으로는 난수 주사위 등이 있음을 설명한 경우
	3점	• 표본조사가 틀린 이유를 논리적으로 설명하고 옳은 표본추출의 방법은 임의추출이라는 것을 설명한 경우 • 표본조사가 틀린 이유를 논리적으로 설명하고 임의추출 방법으로는 난수 주사위 등이 있음을 설명한 경우
	2점	• 표본조사가 틀린 이유를 논리적으로 설명한 경우 • 임의추출에 대해 설명하고 옳은 임의추출 방법으로는 난수 주사위 등이 있음을 설명한 경우
	1점	• 임의추출이라고 단어만 작성한 경우 • 임의추출 방법으로는 난수 주사위 등이 있음을 설명한 경우
	0점	• 미작성하거나 오답을 작성한 경우

■ **평가 문항 2와 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항**

- 평가 문항 2와 유사하게 모집단의 평균과 표준편차를 알고 표본의 크기가 크면 평균을 포함하는 구간에서는 확률이 커지고 평균을 포함하지 않은 구간에서는 확률이 작아진다는 것을 계산하도록 합니다. 정기고사 출제 시 교과서에서 다루어본 문제를 참고하여 구성한다면 학생들이 수월하게 답안을 작성할 수 있습니다.
- 채점기준표 작성 시 채점기준표의 기대 수행을 정확하게 제시합니다. 표본평균 $\overline{X_1}$은 정규분포 $\mathrm{N}(15,\ 4^2)$을 따르고 표본평균 $\overline{X_2}$은 정규분포 $\mathrm{N}(15,\ 2^2)$을 따르므로 표준정규분포표를 활용하여 확률을 구해야 합니다. 이를 위해 표본평균 $\overline{X_1}$은 확률변수 $Z=\dfrac{\overline{X_1}-15}{4}$로 표준화하고, 표본평균 $\overline{X_2}$은 확률변수 $Z=\dfrac{\overline{X_2}-15}{2}$로 표준화하는 것을 채점 요소에 포함합니다. 정기고사이므로 표준정규분포표의 일부분을 제시한다면 문제 풀이의 시간을 최소화할 수 있습니다.
- 지필평가 문항과 채점 기준의 예시는 다음과 같습니다.

○·· 문항 예시

서술형 **다음 물음에 답하시오. (10점)**

평균이 15, 표준편차가 16인 모집단에서 표본을 임의추출할 때, 크기가 16인 표본의 표본평균을 $\overline{X_1}$이라 하고, 크기가 64인 표본의 표본평균을 $\overline{X_2}$라 하자.

2-1. 표본평균 $\overline{X_1}$에 대한 확률 $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_1} \le 16)$, $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_1} \le 20)$를 구하시오. (4점)

(단, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 0.25)=0.0987$, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 0.75)=0.2734$, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.25)=0.3944$**)**

2-2. 표본평균 $\overline{X_2}$에 대한 확률 $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16)$, $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_2} \le 20)$를 구하시오. (4점)

(단, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 0.5)=0.1915$, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.5)=0.4332$, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2.5)=0.4938$**)**

2-3 . 2-1, 2-2에서 구한 확률은 표본의 크기에 따라 어떻게 달라지는지 서술하시오. (2점)

평가 요소	척도/배점		기대 수행
표본평균의 분포는 표본의 크기가 커지면 정규분포를 따르므로 구간의 확률을 구할 때 표준정규분포표를 활용하고 표본의 크기와 평균을 포함하는 구간의 확률 사이의 관계 찾기	(1) 4점	4점	• 표본평균 $\overline{X_1}$가 정규분포 $\mathrm{N}(15,\ 4^2)$을 따르므로 $Z=\dfrac{\overline{X_1}-15}{4}$를 구하고, 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르므로 표준정규분포표를 활용하여 $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_1} \le 16)$와 $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_1} \le 20)$의 확률을 정확하게 구한 경우
		3점	• 표본평균 $\overline{X_1}$가 정규분포 $\mathrm{N}(15,\ 4^2)$을 따르므로 $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_1} \le 16)$와 $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_1} \le 20)$의 확률을 정확하게 구한 경우 • 확률변수 $Z=\dfrac{\overline{X_1}-15}{4}$를 구하고 $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_1} \le 16)$와 $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_1} \le 20)$의 확률을 정확하게 구한 경우
		2점	• 표본평균 $\overline{X_1}$가 정규분포 $\mathrm{N}(15,\ 4^2)$을 따르므로 $Z=\dfrac{\overline{X_1}-15}{4}$를 작성한 경우 • 주어진 표준정규분포표를 활용하여 $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_1} \le 16)$와 $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_1} \le 20)$의 확률을 정확하게 구한 경우
		1점	• 확률변수 $Z=\dfrac{\overline{X_1}-15}{4}$를 작성한 경우 • 주어진 표준정규분포표를 활용하여 $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_1} \le 16)$의 확률을 정확하게 구한 경우 • 주어진 표준정규분포표를 활용하여 $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_1} \le 20)$의 확률을 정확하게 구한 경우
		0점	• 미작성하거나 오답을 작성한 경우
	(2) 4점	4점	• 표본평균 $\overline{X_2}$가 정규분포 $\mathrm{N}(15,\ 2^2)$을 따르므로 $Z=\dfrac{\overline{X_2}-15}{2}$를 구하고, 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르므로 표준정규분포표를 활용하여 $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16)$와 $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_2} \le 20)$의 확률을 정확하게 구한 경우
		3점	• 표본평균 $\overline{X_2}$가 정규분포 $\mathrm{N}(15,\ 2^2)$을 따르므로 $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16)$와 $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_2} \le 20)$의 확률을 정확하게 구한 경우 • 확률변수 $Z=\dfrac{\overline{X_2}-15}{2}$를 구하고 $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16)$와 $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_2} \le 20)$의 확률을 정확하게 구한 경우
		2점	• 표본평균 $\overline{X_2}$가 정규분포 $\mathrm{N}(15,\ 2^2)$을 따르므로 $Z=\dfrac{\overline{X_2}-15}{2}$를 작성한 경우 • 주어진 표준정규분포표를 활용하여 $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16)$와 $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_2} \le 20)$의 확률을 정확하게 구한 경우
		1점	• 확률변수 $Z=\dfrac{\overline{X_2}-15}{2}$를 작성한 경우 • 주어진 표준정규분포표를 활용하여 $\mathrm{P}(14 \le \overline{X_2} \le 16)$의 확률을 정확하게 구한 경우 • 주어진 표준정규분포표를 활용하여 $\mathrm{P}(18 \le \overline{X_2} \le 20)$의 확률을 정확하게 구한 경우
		0점	• 미작성하거나 오답을 작성한 경우
	(3) 2점	2점	• 표본의 크기가 클수록 평균을 포함하는 구간의 확률은 커지고 평균을 포함하지 않은 구간의 확률이 작아진다는 것을 설명한 경우
		1점	• 신뢰구간과 신뢰도 사이의 관계만 옳게 작성한 경우 • 신뢰구간과 표본의 크기 사이의 관계만 옳게 작성한 경우
		0점	• 미작성하거나 오답을 작성한 경우

평가 문항 3과 연계하여 지필평가 적용시 고려할 사항

- 평가 문항 3을 활용한 문항으로 신뢰도 95%, 99%에 관련된 문항을 정기고사에서 출제하도록 구성하였습니다. 논술형 문항의 경우 수업 시간에 다루어본 문항으로 출제하는 것이 좋습니다. 수업 시간에 계산해 봤던 신뢰구간과 신뢰구간의 길이 구하기 문제이므로 정기고사에서 논술형으로 출제하는 것이 가능합니다.
- 채점기준표 작성 시 채점기준표의 기대 수행을 정확하게 제시합니다. 이를 통해 학생들의 성취기준을 기반으로 문제출제가 이루어졌음을 확인할 수 있습니다. 모집단의 분포가 정규분포를 따르므로 표본분포 역시 정규분포를 따른다는 것을 알 수 있습니다. 정기고사이므로 표준정규분포표의 일부분을 제시한다면 문제 풀이의 시간을 최소화할 수 있습니다.
- 지필평가 문항과 채점 기준의 예시는 다음과 같습니다.

○·· 문항 예시

논술형 **다음 물음에 답하시오. (10점)**

어느 농가에서 생산하는 석류의 무게는 평균이 m, 표준편차가 40인 정규분포를 따른다고 한다. 이 농가에서 생산하는 석류 중에서 n개의 표본을 임의추출하여 조사하였더니 석류 무게의 표본평균의 값이 $\overline{x}$ 이었다.

3-1. 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하는 과정을 서술하시오. (3점)
(단, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.81) = 0.4650$, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2.58) = 0.4950$)

3-2. 모평균 m에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간을 구하는 과정을 서술하시오. (3점)
(단, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.81) = 0.4650$, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2.58) = 0.4950$)

3-3. 모평균 m의 신뢰도 α%에 대한 신뢰구간을 $a \le m \le b$이라 할 때, $b-a$를 신뢰구간의 길이라 한다. 신뢰구간과 신뢰구간의 길이를 구하고, 신뢰구간의 길이와 신뢰도 사이의 관계, 신뢰구간의 길이와 표본의 크기 사이의 관계를 논술하시오. (4점)

평가 요소	척도/배점		기대 수행
신뢰도에 따른 신뢰구간을 구하고, 신뢰구간의 길이와 신뢰도, 신뢰구간의 길이와 표본의 크기 사이의 관계 찾기	(1) 3점	3점	• 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간 구하는 풀이 과정과 답이 옳은 경우
		2점	• 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간 구하는 풀이 과정만 옳은 경우
		1점	• 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간 구하는 답만 옳은 경우
		0점	• 미작성이거나 오답을 작성한 경우
	(2) 3점	3점	• 모평균 m에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간 구하는 풀이 과정과 답이 옳은 경우
		2점	• 모평균 m에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간 구하는 풀이 과정만 옳은 경우
		1점	• 모평균 m에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간 구하는 답만 옳은 경우
		0점	• 미작성이거나 오답을 작성한 경우
	(3) 4점	4점	• 신뢰도를 확률로 표현하고 확률을 나타내는 확률변수 Z의 값을 미지수로 설정한 후, 미지수를 사용하여 신뢰구간의 길이를 옳게 구하고 신뢰구간의 길이와 신뢰도 사이의 관계, 신뢰구간의 길이와 표본의 크기 사이의 관계를 옳게 작성한 경우
		3점	• 신뢰도를 확률로 표현하고 확률을 나타내는 확률변수 Z의 값을 설명 없이 미지수로 표현한 후, 신뢰구간의 길이를 옳게 구하고 신뢰구간의 길이와 신뢰도 사이의 관계, 신뢰구간의 길이와 표본의 크기 사이의 관계를 옳게 작성한 경우 • 3-1, 3-2의 신뢰구간을 활용하여 신뢰구간의 길이를 옳게 구하고, 신뢰구간의 길이와 신뢰도 사이의 관계, 신뢰구간의 길이와 표본의 크기 사이의 관계를 옳게 작성한 경우
		2점	• 신뢰구간의 길이와 신뢰도 사이의 관계, 신뢰구간의 길이와 표본의 크기 사이의 관계를 옳게 작성한 경우
		1점	• 신뢰구간의 길이와 신뢰도 사이의 관계만 옳게 작성한 경우 • 신뢰구간의 길이와 표본의 크기 사이의 관계만 옳게 작성한 경우
		0점	• 미작성이거나 오답을 작성한 경우

서·논술형
평가도구 자료집

중·고등학교 수학